

# Bachelorarbeit

Titel der Arbeit // Title of Thesis

**Charakterisierung mechanischer Eigenschaften von  
versteifenden, dreidimensionalen Gitterstrukturen**

Akademischer Abschlussgrad: Grad, Fachrichtung (Abkürzung) // Degree

**Bachelor of Science**

Autorenname, Geburtsort // Name, Place of Birth

**Christian Kehm, Fulda**

Studiengang // Course of Study

**Bionik**

Fachbereich // Department

**Maschinenbau**

Erstprüferin/Erstprüfer // First Examiner

**Prof. Dr.-Ing. Alexander Sauer**

Zweitprüferin/Zweitprüfer // Second Examiner

**Dr. Christian Hamm**

Abgabedatum // Date of Submission

**15.09.2015**



**Westfälische  
Hochschule**

Gelsenkirchen Bocholt Recklinghausen  
University of Applied Sciences



**ALFRED-WEGENER-INSTITUT**  
HELMHOLTZ-ZENTRUM FÜR POLAR-  
UND MEERESFORSCHUNG

# BACHELORTHESIS

*Charakterisierung mechanischer Eigenschaften  
von  
versteifenden, dreidimensionalen Gitterstrukturen*

**Autor:**

*Christian Kehm geb. in Fulda*

**Gutachter:**

- 1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Alexander Sauer*
- 2. Gutachter: Dr. Christian Hamm*

*Bremerhaven, 15. September 2015*

## Zusammenfassung

Leichtbau ist eine innovative Schlüsseldisziplin der Konstruktionswissenschaften von morgen. Das Erreichen einer maximalen Bauteilsteifigkeit bei minimaler Masse ist ein zeitloser Grundsatz dieser Technologie. In dieser Arbeit wird das mechanische Verhalten einer dreidimensionalen Gitterstruktur charakterisiert. Die Struktur ist an biologische Vorbilder angelehnt, stammt aus der ELiSE-Technologie (Evolutionary Light Structure Engineering) und basiert auf speziellen Verteilungsalgorithmen.

Mit Hilfe von Referenzmodellen soll die Robustheit und Steifigkeit der ELiSE-Struktur im Vergleich zu anderen Konstruktionsmethoden ermittelt werden. Zur Vorooptimierung werden an unterschiedlichen Modellen evolutionäre Algorithmen und Topologieoptimierung genutzt. Anschließend werden die Modelle in einer FE-Analyse belastet und auf Spannungsverteilung, Maximalspannung und maximale Verformung untersucht und gegenübergestellt.

Die Ergebnisse zeigen, dass die diffuse Balkenstruktur von ELiSE die aufgebrachten Lasten am besten aufnehmen kann, indem sie die Kraft in die filigrane Struktur einleitet. Aufgrund der vielen möglichen Lastpfade für angreifende Kräfte und Momente, weist sie ein hohes Maß an Robustheit auf.

Diese Robustheit der Struktur kann durch eine Adaptivität weiter gesteigert werden, indem die Balkenstruktur in hoch belasteten Bereichen sich autonom weiter verdichtet. Dieser Ansatz bildet die Grundlage für eine Optimierung der untersuchten Verteilungsalgorithmen der ELiSE-Struktur, welcher Potential zu einer zukünftigen Verwendung in der Konstruktionsbranche hat. Durch den raschen Fortschritt der Additiven Fertigung wird ein Einsatz der Strukturen noch realistischer.

## Danksagung

Mein Dank gilt der ganzen Arbeitsgruppe des ELiSE-Teams mit seiner doch rasch wechselnden Studentenschaft. Gut in das Team integriert, konnte ich zu jeder Zeit auf Rat von allen Seiten zählen. Besonders möchte ich mich bei meinen Betreuern vor Ort Dr. Christian Hamm und Paul Bomke bedanken. Mindestens genauso dankbar bin ich für die Hilfestellungen, Tipps und Tricks zu jeglicher Software und fachlichen Sachverhalts von Robert Naguschewski. Abschließend bei meiner Familie und Freunden, für offene Ohren und unterstützende Worte:

*Dankeschön!*

## Abkürzungsverzeichnis

### Im Fließtext verwendete Abkürzungen:

AM	Additive Manufacturing
CAD	Computer Aided Design
ELiSE	Evolutionary Light Structure Engineering
FEM	Finite-Elemente-Methode
GH	Grasshopper 3D
LC	Loadcase
R5	Rhinoceros 3D 5
SKO	Soft Kill Option
SW	Solidworks

### In Formeln verwendete Abkürzungen:

$C$	Kennwert der homogenen Spannungsverteilung
$I_p$	Polares Flächenträgheitsmoment
$\sigma_o$	Obere Grenze des optimalen Spannungsbereichs
$\sigma_u$	Untere Grenze des optimalen Spannungsbereichs
$\sigma_j$	Spannung des j-ten Elements
$H_x$	Gewichtete Häufigkeiten der Spannungen unterhalb ( $x = u$ ), innerhalb ( $x = i$ ) und oberhalb ( $x = o$ ) des Optimums
$k_u$	Bewertungsfaktor für Spannungen unterhalb des optimalen Spannungsbereichs, Standard = 1
$k_o$	Bewertungsfaktor für Spannungen oberhalb des optimalen Spannungsbereichs, Standard = 5
$V_{ges}$	Volumen des Bauteils oder der Bauteilgruppe
$V_j$	Volumen des j-ten Elements

# Inhaltsverzeichnis

<b>Zusammenfassung</b>	<b>i</b>
<b>Danksagung</b>	<b>ii</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>iii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	2
1.2 Vorgehen . . . . .	4
1.3 Arbeitshypothese . . . . .	4
<b>2 Stand der Technik</b>	<b>5</b>
2.1 Begriffe . . . . .	5
2.2 Versteifende Elemente . . . . .	7
2.2.1 Flächenversteifungen: Sicken, Rippen und Waben . . . . .	7
2.2.2 Sandwichstrukturen . . . . .	8
2.3 Methoden und Technologien zur Bauteilversteifung . . . . .	8
2.3.1 Bionik . . . . .	8
2.4 Fertigungsverfahren AM . . . . .	12
<b>3 Material und Methoden</b>	<b>14</b>
3.1 Bauraum und Konstruktion . . . . .	14
3.1.1 Ausgangsmodelle . . . . .	15
3.1.2 Voroptimierte Modelle . . . . .	15
3.2 Simulation . . . . .	20
3.2.1 Lastfälle LCs . . . . .	20
3.2.2 Dimensionierung der Kräfte . . . . .	22
3.2.3 Gitterstudie . . . . .	22
3.2.4 Programme . . . . .	23
3.2.5 Plausibilitätsrechnung . . . . .	25
3.3 Bewertungssystem . . . . .	27
3.3.1 Homogene Spannungsverteilung . . . . .	27
3.3.2 Maximalwerte der Spannung und Verformung . . . . .	30
3.3.3 Anwendung der Bewertungskriterien . . . . .	30
<b>4 Ergebnisse</b>	<b>31</b>
4.1 Modelle aus der Voroptimierung . . . . .	31
4.1.1 Topologieoptimierung . . . . .	31
4.1.2 ELiSE-Struktur . . . . .	33
4.2 Gegenüberstellung der Modelle . . . . .	36
4.2.1 Normalkräfte . . . . .	36
4.2.2 Tangentialkräfte . . . . .	39
4.2.3 LC-Kombinationen . . . . .	43
<b>5 Diskussion</b>	<b>52</b>
5.1 Gegenüberstellung der Modelle . . . . .	52

## Inhaltsverzeichnis

---

5.1.1	Normalkräfte . . . . .	52
5.1.2	Tangentialkräfte . . . . .	55
5.1.3	LC-Kombinationen . . . . .	60
5.2	Modelle in der Gesamtwertung . . . . .	67
5.3	Ausblick . . . . .	69
5.3.1	Optimierungsvorschläge . . . . .	69
5.3.2	Bezug zur Arbeitshypothese . . . . .	71
<b>6</b>	<b>Fazit</b>	<b>72</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>I</b>
	<b>Eidesstattliche Versicherung</b>	<b>IV</b>

## 1 Einleitung

Stabilität ist heute einer der Maßstäbe für jegliche Produkte, Werkzeuge oder Gebrauchsgegenstände, die der Mensch heute im Alltag verwendet. Jeder Gegenstand soll eine möglichst hohe Lebensdauer besitzen, enormen Lasten standhalten und unter anspruchsvollsten Bedingungen noch einwandfrei funktionieren. Durch die heutigen Möglichkeiten der Produktauslegung, werden diese Ziele auch in den meisten Fällen erfüllt. Jedoch bleibt die stützende, detaillierte Bauweise eines Produkts, welches die Anforderungen der Konstrukteure erfüllt, dem Auge des Benutzers meistens verborgen und kommt nur bei einem Bauteilversagen oder gezieltem Aufschneiden zum Vorschein. Die Rede ist von versteifenden Strukturen von einigen Produkten im dreidimensionalen Raum. Diese sind oft gut verborgen unter einer nach außen abschließenden Bauteilhülle - der so genannten Deckschicht (Abb. 1).

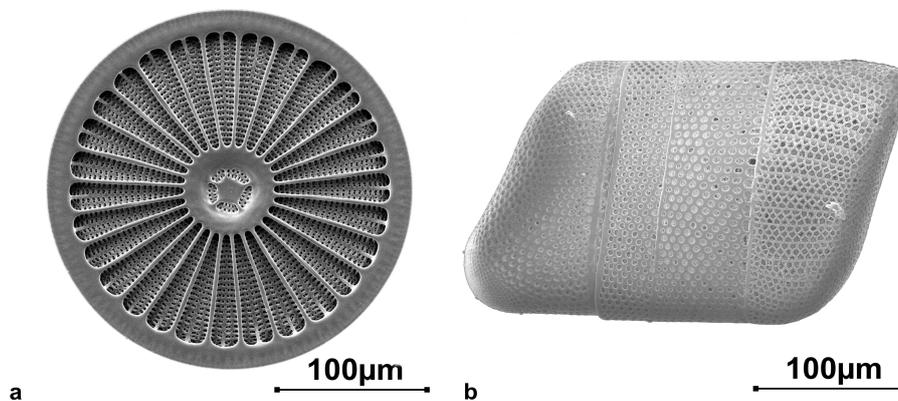


**Abbildung 1:** Leichtbaustruktur in Form von Waben zwischen zwei Deckschichten [4]

Bei dem alltäglichen Umgang mit Produkten wird durch den Benutzer unterbewusst eine Reihe von Anforderungen gestellt. Nach der Prämisse der hohen Haltbarkeit reiht sich fast nahtlos ein zweites Kriterium der Qualität an. Die Rede ist von einer gewichtsminimierten Bauweise, welche die Handhabung betroffener Produkte im wahrsten Sinne des Wortes erleichtert. Diese Kombination aus möglichst hoher Versteifung unter Verwendung der geringsten Masse, wird Leichtbauweise genannt. Für das Streben nach möglichst geringem Gewicht sprechen neben der benutzerfreundlichen Handhabung im Alltag auch ökologische und ökonomische Gründe. Diese innovative Ingenieurwissenschaft hat das direkte Ziel Material effizient zu nutzen und damit überflüssiges Material und Kosten einzusparen. Da dies auch und vor allem bei der Auslegung von (Massen-)Produkten auch der Fall ist, kommt diesem Aspekt eine sehr hohe wirtschaftliche Wertung zu. Auf lange Sicht werden durch diesen Ansatz Ressourcen geschont.

## 1.1 Motivation

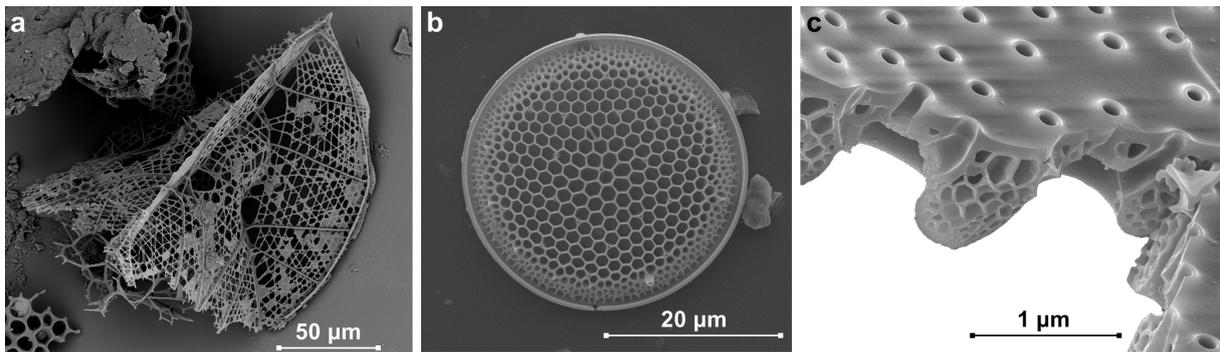
Das Repertoire der versteifenden Strukturen ist, bis auf wenige Ausnahmen, zwar alt bewährt, aber festgefahren. Um neue Möglichkeiten zu erlangen, müssen der Blick geweitet und neue innovative Chancen genutzt werden. Hier ist auch das Ideenpotential aus der Natur in Betracht zu ziehen, welches der Grundgedanke der Bionik ist. Die ELiSE-Technologie (Evolutionary Light Structure Engineering) basiert auf den erfolgreichen Strukturen der Skelette von Diatomeen und Radiolarien. Diese Hochleistungsstrukturen mariner Planktonlebewesen im Mikrometerbereich sind in Relation zu ihrer Größe äußerst materialeffizient und stabil. Zudem geben sie neue Denkanstöße durch mannigfaltige Ausprägungen versteifender Elemente (Abb. 2).



**Abbildung 2:** Mikroskopaufnahmen der Silikatskelette von marinem Plankton: a Radiolarie *Arachnoidiscus spec.*; b Diatomee *Isthmia spec.* [12]

Die Strukturen reichen von Flächenversteifungen, über Sandwichbauweisen bis hin zu Kantenversteifungen und Anbindung von Punktlasten in Flächen.

Die Gitterstruktur dieser Arbeit ist an unregelmäßig aufgebaute Skelette biologischer Vorbilder angelehnt. Diese unregelmäßige Verteilung von stützenden Elementen wird versucht durch einen Algorithmus nachzuahmen (Abb. 3).



**Abbildung 3:** Mikroskopische Aufnahmen von Silikatskeletten von verschiedenen Strukturen: a Stabverbindungen *Clathrocorys spec.*; b Wabenstruktur mit variierenden Durchmessern *Thalassiosira spec.*; c unregelmäßiges Gitter in einer Sandwichstruktur *Actinocyclus spec.* [12]

Diese Strukturen vermeiden Spannungsspitzen und weisen sehr homogene Spannungsverteilungen bei auftretenden Belastungen auf. Zudem verfolgen sie eine aus der Natur bekannte Robustheit im Sinne der Widerstandsfähigkeit gegenüber unbekanntem, neuen Lastfällen. Das bedeutet, dass die Lastfälle nicht wie in der klassischen Produktkonzeption vom Auftraggeber im Lastenheft festgehalten und damit bekannt sind. Vielmehr muss die Gitterstruktur jeglichem Lastfall einen gewissen Widerstand entgegensetzen können, der sich hier in Form von Steifigkeit und der Vermeidung von hohen Spannungen oder gar Bauteilversagen äußert. Ein Ziel von ELiSE ist es, eine Füllstruktur zu entwickeln, die auch bei unbekanntem Lastfällen eine gewisse Grundsicherheit bietet und im dreidimensionalen Raum eingesetzt werden kann, um in Hohlräumen von Produkten angebracht zu werden, und somit die Steifigkeit zu erhöhen. An diesem Entwicklungsprozess wird sich mit dieser Arbeit in der Form beteiligt, dass ein bereits bestehender Algorithmus zur Gittererstellung evaluiert wird. Die vom Algorithmus erzeugten Strukturen werden auf mechanische Belastbarkeit getestet und die mechanischen Reaktionen und Eigenschaften dokumentiert. Aus den Ergebnissen werden die Qualität der Struktur ermittelt und Rückschlüsse zur Optimierung des Algorithmus gezogen. Falls die Ergebnisse weiteres Potential der Struktur belegen, kann sie in das Repertoire der ELiSE-Datenbank aufgenommen werden. Diese Strukturentwicklung mit Alleinstellungsmerkmal im Bereich der klassischen Konstruktion und Produktauslegung mit bionischen Lösungsansätzen macht einen großen Schritt in Richtung innovativer Konstruktionslösungen zur Bauteilversteifung.

## 1.2 Vorgehen

### **Wahl und Konstruktion der Modelle**

Um die Materialeffizienz der Gitterstruktur zu bewerten, müssen Modelle unterschiedlicher Versteifungsmöglichkeiten zum Vergleich vorhanden sein. Hierzu wird in dieser Arbeit eine Mischung aus konservativen, modernen und innovativen Ausführungen gewählt und angefertigt.

### **Wahl und Dimensionierung der Lasten**

Eine breit gefächerte Aufstellung an Lastfällen und Kombinationen untereinander trägt dazu bei, das Maß an Robustheit der Gitterstruktur und dessen Referenzmodelle zu ermitteln.

### **Simulation**

Der grundlegende Gedanke besteht darin, einen Hohlwürfel mit einer Struktur zu füllen und den Würfel zu belasten. Die entstehenden Verformungen und Spannungsverteilungen in einer FE-Analyse geben Auskunft über die Qualität der Füllstruktur.

### **Wahl der Bewertungskriterien und Bewertung**

Unterschiedliche Bewertungskriterien in Form von Relation von Gewicht zu Steifigkeit und Spannungsverteilung sollen das Ergebnis präziser werden lassen. Die einzelnen Bewertungskriterien werden zusätzlich in einer kombinierten Auswertung und Modell-Gegenüberstellung berücksichtigt. Hieraus werden die Rückschlüsse auf die Effizienz der Strukturansätze gezogen.

### **Ziel**

Das Ziel ist es, die Struktur zu ermitteln, die den meisten Lastfällen eine möglichst hohe Steifigkeit entgegensetzt. Als Restriktion wird die Masse, die der Strukturausbildung zur Verfügung steht, herangezogen.

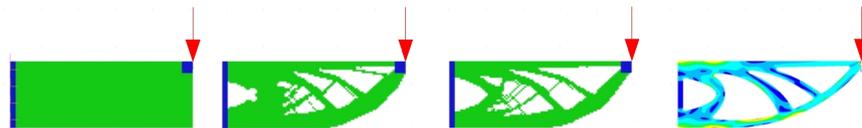
## 1.3 Arbeitshypothese

Als Arbeitshypothese wird folgende Aussage angenommen: Die dreidimensionale Gitterstruktur der ELiSE-Technologie setzt sich in der kombinierten Wertung gegen die anderen Methoden und Ausführungen der Referenzkörper durch und ist somit die leichteste Allrounder-Struktur, die allen Lastfällen standhält. Folglich besitzt sie ein Maximum an Robustheit im Sinne der Steifigkeit und kann eine sehr homogene Spannungsverteilung erreichen. Sie kann das ihr zur Verfügung gestellte Material am effizientesten nutzen, wodurch sich eine weiterführende Optimierung der Strukturen anbietet.

## 2 Stand der Technik

### 2.1 Begriffe

**Leichtbau** Leichtbau ist ein interdisziplinärer Teil der Wissenschaft, welche im Laufe der Entwicklung auf immer mehr Erkenntnissen und Erfahrungswerten beruht. Hierunter fallen sowohl die Festigkeitslehre, Fertigungstechnik, Werkstoffkunde als auch Rechentechnik. Eine möglichst hohe Materialeffizienz steht im Vordergrund dieser Entwicklungsstrategie. Unter möglichst geringem Eigengewicht soll eine Struktur eine bestimmte Lebensdauer, Zuverlässigkeit und Sicherheitsstandards erreichen [29]. Unter Beachtung von vielseitigen Restriktionen wie Werkstoffwahl, Fügetechniken, fachgerechter Auslegung und Fertigung müssen bei einer zudem wirtschaftlichen Optimallösung oft Kompromisse eingegangen werden. Dieser Aspekt stand in der Begründung des Leichtbaus in der Luft- und Raumfahrttechnik im Vordergrund, und nimmt bei vermehrter Anwendung bei Alltagsgegenständen an Bedeutung zu. Allerdings wurden in dieser Branche die wesentlichen Problemstellungen des Leichtbaus erarbeitet. Der Grundgedanke der charakteristischen Entwurfs- und Konstruktionslehre des Leichtbaus in Form von theoretischen Verläufen von optimalen Kräftepfaden für minimalen Volumenaufwand geht allerdings noch weiter zurück (Abb. 4) [29].



**Abbildung 4:** Grundgedanke der Konstruktionslehre des Leichtbaus: Schrittweise Herausbildung von Lastpfaden an einem Kragträger; Kraft (rot), niedrig belastetes Material (grün), effektiv genutztes Material (blau) [22]

**Steifigkeit** Zentraler Begriff dieser Arbeit und im Leichtbau allgemein ist die Steifigkeit. Sie ist eine der Nachweisarten für Leichtbaukonstruktionen neben dem Tragfähigkeitsnachweis oder dem Restfestigkeitsnachweis. Die begrenzende Größe innerhalb des Steifigkeitsnachweises ist die Verformung. Da im Laufe der zeitlichen Entwicklung des Leichtbaus die zulässigen Sicherheitsreserven immer kleiner wurden, ist – bei bekannten Lastfällen – eine exakte Berechnung immer wichtiger. Hier ist es die Aufgabe, auf die vorgegebenen Lasten eine optimale Struktur zu entwickeln, die sowohl den gegebenen Lasten standhält, als auch (meistens) räumliche Begrenzungen oder Konturen einhält. Ist dies allerdings nicht der Fall, gilt es, eine Struktur zu finden, die bei minimalem Gewicht im Sinne der Sicherheit weder die Tragfähigkeit, Steifig-

keit oder andere Funktionen der Konstruktion schmälert. Im Falle der Steifigkeit wird dies in Form von gesetzten Maxima der Verformung überwacht. Nicht zu verwechseln ist die mit der Terminologie der Festigkeit. Diese stellt ein Maß für die Belastungsfähigkeit eines Werkstoffes in Form von Kennwerten dar [15].

**Spannungen** Ebenso sind die Spannungen, die sich bei Belastung im Material ergeben, ausschlaggebend. Die Spannung  $\sigma$  ist definiert durch:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad [\text{Pa}] \quad (1)$$

$F$  Kraft [N]

$A$  (Querschnitts-)Fläche [ $\text{m}^2$ ]

[29]

**Tragwerke** Die im Rahmen der Bachelorarbeit getesteten Modelle fallen als Leichtbaukonstruktionen unter die Rubrik der dreidimensionalen Tragwerke. Solche bestehen aus einzelnen Tragelementen, die teilweise zweidimensionale (Platten, Scheiben, Schalen) oder eindimensionale (Balken, Bögen, Stäbe, Seile) Elemente sind. Die Zerlegung in Einzelemente in der unwichtig erscheinende Dimensionen des dreidimensionalen Gesamttragwerks zur Berechnung und Auslegung eliminiert werden, wird geometrische Idealisierung genannt [11].

Kennzeichnend für Tragwerke aus dem Leichtbau ist die Feingliedrigkeit in ihrer Gestaltung, in der sich Strukturprobleme wie auch Prinzipien des Leichtbaus widerspiegeln. Einerseits die Forderung nach Steifigkeit hinsichtlich Stabilität und Schwingungsverhalten. Andererseits sind Kriterien wie Spannungsverteilung und die Kräfteinleitung zu beachten [29].

Genau diese beiden Kriterien – Verformung als Maß der Steifigkeit und Bewertung der homogenen Spannungsverteilung – werden bei der Modellbewertung dieser Arbeit im Vordergrund stehen.

**Utilization**  $\sigma_{ref}$  Die „Utilization“ oder auch Auslastung des Materials setzt sich aus dem Quotient der lokalen Spannung  $\sigma_j$  und der Streckgrenze  $R_s$  des Materials zusammen. Bei der Streckgrenze handelt es sich um einen Werkstoffkennwert. Er stellt die Grenze in Form eines Spannungswertes dar, bis zu welchem das Material linear-elastisches Verhalten zeigt. Dies bedeutet, dass der Werkstoff nach einachsiger, momentenfreier Zugbeanspruchung wieder in seinen ursprünglichen Zustand zurückkehrt, ohne plastische Verformungen zurückzubehalten [6].

## 2.2 Versteifende Elemente

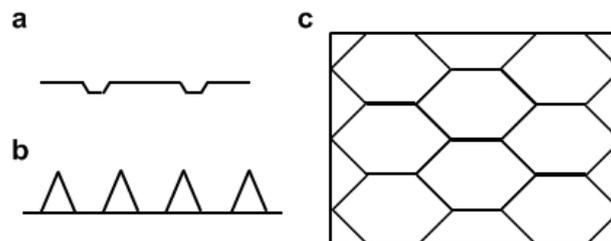
In der Gesamtheit der versteifenden Elemente besteht ein Großteil im Gegensatz zu den raumversteifenden Strukturen aus Flächenversteifungen. Da aber auch mit Hilfe dieser flächigen Elemente räumliche Versteifungen erlangt werden, sind die Gebräuchlichsten ebenfalls erläutert.

### 2.2.1 Flächenversteifungen: Sicken, Rippen und Waben

Um eine erhöhte Steifigkeit zu erreichen, gibt es Konstruktionselemente, die in der klassischen Konstruktion fest etabliert sind.

Unter Sicken versteht man rinnenartige Versteifungselemente, deren Tiefenprägung klein gegenüber der Längenprägung ist [15]. Sie werden auf ebenen Flächenbauteilen angebracht und können in verschiedenen Ausprägungen angewendet werden. Hierdurch werden das Flächenträgheitsmoment und damit die Versagenswiderstände erhöht und die Wandungen gegen Knicken und Beulen versteift. Zudem bringt eine Erhöhung des Flächenträgheitsmomentes eine Verbesserung der Knicklast mit sich, was bei Rohren zu einer höheren Stabilität gegen Druck und Torsion führt (Abb. 5) [15].

Eine weitere Möglichkeit zur Versteifung ist das Aufbringen von Rippen auf eine Fläche. Im Gegensatz zu den Sicken wird hier zusätzliches Material aufgebracht. Auch Rippen können in unterschiedlichen Formen (Kasten, Steg, Dreieck) auftreten. Genau wie bei den Sicken, stehen sie aus der Fläche hervor und erhöhen das Flächenträgheitsmoment. Das zusätzlich aufgebrachte Material verstärkt den versteifenden Effekt weiter, ist allerdings mit einer Gewichtszunahme verbunden (Abb. 5). Dies gilt in gleichem Maße für aufgebrachte Strukturen wie Waben. Auch sie können zur Versteifung beitragen und sind an sich eine geordnete und zusammenhängende Struktur ähnlich einem Rippenkomplex (Abb. 5) [15].



**Abbildung 5:** Schematische Zeichnung versteifender Konstruktionselemente: a (Trapez-) Sicke im Querschnitt; b Rippen im Querschnitt; c Waben in der Draufsicht

Ursprünglich handelt es sich bei diesen Konstruktionselementen um Flächenversteifungen, aber in räumlicher Kombination mehrerer Flächenversteifungen wirkt das Gesamtkonstrukt als Raumversteifung.

### 2.2.2 Sandwichstrukturen

Eine weitere Möglichkeit zur Versteifung ist die Anwendung einer Sandwichstruktur. Diese Verbundkonstruktion besteht aus einer oberen und unteren Deckschicht aus Blech oder Faserlaminat. Dazwischen befindet sich der leichte, druck- und schubfeste Kern, oder auch Stützstoff. Dieser kann aus Holz, Schaumstoff oder Metall bestehen und unterschiedliche Formen annehmen. Hier sind vor allem Varianten mit Waben, Stegen, und Vollmaterial (zum Beispiel ein Schaumstoffkern) zu nennen. Die drei Schichten werden beispielsweise durch ein Klebverfahren zusammengefügt und ergeben im Verbund hohe mechanische Festigkeit und Steifigkeit bei geringem Gewicht. Sie versteifen vorzugsweise großflächige Schalenelemente. Das Versteifungsprinzip ist dem des I-Trägers nachempfunden. Der Kernwerkstoff hält die beiden Deckschichten auf Abstand, so dass in ihnen bei einer Biegebelastung fast ausschließlich Normalspannungen auftreten, während der Kern Druck- und Schubspannungen erfährt [29, 13, 28].

## 2.3 Methoden und Technologien zur Bauteilversteifung

### 2.3.1 Bionik

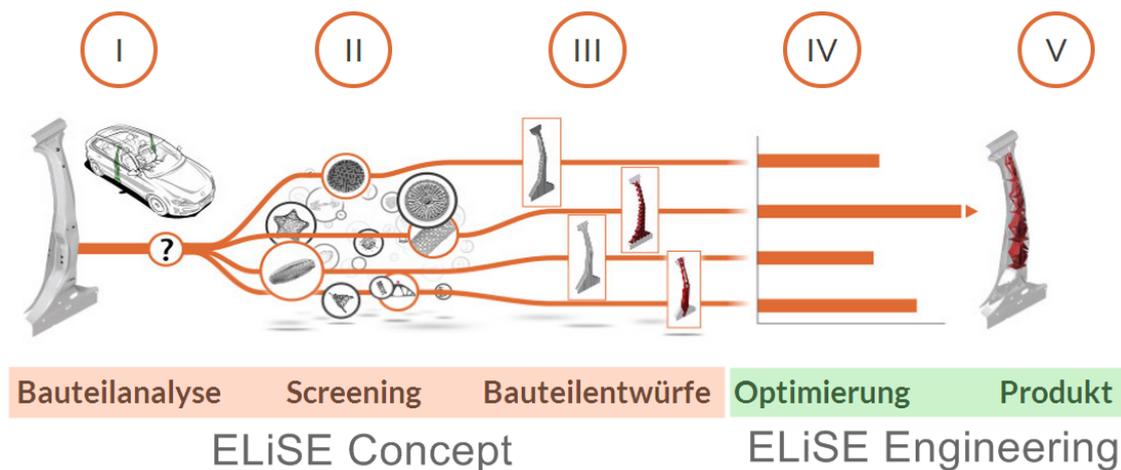
Grundlage der ELiSE-Philosophie sind die Diatomeen und Radiolarien und deren Skelette aus Siliciumdioxid ( $SiO_2$ ). Diese filigranen Gebilde stellen ein Pareto-Optimum an Leichtigkeit und Steifigkeit dar. Dies ist auf den seit über Millionen von Jahren vorhandenen Selektionsdruck zurückzuführen, dem die Planktonorganismen ausgesetzt sind. Zum einen müssen sie möglichst leicht sein, um nicht abzusinken und in der lichtdurchfluteten Schicht der Gewässer zu bleiben, um Photosynthese betreiben zu können, die überlebensnotwendig ist. Zum anderen müssen die Panzer eine extrem hohe Festigkeit aufweisen, um den Werkzeugen natürlicher Fressfeinde, wie zum Beispiel Ruderfußkrebse (*Copepoden*), standhalten zu können [21].

Heute sind über 100 000 Arten mit grundverschiedenen Skelettstrukturen bekannt. Nach genauerer Untersuchung der Skelette und Durchführung von Crash-Tests wird die enorm hohe Steifigkeit der Strukturen erkannt [12]. Es liegt nahe, das Wissen über die von der Natur voroptimierten Strukturen in die Konstruktion aktueller Produkte und Konstrukte einfließen zu lassen.

Diese Übertragung aus der Natur gewonnener Erkenntnisse auf die Konstruktionstechnik von

heute ist ein klassisches Beispiel für interdisziplinäres, bionisches Arbeiten und Entwickeln. Hier wird nach dem bekannten „Biology push“ Schema vorgegangen und das Potential der Natur genutzt. Dies bedeutet, dass die aus der grundlegenden Forschung an marinen Organismen gewonnen Erkenntnisse auf aktuelle Problemstellungen angewendet und somit effektive Lösungen erzielt werden können [27].

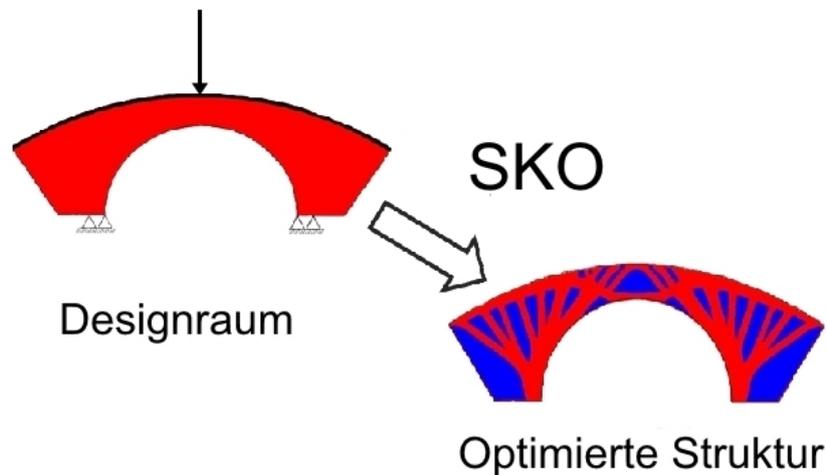
**ELiSE-Technologie** Die Abkürzung ELiSE steht für „Evolutionary Light Structure Engineering“. Ihre Gründung hatte sie durch Dr. Christian Hamm am Alfred-Wegener-Institut (AWI), welches zur Helmholtz-Gemeinschaft gehört. Nach der Eingliederung in die wirtschaftsnahe imare GmbH (Institut für Marine Ressourcen) steht ELiSE mittlerweile selbst vor der Ausgründung. Das fachlich breit aufgestellte Team bietet vielfältige Dienstleistungen im Bereich der Entwicklung von Produktkonzepten und –gestaltung über Optimierungen bis hin zu Prototyping und abgeschlossenen Produktplänen an (Abb. 6).



**Abbildung 6:** Schematische Abbildung des fünfteiligen ELiSE-Entwicklungsprozesses anhand der Entwicklung einer bionisch optimierten Struktur für eine B-Säule der Automobilindustrie, Ergebnis sind 34 % Gewichtsersparnis [12]

**SKO-Topologieoptimierung** Die Optimierung der Topologie fällt unter die Strukturoptimierung und ist ursprünglich unter dem Namen SKO (Soft-Kill-Option) nach Mattheck bekannt geworden [20]. Hierbei handelt es sich um eine gezielte Verteilung der Masse, um diese optimal im Sinne der Effizienz nutzen zu können. Eine eingeleitete Kraft fließt auf einfachstem Weg durch das Material zu den Lagerungen, die die Gegenkräfte aufbringen, wodurch die sogenannten Lastpfade entstehen. Diese können sich im Bauraum ausbilden, der am Anfang zur Verfügung gestellt wird. Begrenzender Faktor ist meistens die Angabe eines angestrebten, prozentualen Restgewichts. Ziel ist mit dem vorgegebenen Gewicht eine maximale Steifigkeit zu

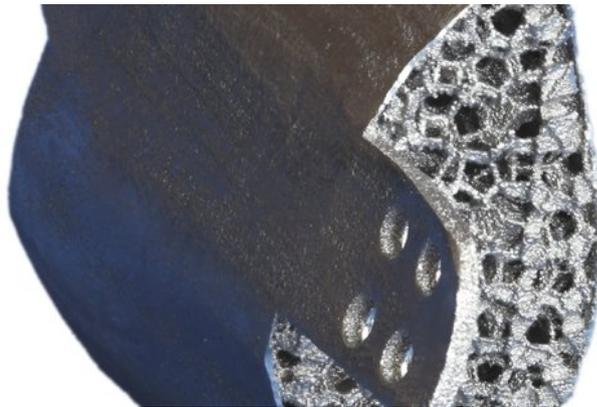
erreichen. Der Lösungsalgorithmus ist eine iterativ verwendete Abfolge von Schritten, die bei variierendem E-Modul FE-Analysen und Materialentfernungen durchführt. Dies bedeutet, dass Elemente, die nicht zum Lastabtrag benötigt werden, weggenommen werden, bis schließlich nur noch die essenziellen Lastpfade, die der angestrebten Massevorgabe entsprechen, vorhanden sind (Abb. 7).



**Abbildung 7:** Ausbildung von Lastpfaden (rechts, rot) aus einem ursprünglich massiven Designraum (links, rot) mit Randbedingungen (Lagerungen und Lastfall), nicht benötigtes Material in blau [20]

Über die Feinheit der Vernetzung des Bauraumes mit einem gewählten Elementtyp ist die Auflösung des Ergebnisses in Form der Kraftpfade wählbar. Auch hier gilt es, zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand abzuwägen. Hinzu kommt die Interpretation der Ergebnisse im Postprocessing[24, 20]. Diese Methode kommt bereits sowohl in mehreren kommerziellen Entstehungsprozessen der Produktentwicklung als auch in bereits bestehenden Produkten vor. Die Akzeptanz und weiterführende Verwendung des zeitsparenden, bionischen Entwicklungsprozesses wird durch eine VDI-Richtlinie weiter in die gängigen Fertigungsprozesse integriert [28, 17].

**MPTO** Multi Phase Topology Optimization, kurz MPTO, beschreibt eine dem Knochengewebe nachempfundene Struktur des Fraunhofer-Instituts für Fertigungstechnik und angewandte Materialforschung (IFAM). Hierbei wird mit Hilfe von modernsten Fertigungstechniken (AM) eine dichtegradiente zellulare Struktur aus Metallen oder Keramiken hergestellt, die bei minimalem Steifigkeitsverlust bis zu 30 % Gewichtsersparnis gegenüber herkömmlichen Produkten mit sich bringt. Es werden mindestens zwei unterschiedlich dichte Materialien an die mechanischen oder thermischen Lasten angepasst, und somit eine optimale Verteilung und Nutzung des Materials erreicht (Abb. 8) [5].

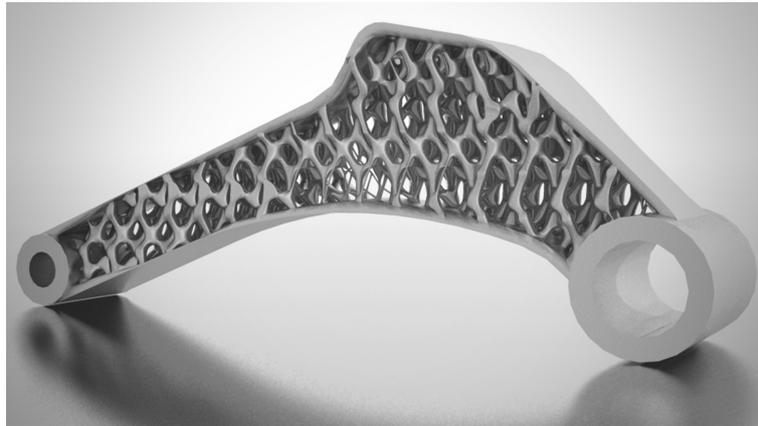


**Abbildung 8:** Medizinisches Kieferknochenimplantat mit durch MPTO optimierter, dichtegradierter Füllung [5]

**Gitterstrukturen nach Autodesk Within** Auch Autodesk Inc. hat ein Design-Tool und Konstruktions-Software entwickelt, welche mit filigranen Gitterstrukturen das Potential des AM voll ausnutzt. Mit dieser kostenpflichtigen Software ist es möglich variierende Materialdichten und von der Natur inspirierte Konstruktionspläne in einem Produkt zu vereinen. Hier wird beispielsweise die Materialverteilung im Knochen herangezogen. Dieser lagert Material in hoch belasteten Bereichen an, wohingegen schwach belastete Bereiche durch Materialabnahme angepasst werden [3].

Kernstück dieser Software ist ein Optimierungsalgorithmus, der unter Berücksichtigung von Bauteilparametern wie Gewicht, Spannung oder Verformung mit Hilfe von dichtegradienten Gitterstrukturen eine Lösung entwirft, die auf den vorliegenden Lastfall zugeschnitten ist. Das Ergebnis ist eine Leichtbau-Konstruktion, die möglichst kleine Einbußen in der Steifigkeit aufweist (Abb. 9).

Die Kombination der Within-Strukturen mit einer firmeninternen Optimierungssoftware und einem FE-Tool erlaubt die autonome LC-Adaption der Gitterstruktur genauso wie der äußeren Deckschichten eines Bauteils [3].

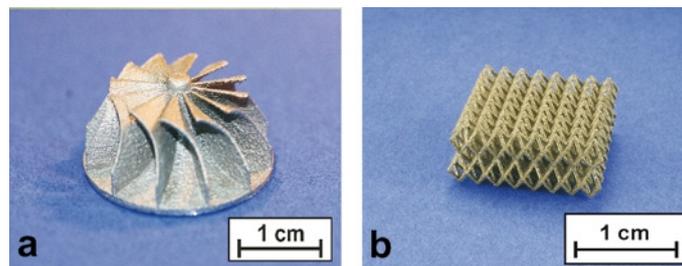


**Abbildung 9:** Durch AM gefertigter Leichtbau-Träger von AutoDesk mit Within-Füllstruktur [3]

## 2.4 Fertigungsverfahren AM

Bevor es zu einem Einsatz solcher filigranen, modernen Strukturen kommen kann, muss zuerst die Fertigbarkeit bewertet werden. Mit herkömmlichen Fertigungsverfahren ist die Herstellung komplexer Feinstrukturen nur überaus kostenaufwendig möglich, was sie trotz ihrer eventuellen Effektivität fast gänzlich unbrauchbar für den Markt macht.

Jedoch stark ansteigender Einsatz von generativen Fertigungsverfahren in der Produktfertigung machen die Umsetzung komplexer Gitterstrukturen überhaupt erst möglich. Es entstehen bis dahin unerreichte Freiheiten in der Formgebung und Bauteilgestaltung. Da Kurven, Wölbungen und Hohlstrukturen umsetzbar sind, kann dies neben einem gewissen ästhetischen Aspekt natürlich für solche komplexen, funktionellen Zwecke genutzt werden (Abb. 10).



**Abbildung 10:** Mit Hilfe des Laserstrahl-Schmelz-Verfahrens hergestellte Produkte: a Lüfterrad; b filigrane Gitterstruktur [16]

Eine stets wachsende Materialauswahl für das Additive Manufacturing kommt dem zukünftigen Einsatz der Gitterstrukturen zu Gute. Hier muss sich nicht mehr nur auf Kunststoffe und Polymer-Gips-Gemische beschränkt werden, sondern es befinden sich bereits Metalle mit besonderen Legierungen im Repertoire der Herstellungsmöglichkeiten.

Im Bereich der Hochleistungsstrukturen des Leichtbaus ist das Laserstrahl-Schmelz-Verfahren (Selective-Laser-Melting SLM) unterschiedlicher Metalle und deren Legierungen zu nennen, welches durch die schichtweise Verschmelzung des Metallpulvers sehr belastungsfähige Ergebnisse erreicht. Da bei diesen Verfahren innen liegende Strukturen im gleichen Arbeitsschritt wie der Rest des Bauteils gefertigt werden, wird eine minimale Zahl an Werkzeugen benötigt und eine schnelle Realisierung möglich. Diese Form der Fertigung findet sich bereits in einigen technischen Branchen. Da dieses Verfahren jedoch relativ unausgereift ist, werden immer neue Fertigungsversuche und deren Ergebnisse in speziellen Konstruktionsrichtlinien für Konstrukteure und Produktdesigner festgehalten. Dies geht auf die variierenden Werkstoffeigenschaften bei richtungsabhängigen Belastungen nach der Fertigung zurück [14].

### 3 Material und Methoden

Im folgenden Abschnitt werden die Methoden und das Vorgehen dieser Arbeit erklärt, wobei die benötigten Geräte, Programme und sonstige Hilfsmittel mit aufgeführt werden, die bei der Erstellung dieser Arbeit verwendet werden. Es wird mit folgenden Rechnern gearbeitet:

Privater Computer: Medion erazer Win 7 Home Premium Service Pack 1 64 Bit-Betriebssystem mit einem Intel Core i7- 2670QM (acht Arbeitskerne) mit CPU @2,20 GHz und 8 GB RAM

Workstation: Win 7 Home Premium Service Pack 1 64 Bit-Betriebssystem mit einem Intel Xeon CPU E5-2697 v2 (24 Arbeitskerne) @ 2,70 GHz (2 Prozessoren)

#### 3.1 Bauraum und Konstruktion

Um die Gitterstruktur von ELiSE vergleichen zu können, werden systematisch Referenzkörper erstellt. Ein maximaler Bauraum mit den Abmessungen 1x1x1 m wird festgelegt. Verwendetes Material ist der unlegierte Baustahl S235 (Tab. 1).

**Tabelle 1:** Materialkennwerte des verwendeten Stahls

Eigenschaft	Wert	Einheit
Material	S 235	
E-Modul	210	GPa
G-Modul	80,76	GPa
$R_s$	235	MPa
Dichte	7850	kg/m <sup>3</sup>

**Entdimensionierung** Aus Gründen der simpleren Vergleichbarkeit, werden die Abmessungen und das Gewicht entdimensioniert und diese einheitslosen Werte weiterverwendet. Die Kantenlänge der Würfel wird auf  $l = 1$  normiert. Die äußeren Abmessungen betragen für alle Modelle stets 1x1x1. Als Ausgangsmasse wird der ausgefüllte, maximale Bauraum mit dem Wert  $m = 1$  standardisiert.

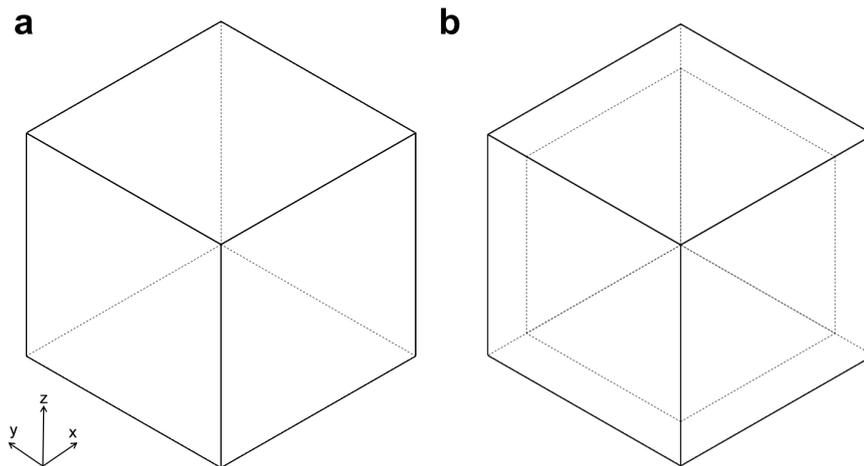
### 3.1.1 Ausgangsmodelle

**Solid** Als Ausgangskörper dient der Vollkörper. Konstruiert wird das Modell mit dem kommerziellen CAD-Programm SolidWorks (Version 2008 Servicepack 0.0) [7]. Wie festgelegt, beträgt  $m_{Solid} = 1$  (Abb. 11).

**Mantel** Als zweites Modell dient ein Hohlkörper mit einer festgelegten Wandung von  $0,1 \cdot l$  für alle sechs Seiten. Auch dieses im Vergleich simple Modell wird mit Hilfe von Solid Works erstellt (Abb. 11).

Die Masse  $m_{Mantel}$  des Mantel-Modells berechnet sich wie folgt:

$$m_{Mantel} = 1^3 - 0,8^3 = 0,488 \quad (2)$$



**Abbildung 11:** Ausgangsmodelle in isometrischer Ansicht mit verdeckten Kanten: a Solid-Modell  $m = 1$ ; b Mantel-Modell  $m = 0,488$

### 3.1.2 Veroptimierte Modelle

Für die weiteren Referenzkörper wird ein Hohlraum benötigt, um eine Struktur einzubringen. Um das Mantel-Modell später mit in den Modellvergleich miteinbeziehen zu können, dient seine Masse als Restriktionskriterium. Die Wandstärke der Würfelhülle für die veroptimierten Modelle wird auf  $0,03 \cdot l$  gesetzt, die die Masse  $m_{Huelle}$  hat:

$$m_{Huelle} = [1^3 - 0,94^3] = 0,169 \quad (3)$$

Die Differenz der Masse wird den voroptimierten Modellen zur Ausbildung einer Struktur  $m_{Struktur}$  bereit gestellt:

$$m_{Struktur} = 0,488 - 0,169 = 0,319 \quad (4)$$

Die folgenden Modelle werden also auf  $m_{Modell} = 0,488$  normiert.

Hierzu stehen  $m_{Struktur} = 0,319$  in 0,831 des maximalen Bauraums zur Verfügung.

**Topologieoptimierung** Die Konstruktion der topologieoptimierten Modelle gliedert sich in mehrere Teilschritte.

Als Erstes wird das Ausgangsmodell mit 1x1x1 auf den vorliegenden Lastfall optimiert. Die Wahl und Zusammenstellung der LCs fügt sich an dieses Kapitel an (siehe Kapitel 3.2.1). Es wird die Topologieoptimierung der ANSYS Workbench verwendet (Version 15.0.7) [2]. Hiermit lassen sich die Hauptlastpfade bei angegebenen Randbedingungen ermitteln. Für die Optimierung wird eine angezielte, prozentuale Restmasse angegeben. Bei deren Berechnung muss beachtet werden, dass die Seiten, die mit einer Randbedingung behaftet sind vom Programm als „frozen area“ betrachtet werden. Eine Angabe der gewünschten Restmasse ist also erst nach folgender Überlegung möglich:

Um eine genaue Berechnung der Masse zu ermöglichen, wird ein strukturiertes Netz (quadratische Elemente) auf den Körper angewendet. Elementgröße entspricht der Wandstärke von 0,03. Somit kann die Masse exakt berechnet werden, die auf die gewünschte Restmasse beaufschlagt werden muss. Hier wird die Masse der beiden ein Element starken Schichten (eine Seite Lagerung und eine Seite Krafteinleitung) berechnet, die stehenbleiben, da sie mit einer Randbedingung belegt werden und so in die gewünschte Restmasse mit eingerechnet werden müssen:

$$1 \cdot 1 \cdot 0,03 \cdot 2 = 0,06 \quad (5)$$

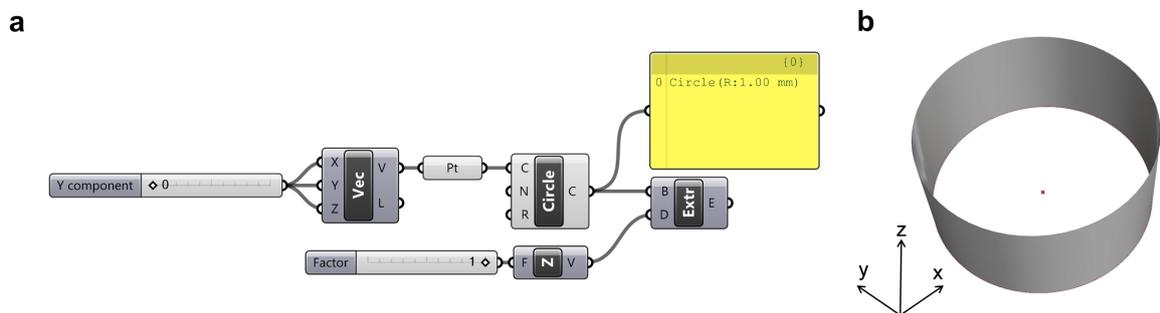
$$0,319 + 0,06 = 0,379 \quad (6)$$

Die gezielte Masseverteilung auf den angegebenen LC mit einer prozentualen Restmasse von 37,9 % liefert uns das Ergebnis der Optimierung. Vom entstandenen Körper werden die Koordinaten der Elementmitten und die dazugehörige Dichtewert der Topologieoptimierung als Tabelle in einer Datei abgelegt. Dies wird über ein ADPL-Skript gesteuert. Ein APDL-Skript (ANSYS Parametric Design Language) ist die programminterne Programmiersprache von ANSYS, durch die zusätzliche Arbeitsschritte und das Auslesen von Information bei beispielsweise Simulationen möglich ist [2]. In einem Grasshopper Skript werden diese Informationen nun zusammengeführt wodurch eine Punktwolke der Hauptlastpfade entsteht, die eine Weiterverarbeitung der Ergebnisse in Rhinoceros 3D 5 ermöglicht.

Rhinoceros 3D ist ein dreidimensionaler Grafikkmodellierer und CAD-Programm, mit vielfältigen Erweiterungsmöglichkeiten (Plugins) von Robert McNeel & Associates aus dem Jahr 2014 [25].

Es wird mit Rhinoceros 5 SR 11 gearbeitet.

Das Programm Grasshopper 3D ist eine der angesprochenen Erweiterungen für Rhino. Verwendet wird die Version 0.9.0076. Dieser Grafikeditor arbeitet parallel neben Rhino in einem gesonderten Fenster und basiert auf generativen Algorithmen [1]. Hierdurch werden in Form der graphischen Programmierung parametrisch veränderbare Konstruktionen ermöglicht. Es wird mit Hilfe von funktionalen Bausteinen gearbeitet, die man auf der Arbeitsfläche platziert und dann sinnvoll miteinander verbindet. Die Denkweise, die zu einer zielführenden Konstruktion führt, ähnelt der Logik aus dem IT-Bereich (Abb. 12).



**Abbildung 12:** Funktionsweise GH: Konstruktion eines Rohres, durch extrudierten Kreis mit festgelegtem Startpunkt und gewählter (Extrusions-)Höhe und Richtung: a GH-Benutzeroberfläche mit den Konstruktionsbausteinen; b R5 Element als Ergebnis

Die entstehende Konstruktion befindet sich bis jetzt nur theoretisch in der Rhino-Umgebung, kann aber zu jeder Zeit dort verankert werden, um eine weitere Modellierung in Rhino zu gewährleisten [1].

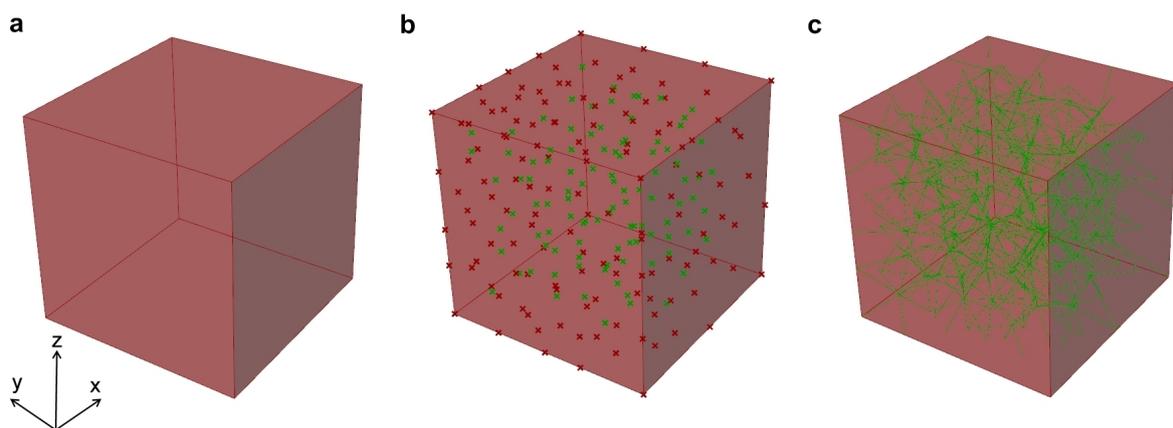
Um ein Modell erzeugen zu können, welches für eine FE-Simulation verwendet werden kann, werden Querschnitte der Punktwolke auf 0,1, 0,3, 0,5, 0,7 und 0,9 der drei Raumachsen durchgeführt. Die sich ergebenden, planaren Querschnitte aus Punktmustern werden von geschlossenen Kurven umfasst und diese bis zu der Oberseite der Hülle extrudiert. Mit Hilfe von variierenden Offset-Kurven wird dieser Vorgang so lange wiederholt, bis die normierte Gesamtmasse von  $m = 0,488$  erreicht ist. Es entsteht eine abstrahierte Form der Topologieoptimierung, die in Rhino verankert wird und so weiter verwendet werden kann. Die Modelle und ihre genauen Kurven zum extrudieren sind in den Ergebnissen zu finden (siehe Kapitel 4). Die Anschlussstellen der Strukturen der Topologieoptimierung an die Innenflächen der Würfelhülle werden mit SolidWorks verrundet ( $R = 10$  cm).

**ELiSE-Struktur** Die ELiSE-Struktur ist die zweite dreidimensionale, voroptimierte Füllstruktur, die wie folgt in der Würfelhülle integriert wird.

Mit Hilfe einer Punkteverteilung (GH-Komponente von ELiSE) werden die zukünftigen Knotenpunkte auf der Außenhülle und im Inneren der Würfelhülle generiert. Das Ziel ist eine relativ gleichmäßige Verteilung der Punkte in und auf dem Würfel.

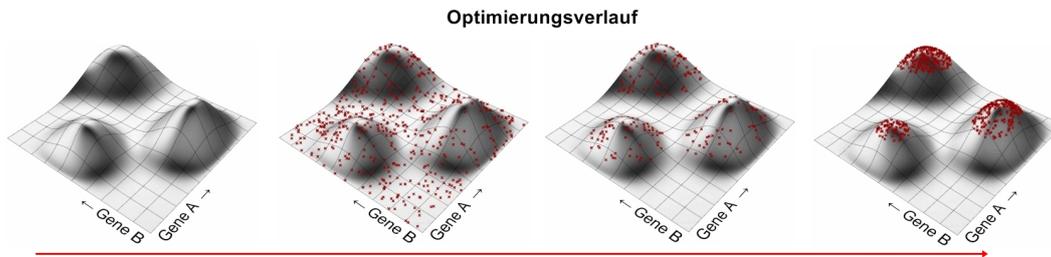
Hierzu verteilt die Komponente vorerst zufällig Punkte und konstruiert eine Kugel mit einem wählbaren Radius „globale Meshsize“  $gM$  um jeden gesetzten Punkt. Dies setzt die Dichte der Punkteverteilung im gesamten, zur Verfügung gestellten Raum fest. Es wird  $gM = 0,3$  gewählt. Anschließend minimiert der Algorithmus iterativ die auftretenden Überlappungen von Kugeln, bis diese möglichst klein sind oder nicht mehr auftreten. Hierzu werden bei Bedarf zusätzliche Punkte hinzugefügt, oder überflüssige entfernt. Es stehen neben  $gM$  weitere Verteilungsparameter zur Verfügung.

Für eine lokale Änderung der Verteilungsdichte wird eine Kugel mit dem Radius  $r_a = 1$  eingebracht. Sie besitzt zudem einen inneren Radius  $r_i$  mit einer eigenen Verteilungsdichte „lokal Meshsize“  $lM = 0,1$ . Zwischen  $r_i$  und  $r_a$  wird linear von  $lM$  zu  $gM$  interpoliert, sodass sich eine gerichtete Verteilung ergibt. Die generierten Punkte werden anschließend durch Linien verbunden und in Balken-Elemente überführt. Zur Suche und Verbindung zu benachbarten Punkten werden Begrenzungen festgelegt. Der maximal entstehende Winkel zwischen zwei Stäben wird hier auf  $45^\circ$  gesetzt, wobei dies an die Druck- und Zugkegel-Theorie von Mattheck angelehnt ist [20]. Die Anzahl der Verbindungen pro Knoten ist ebenfalls auf 15 limitiert. Mit Hilfe der lokalen Variabilität der Verteilungsdichte der Punkte und einem Optimierungs-Werkzeug können die Strukturen so auf die ersten vier Grundlastfälle voroptimiert werden, wodurch man vier unterschiedliche Modelle erhält (Abb. 13).



**Abbildung 13:** Entstehungsschritte der ELiSE-Struktur: a Würfel 1x1x1; b Ergebnis der Punkteverteilung (grüne Punkte im Innenraum, rote Punkte auf der Mantelfläche); c Ergebnis der Suche nach benachbarten Punkten und Verbindung durch Linien (grün)

Zur Vorooptimierung wird Galapagos verwendet, wobei es sich um ein Programm handelt, welches mit Hilfe von evolutionären Algorithmen zugewiesene Parameter („Genome“) so modifiziert, dass die zugewiesene Fitnessfunktion ein möglichst globales Optimum einnimmt [26]. Das gezielte Setzen von sinnvollen Ober- und Untergrenzen der Parameter ist notwendig. Die Parameter und die Fitness ergeben eine Fitnesslandschaft, welche aus Senken und Erhebungen besteht. Der Fitnesswert zufällig getroffener Kombinationen wird berechnet und die Ergebnisse werden klassiert. Gut abschneidende Kombinationen werden für weiterführende Kombinationen (Generationen) verwendet, bei denen sich in kleinen Schritten einem Optimum angenähert wird (Abb. 14). Ziel ist es, das globale Optimum zu finden. Hierbei besteht immer das Risiko ein lokales Optimum zu finden, was jedoch durch korrekte Einstellungen innerhalb des Optimierers geschmälert werden kann -jedoch nicht auszuschließen ist [26].



**Abbildung 14:** Fitnesslandschaft mit Tälern und Bergen im Optimierungsverlauf fortlaufender Generationen mit zwei Parametern (Gene A und Gene B); hohe Fitness wird durch Erhebungen dargestellt; Ergebnisse der Testkombinationen als rote Kreuze; zunehmende Konzentration der Testkombinationen im Verlauf auf Optima [26]

Für die hier vorliegende Optimierung sind die  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Koordinaten des Mittelpunktes der Attraktorkugel ( $-1 < x, y, z < 1$ ) und deren innerer Radius  $r_i$  ( $0 < r_i < 1$ ) die zugewiesenen Parameter. Hierdurch soll eine autonome Verdichtung an hoch belasteten Bereichen stattfinden und das Modell so auf den LC voroptimiert werden. Die Kugel mit dem Dichtegradienten kann ganz im Würfel oder komplett außerhalb angebracht werden. Zusätzlich kann das Einflussgebiet der höheren Punktdichte durch die Radiuswahl adaptiert werden.

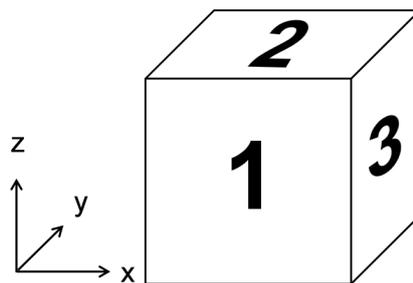
Als Fitnesswert wird die Steifigkeit des Modells herangezogen, indem die Verschiebung aller Knoten des Modellnetzes gemittelt und dieser Wert zu minimieren versucht wird. Die FE-Simulation wird von dem GH-Plugin karamba übernommen. Dies wird im folgenden Kapitel genauer erklärt (siehe Kapitel ). Pro Generationszyklus werden maximal 50 Individuen zugelassen, wovon je 5 % mit in die nächste Generation genommen werden. Nach anfänglichen zehn Generationen, wird die Optimierung dann abgebrochen, wenn innerhalb von fünf aufeinanderfolgenden Generationen kein besserer Fitnesswert erzielt wird.

Ziel für die Füllstruktur ist wiederum  $m_{ges} = 0,488$ , was nach der Strukturfindung in Form des Balkendurchmessers und deren Wandstärke angenähert wird. Für die Balken wird ein Rohrprofil gewählt. Es entsteht ein Simulationsmodell in karamba aus Schalen ( $m_{Huelle} = 0,169$ )- und Balken ( $m_{Struktur} = 0,319$ )-Elementen. Die Resultate der Optimierung sind unter den Ergebnissen zu finden (siehe Kapitel ).

## 3.2 Simulation

### 3.2.1 Lastfälle LCs

Um einer realistischen Belastung nahe zu kommen, sind die sieben Lastfälle breit gefächert und setzen sich sowohl aus LCs mit nur einer Belastungsart, als auch kombinierten Belastungen zusammen. Es ergibt sich eine Unterteilung in drei Kategorien. Um die Nomenklatur zu vereinfachen wird die Seitenbezeichnung der Würfelseiten und das globale Koordinatensystem normiert (Abb. 15).



**Abbildung 15:** Exemplarisches Würfel-Modell zur Standardisierung der Seitenflächen und Raumrichtungen; die Werte gegenüberliegender Seiten addieren sich zu sieben auf

Im Folgenden werden die Belastungsfälle ohne konkrete Kräfte aufgeführt, da diese experimentell ermittelt werden und die ersten Ergebnisse in Form einer Testreihe bilden (siehe Kapitel 3.2.2).

#### Normalkräfte

Jeder Kraftvektor kann in zwei Komponenten zerlegt werden. Als Normalkräfte sind diejenigen zu bezeichnen, die senkrecht auf der Fläche stehen, auf die sie aufgetragen werden.

#### LC1-Druck

- Seite 5 Festeinspannung, Seite 2 Krafteinleitung

#### LC2-Zug

- Seite 1 Festeinspannung, Seite 6 Krafteinleitung

### Tangentialkräfte

Die zweite Komponente eines beliebigen Kraftvektors sind die Tangentialkräfte. Sie wirken parallel zu den Auflageflächen.

### LC3-Torsion

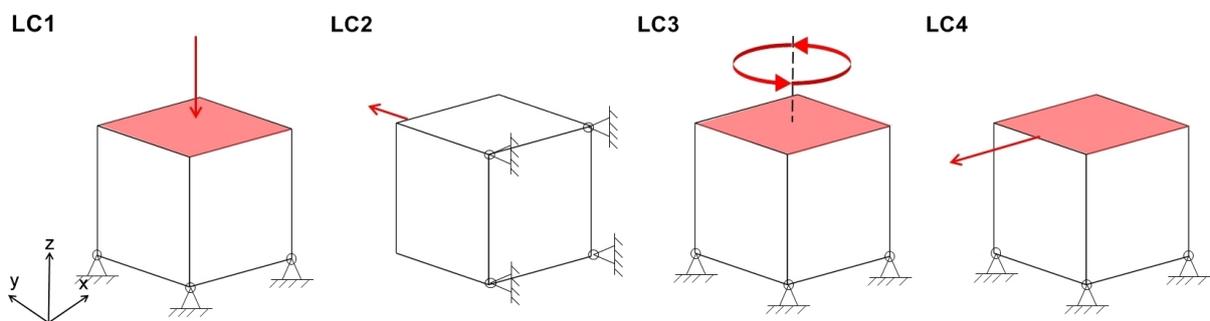
- Aufbringung mit Hilfe einer Rigid Body Element-Spinne (RBE)

Diese sehr steifen, masselosen (Stab-)Elemente (rigid body element) sind eine Hilfskonstruktion und dienen der Krafteinleitung oder -übertragung in einen Körper [9]

- Seite 5 Festeinspannung, Seite 2 Krafteinleitung des Moments

### LC4-Scherung

- Seite 5 Festeinspannung, Seite 2 Krafteinleitung (Abb. 16)



**Abbildung 16:** Übersicht über die ersten vier (Grund-)Lastfälle; Rot stellt eine Kraft oder ein Moment dar; Richtungsangabe durch Pfeile

### Lastkombinationen

#### LC5-Torsion und Druck (Verwendetes Modell aus LC3)

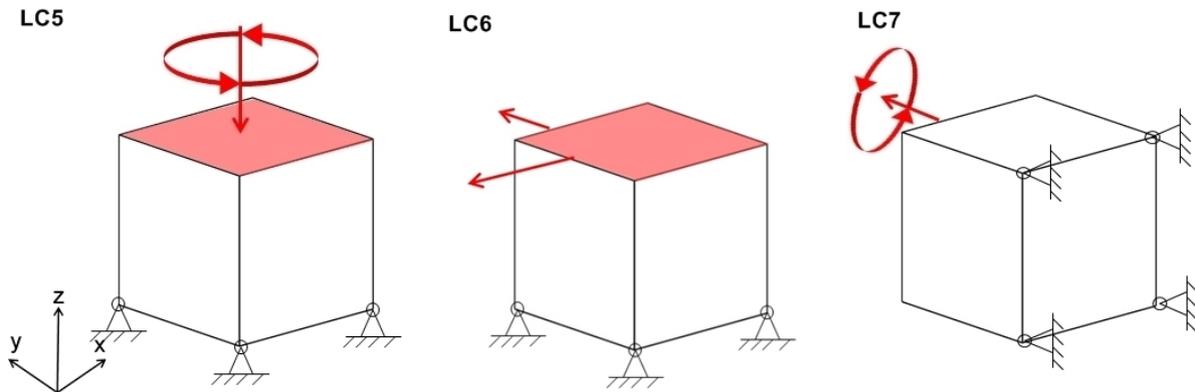
- Seite 5 Festeinspannung, Seite 2 Krafteinleitung, Torsion via RBE-Spinne

#### LC6-Scherung und Zug (Verwendetes Modell aus LC4)

- Seite 5 Festeinspannung, Seite 2 Krafteinleitung Scherung, 6 Zug

#### LC-Zug und Torsion (Verwendetes Modell aus LC2)

- Seite 1 Festeinspannung, Seite 6 Krafteinleitung, Torsion via RBE-Spinne (Abb. 17)



**Abbildung 17:** Übersicht über die kombinierten Lastfälle fünf bis sieben; Rot stellt eine Kraft oder ein Moment dar; Richtungsangabe durch Pfeile

Die aufgeführten LCs werden auf jedes Modell aufgebracht, um anschließend eine FE-Analyse durchzuführen und diese zu bewerten.

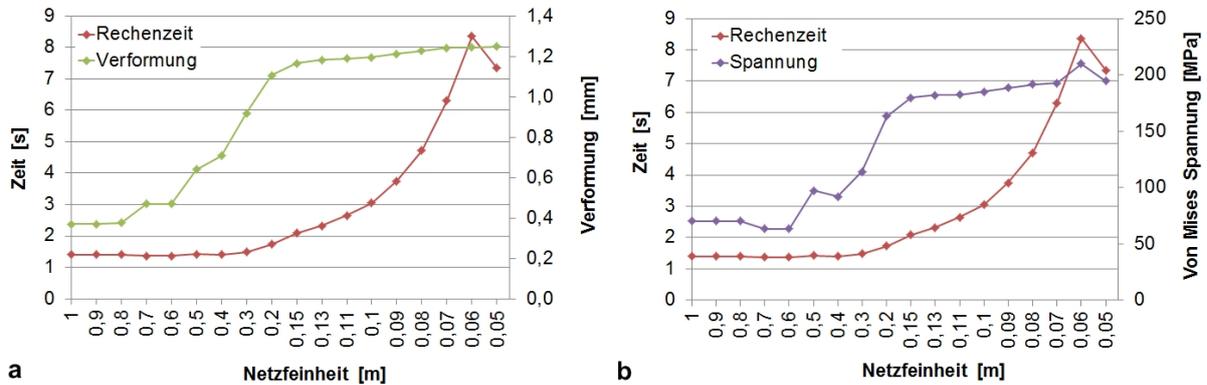
### 3.2.2 Dimensionierung der Kräfte

Weil das ausschlaggebende Kriterium die homogene Spannungsverteilung sein soll, werden die Lasten der LCs kontinuierlich gesteigert, bis maximale Materialauslastungen (Utilization) von circa 80 % auftreten. Damit werden Spannungen unter  $R_s$  angezielt, die zwar gute Materialauslastungen liefern, aber noch nicht zu plastischen Verformungen führen. Als Ausgangskörper wird das Mantel-Modell gewählt. Die gewünschten Materialauslastungen treten bei 10 MPa für Druck, Zug und Scherung auf. Für die Torsion wird mit  $1,5 \cdot 10^4$  kNm gearbeitet. Diese Beträge werden für alle Modelle und LCs verwendet. Bei einer LC-Kombination treten bereits beim Testmodell leicht überbelastete Stellen auf, da dies aber nur sehr kleine Bereiche betrifft und vom Wertungssystem der  $C$ -Wert-Berechnung entsprechend bewertet wird, wird dies vernachlässigt.

### 3.2.3 Gitterstudie

Da mit FE-Programmen Belastungen auf Körper und deren Auswirkungen simuliert und angenähert werden, muss vorerst eine geeignete Vernetzungsgröße der Körper ermittelt werden. Diese Auflösung in Einzелеlemente entscheidet über die Genauigkeit der Ergebnisse. Der genauen und möglichst feinen Auflösung steht die benötigte Zeit für die Berechnung gegenüber. Es muss also ein Kompromiss zwischen der Elementgröße und der benötigten Simulationszeit

gefunden werden. Hierfür wird eine Testreihe mit beständig kleiner werdenden Elementen an einem Testkörper durchgeführt und die jeweilige Simulationszeit protokolliert. Es wird sowohl Spannung als auch Verformung als Testkriterium herangezogen (Abb. 18).



**Abbildung 18:** Testreihe zur Netzfeinheit in ANSYS R15.0; Punktediagramm verbunden durch Trendlinie: a Testreihe mit Netzfeinheit gegenüber Rechenzeit (rot) und der Verformung (grün); b Netzfeinheit gegenüber der Rechenzeit (rot) und der Von Mises Vergleichsspannung (lila)

Alle Elementgrößen über 0,2 m führen zu falschen Ergebnissen. Ab einer Elementgröße von 0,15 m ändert sich das Ergebnis nur noch leicht. Ab hier sind die Ergebnisse als annähernd richtig anzunehmen, und die Rechenzeit wird zum ausschlaggebenden Kriterium. Bei circa 50 % der maximalen Rechenzeiten liegt die Elementgröße von 0,1 m, auf die sich für alle folgenden Versuche festgelegt wird.

### 3.2.4 Programme

**ANSYS-Statisch mechanische Analyse** Das Tool für statisch-mechanische-Analysen ist eine Unterkategorie der Strukturanalysen der Ansys Workbench. Mit ihr können Verformungen, Spannungen, Dehnungen usw. unter statischen Lastfällen innerhalb eines Bauteils ermittelt werden. Dies bedeutet, dass das Bauteilverhalten im Bereich der Hook'schen Gerade betrachtet wird und nur ein Zeitschritt berechnet wird. Da plastische Verformungen eine Weiterverwendung des Bauteils ausschließen, ist der Spannungsbereich, welcher zu dauerhafter Verformung führt, auf alle Fälle zu vermeiden.

Bei der Finite-Elemente-Methode handelt es sich um ein numerisches Lösungsverfahren zur Analyse der Spannungsverteilung in Bauteilen nach eingeleiteten Kräften. Die Geometrie wird in endlich viele Elemente unterteilt, die durch ihre eigene Elementsteifigkeitsmatrix bestimmt sind. Dies wird „Meshing“ oder „Vernetzung“ genannt. Hier fällt die gewählte Art des Elementtyps am schwersten ins Gewicht, da es die Ansatzfunktion der Verformungsannahme be-

stimmt. Es besteht die Möglichkeit von linear, über quadratisch und kubisch usw. zu wählen. Die entsprechenden Elemente sind zum Beispiel Balken-, Schalen- oder Platten- und Volumenelemente. Die Wahl der Ansatzfunktion bestimmt den Näherungscharakter der Berechnung und ist ausschlaggebend für die Verwendbarkeit der Ergebnisse. Die Elemente sind über Knoten miteinander verbunden und simulieren durch deren Freiheitsgrade das linear elastische Verhalten des Materials. Aufsummiert ergeben diese Elementsteifigkeitsmatrizen die globale Steifigkeitsmatrix des Bauteils. Dieses Gleichungssystem gilt es vom Rechner durch numerische Lösungsverfahren zu lösen. Verwendet wird ein iterativer PCG-Solver (preconditioned conjugate gradient solver) mit einer Toleranz von  $1.0 \cdot 10^{-08}$  m. Durch Hinzufügen von Randbedingungen werden die Krafteinleitung und die Anbindung an die Lager gewährleistet. Nach der Berechnung findet das Postprocessing statt, wobei Ergebnisse wie Spannungen, Verformungen und Auflagerreaktionen optisch farbcodiert für den Benutzer aufgearbeitet werden und somit ausgewertet werden können [9].

Es werden Tet-10 Elemente verwendet, die vier Eckknoten und sechs Knoten in den Kantenmitten besitzen. Durch diese Mittenknoten ist eine quadratische Ansatzfunktion für die Knotenverschiebung innerhalb eines Elements gewährleistet [9]. Auch hier wird eine homogene Netz mit Elementgröße von 0,1 verwendet.

Trotz allem sollte nicht vergessen werden, dass es sich hierbei um eine Approximation der Realität handelt und die Ergebnisse nicht exakt zutreffen [2]. Um die Annäherung genau zu bestimmen und die Aussagekraft der FE-Methode zu verifizieren, wird eine Plausibilitätsrechnung durchgeführt.

**karamba 3D** Das integrierbare Plugin Karamba 3D ist das FEM-Analysetool für mechanisch-statische Strukturbelastungen und fügt seine Funktionen in die Menüleiste des Grasshopper Plugins ein [23]. Beinhaltete Elemente sind neben den zweidimensionalen Stäben Schalen und Balken. Verwendet werden lineare Schalen-Elemente mit Vernachlässigung der transversalen Schubverformung, die auf der Kirchhoff-Theorie basieren (siehe Kapitel 3.2.5). Sie besitzen sechs Freiheitsgrade pro Knoten. Die Balkenelemente verwenden ein Polynom dritten Grades als Verschiebungsfunktion, womit exakte Berechnung der Verformung entsprechend der Bernoulli-Balkentheorie gewährleistet ist. Die Analyse-Komponente arbeitet mit einem Lösungsalgorithmus ersten Grades, womit der Einfluss von axialen Kräften vernachlässigbar ist [23]. Verwendet wird die Version 1.1.0 von 2015. Zur Spannungsbewertung wird die Von Mises Vergleichsspannung herangezogen. Zudem können Verschiebungen, und Utilization-Werte der Elemente farbig codiert und ausgelesen werden. Zur Vernetzung der Modelle werden triangulierte Elemente mit einer Kantenlänge von 0,1 verwendet.

### 3.2.5 Plausibilitätsrechnung

Um die Ergebnisse der FE-Simulationsprogramme berechnigt verwenden zu können, werden diese mit einer manuellen Plausibilitätsrechnung verglichen. Es wird je ein Modell der Simulationsprogramme karamba und ANSYS dem analytisch gerechneten Modell gegenüber gestellt. Um eine Nähe zu den angewendeten Lastfällen zu geben, wird eine Platte orthogonal mit einer Flächenlast beaufschlagt und deren maximale Durchbiegung  $w_{max}$  errechnet.

Die quadratische,  $h = 10$  mm starke Platte mit einer Seitenlänge von  $a = 1$  m wird auf einer Teilfläche mit einer konstanten Flächenlast von  $p_0 = 0,01$  MPa beaufschlagt. Für das Validierungsbeispiel sind folgende Voraussetzungen der Kirchhoff'schen Plattentheorie erfüllt [8]:

#### Geometrie

- ebene, unbelastete Plattenmittelfläche
- konstante Dicke  $h$
- $h \ll a$

#### Belastung:

- Einwirkung (Lasten, Lagerkräfte) orthogonal zur Mittelfläche

#### Verformung:

- kleine Durchbiegungen relativ zu der Plattengröße
- Punkte auf der Mittelfläche verschieben sich nur orthogonal zur Plattenebene

#### Werkstoff:

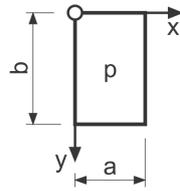
- homogen und isotrop
- linear-elastisches Werkstoffverhalten
- zeitunabhängiges Verhalten

Um die Ergebnisse unterschiedlicher Simulationsprogramme möglichst genau anzunähern, werden so viele Parameter wie möglich angeglichen (Tab. 3).

**Tabelle 2:** Standardisierung der Parameter für die Plausibilitätsrechnung

Kriterium	Einstellung
Elementtyp	trianguliert, bzw. Tetraeder (Tet10)
Elementgröße [m]	0,03
Vernetzung	regelmäßig
Material	S 235
Lagerung	vierseitig, gelenkig gelagert

Zusätzlich zu der vierseitig, gelenkig gelagerten Platte kommt die Randbedingung hinzu, dass die Ecken gegen Abheben gesichert sind (Abb. 19).



Randbedingungen:

$$x = 0 \quad \text{und} \quad x = a: \quad w = m_x = 0$$

$$y = 0 \quad \text{und} \quad y = b: \quad w = m_y = 0$$

**Abbildung 19:** Gelenkig gelagerte Rechteckplatte unter Gleichlast  $p$  mit Randbedingungen [10]

Für die analytische Lösung wird zuerst die Plattensteifigkeit  $N$  und anschließend die maximale Plattendurchbiegung  $w_{max}$  berechnet [18].

**Tabelle 3:** Verwendete Variablen und ihre Werte für die analytische Berechnung der Plattendurchbiegung  $w_{max}$

Variable	Symbol	Wert
Druck [MPa]	$p_0$	0,01
E-Modul [GPa]	$E$	210
Höhe [m]	$h$	0,01
Kantenlänge [m]	$a$	1
Querkontraktionszahl	$\nu$	0,3

Die Plattensteifigkeit  $N$  ergibt sich nach [18] wie folgt:

$$N = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (7)$$

Die Plattensteifigkeit  $N$  wird zur Berechnung der maximale Durchbiegung  $w_{max}$  eingesetzt:

$$w_{max} = \frac{1 \cdot p_0 \cdot a^4}{246,16 \cdot N} \quad (8)$$

Die Ergebnisse sind in einer Tabelle gegenübergestellt (Tab. 4).

**Tabelle 4:** Gegenüberstellung der Simulationsergebnisse und der analytischen Rechnung

	Durchbiegung [mm]	Abweichung [%]
analytische Lösung	2,1125	
ANSYS	2,1028	0,46
karamba	2,1120	0,02

Wie die Ergebnisse zeigen, weicht die Simulationen von karamba nur um 0,02 % von der analytischen Berechnung ab. Bei ANSYS beläuft sich die prozentuale Differenz auf 0,46 %. Die Unterschiede gelten als vernachlässigbar und die Ergebnisse der Simulationen als annähernd korrekt.

### 3.3 Bewertungssystem

Um das Verhalten der einzelnen Testkörper auf die LCs bewerten zu können und die Körper untereinander vergleichen zu können, werden hauptsächlich zwei Bewertungskriterien angewendet.

#### 3.3.1 Homogene Spannungsverteilung

Beim ersten Bewertungskriterium handelt sich um ein ELiSE-internes Wertungssystem zur Bewertung der Spannungsverteilung (Von Mises Vergleichsspannung) in einem Volumenbauteil, wobei eine möglichst homogene Spannungsverteilung das Ziel ist. Es geht also nicht vorrangig um maximale Spannungen, sondern um deren allgemeine Verteilung und die daraus folgende Nutzung des Materials. Es handelt sich um eine statistische Auswertung, wobei das Ergebnis  $C = 1$  den optimalen und zugleich maximal erreichbaren Wert darstellt. Negative Werte weisen auf eine starke Überbelastung des Bauteils hin, und werden auf  $C = 0$  gesetzt, was den schlechtesten Wert darstellt.

Jedem Element wird die höchste Spannung zugeordnet, die an einem der Knoten des Elements anliegt. Diese werden durch die Verrechnung mit der Streckgrenze auf  $\sigma_{rel}$  genormt und als geordnete Liste abgelegt. Es schließt sich eine Einteilung der Spannungen in 15 Klassen an, woraus eine statistische Häufigkeitsverteilung erlangt wird.

Es schließt sich eine weitere Einteilung in drei große Bereiche an, die unterschiedliche Vorfaktoren zur Bewertung erhalten. Zuerst wird ein optimaler Spannungsbereich festgelegt, der hier

zwischen  $0,8 < \sigma_{ref} < 1,0$  liegt. Elemente mit dieser Spannung werden mit dem Faktor null gewertet und gehen so nur indirekt in die Wertung ein.

Unterhalb des optimalen Spannungsbereichs werden die auftretenden Spannungen abhängig von ihrem Abstand zum Optimum ( $\sigma_u - \sigma_j$ ) mit dem Faktor  $k_u = 1$  bewertet. Es findet also eine linear steigende Bewertung der als schlecht befundenen Spannungen statt. Um das Volumen  $V_j$  der Elemente zu gewichten, werden diese mit in die Bewertung der gewichteten Häufigkeit  $H_u$  integriert. Somit haben kleinere Elemente auch einen kleineren Einfluss auf die Gewichtung:

$$H_u = k_u \sum_j \frac{(\sigma_u - \sigma_j) \cdot V_j}{\sigma_u V_{ges}} \quad (9)$$

mit:

$\sigma_u$	Untere Grenze des optimalen Spannungsbereichs
$\sigma_j$	Spannung des j-ten Elements
$H_x$	Gewichtete Häufigkeiten der Spannungen unterhalb ( $x = u$ ), innerhalb ( $x = i$ ) und oberhalb ( $x = o$ ) des Optimums
$k_u$	Bewertungsfaktor für Spannungen unterhalb des optimalen Spannungsbereichs, Standard = 1
$V_{ges}$	Volumen des Bauteils oder der Bauteilgruppe
$V_j$	Volumen des j-ten Elements

Die Wertung für Spannungen über dem Optimum erfolgt nach ähnlichem Muster. Lediglich der Wertungsfaktor  $k_o = 5$ , womit eine Überlastung des Bauteils negativer bewertet wird als eine Unterbelastung. Dies ist dem Eintreten von plastischen Verformungen und einem eventuellen Bauteilversagen geschuldet:

$$H_o = k_o \sum_j \frac{(\sigma_j - \sigma_o) \cdot V_j}{\sigma_o V_{ges}} \quad (10)$$

mit:

$\sigma_o$	Obere Grenze des optimalen Spannungsbereichs
$k_o$	Bewertungsfaktor für Spannungen oberhalb des optimalen Spannungsbereichs, Standard = 5

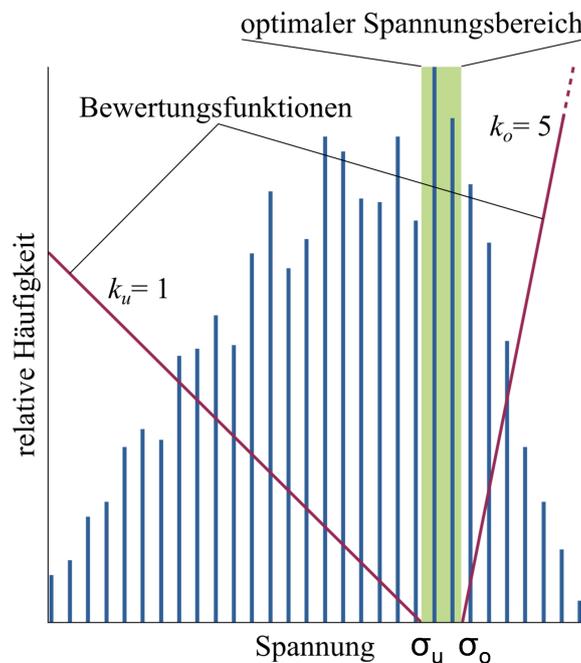
Die gewichteten Häufigkeiten werden nun im Kennwert  $C$  der Spannungsverteilung verrechnet:

$$C = 1 - (H_u + H_o) \quad (11)$$

mit:

$C$  Kennwert der Spannungsverteilung

$C = 1$  würde bedeuten, dass alle Spannungen im gewünschten Spannungsintervall liegen. Je näher also  $C$  an eins liegt, desto homogener ist die Spannungsverteilung und das Material des Körpers ist effizient genutzt (Abb. 20).



**Abbildung 20:** Exemplarische Spannungsverteilung mit relativen Häufigkeiten (blau), den linear ansteigenden Bewertungsfunktionen (rot) und dem optimalen Spannungsbereich (grün) mit seiner Ober- und Untergrenze  $\sigma_u$  und  $\sigma_o$

Durch diese Idealisierung und Volumengewichtung fließen übergroße Kerbspannungen und andere Singularitäten nur minimal in eine Bewertung mit ein, und eine Gesamtanalyse des Bauteils in Bezug auf Materialeffizienz wird ermöglicht. Für die ELiSE-Strukturen, die aus einer Mischung von Schalen- und Balken-Elementen bestehen, wird je ein separater Verteilungswert ermittelt. Diese werden anschließend in ihrem Masseverhältnis (Hülle zu Strukturfüllung) verrechnet. Dieser Mischwert wird als Kennwert des gesamten Modells angenommen.

### 3.3.2 Maximalwerte der Spannung und Verformung

Um weitere Vergleichskriterien zu ermitteln, wird die auftretende, maximale Verformung und die höchste ermittelte Von Mises Vergleichsspannung der Simulation dokumentiert. Die Verformung lässt gut auf die Steifigkeit des Modells und eventuelle, lokale Schwachstellen schließen, wohingegen die Spannungsanalyse Daten zu den Materialüberbelastungen liefert. Zusätzlich werden Bilder der Spannungsverteilung und der Verformung der Simulationen aufgenommen.

### 3.3.3 Anwendung der Bewertungskriterien

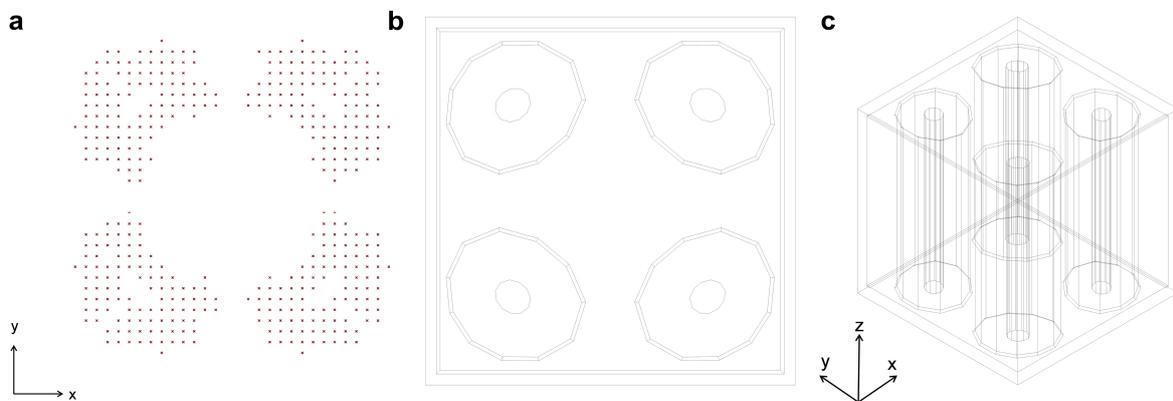
Die Ergebnisse werden für jeden separaten LC dargestellt. Maximale Von Mises Vergleichsspannung, die maximale, auftretende Verformung und das Bewertungskriterium der homogenen Spannungsverteilung  $C$  der vier Testkörper werden gegenübergestellt. Dies wird anhand eines Säulendiagramms veranschaulicht, wobei das Kriterium und die Verformung an der vertikalen Sekundärachse gemessen werden. Gleichzeitig wird die Spannungsverteilung genauer differenziert und in drei Bereiche unterteilt. Der prozentuale Anteil unter, im, und über dem optimalen Spannungsbereich werden angezeigt. Auch diese Aufteilung wird durch ein Säulendiagramm verdeutlicht. Beim Beschreiben der Ergebnisse sind die verwendeten Ergebnisse auf maximal zwei Nachkommastellen gerundet. Unterstützt werden die Ergebnisse durch Aufnahmen der FE-Simulationen, indem die farbcodierten Bildern aus den Analysen der einzelnen Modelle dargestellt werden. Hier können die im ersten Teil verglichenen maximalen Spannungen und Verformungen optisch lokalisiert werden.

## 4 Ergebnisse

### 4.1 Modelle aus der Vorooptimierung

#### 4.1.1 Topologieoptimierung

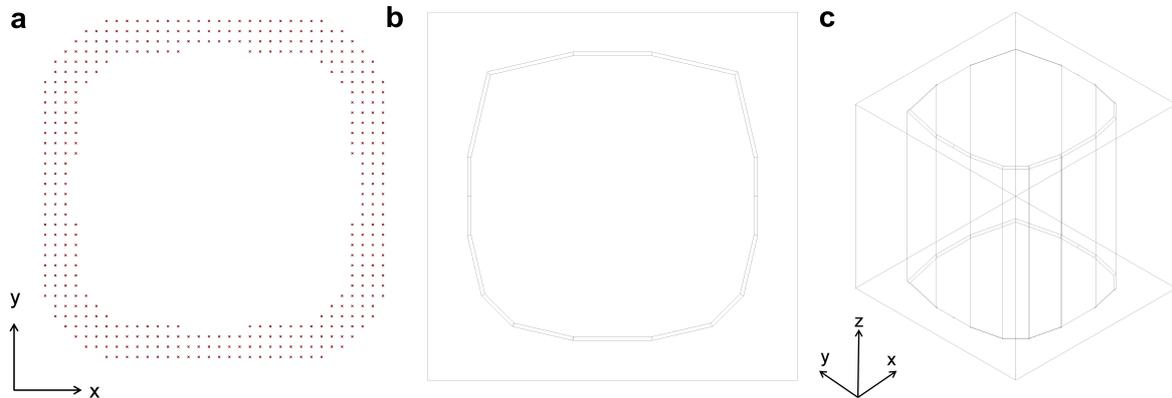
**LC1-Druck und LC2-Zug** Die Ergebnisse der Optimierung auf Druck und Zug sind deckungsgleich, weswegen sie zusammengefasst werden. In der Topologieoptimierung entstehen vier Säulen in Richtung der Krafteinwirkung, die innen hohl sind (Abb. 21).



**Abbildung 21:** LC1-Druck und LC2-Zug: a Querschnittsmuster in der x-y-Ebene bei  $z = 0,5$  durch die Punktwolke der Topologieoptimierung in R5-Umgebung; b Modell-Kontur Draufsicht; c Isometrische Ansicht, aus der Punktwolke abstrahiertes Modell ( $m = 0,488$ );

#### LC3-Torsion

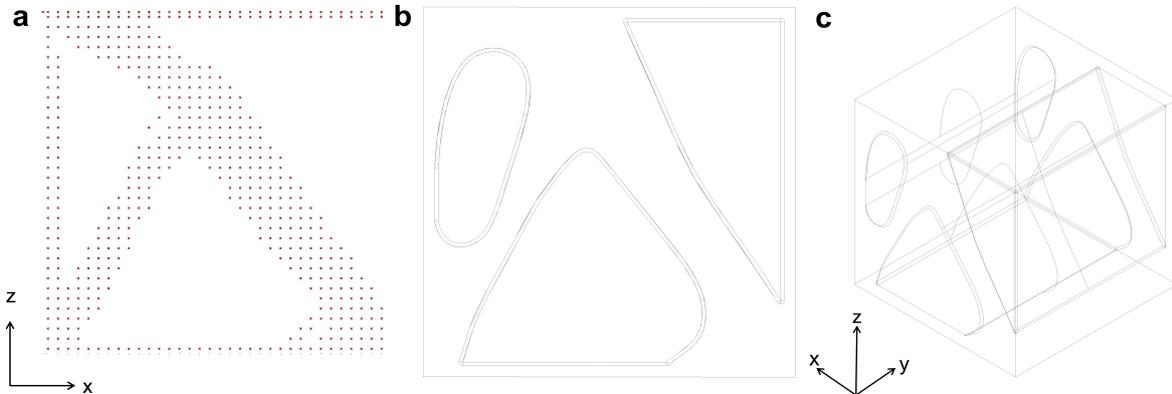
Nach der Optimierung auf Torsion ergibt sich ein Querschnitt, der eine verstärkte Massen-anlagerung möglichst weit außen aufweist. Durch eine Fehlkalkulation der zusätzlichen Masse der Verrundung, ergibt sich eine Massendifferenz. Dies entspricht 0,78 % und wird als vernachlässigbar angesehen (Abb. 22).



**Abbildung 22:** LC3-Torsion: a Querschnittsmuster in der x-y-Ebene bei  $z = 0,5$  durch die Punktwolke der Topologieoptimierung in R5-Umgebung; b Modell-Kontur Draufsicht; c Isometrische Ansicht, aus der Punktwolke abstrahiertes Modell ( $m = 0,484$ )

#### LC4-Scherung

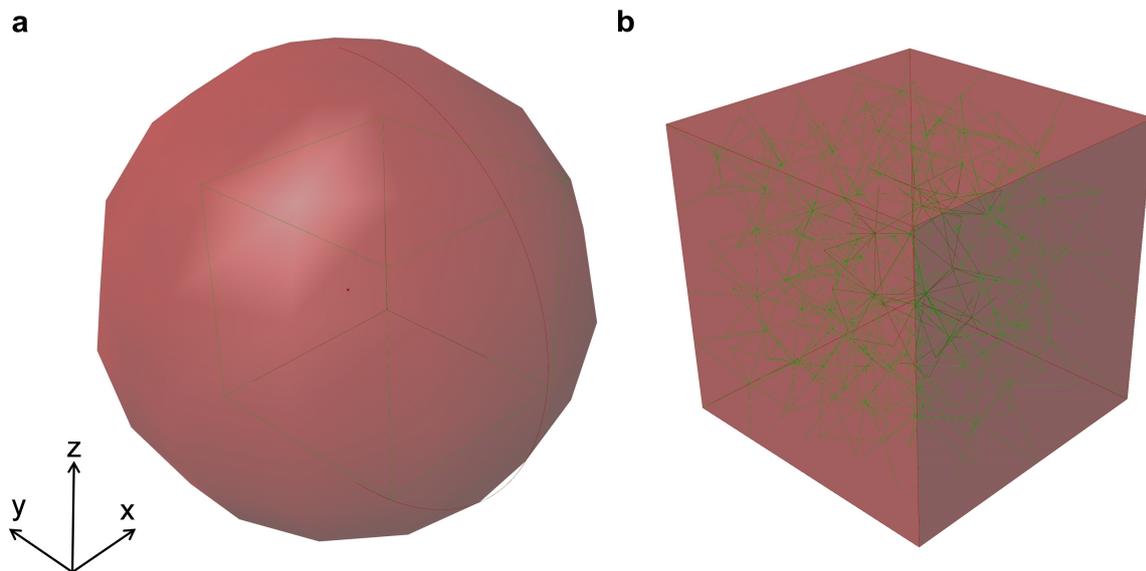
Für die Scherung wird die Schnittebene auf die x-z-Raumachse verlegt, und ein Querschnitt bei  $y = 0,5$  erstellt. Eine Fehlkalkulation der Masse der Verrundung führt zu einer Abweichung der Gesamtmasse von 0,13 %. Dies wird ebenfalls als vernachlässigbar angenommen (Abb. 23).



**Abbildung 23:** LC4-Scherung: a Querschnittsmuster in der x-z-Ebene bei  $y = 0,5$  durch die Punktwolke der Topologieoptimierung in R5-Umgebung; b Modell-Kontur Frontansicht; c Isometrische Ansicht, aus der Punktwolke abstrahiertes Modell ( $m = 0,489$ )

### 4.1.2 ELiSE-Struktur

**LC1 und LC2** Die Ergebnisse der Optimierung auf Druck und Zug werden in Form der Position der Attraktor-Kugel und der ausgebildeten Struktur festgehalten (Abb. 24 und Tab. 5).

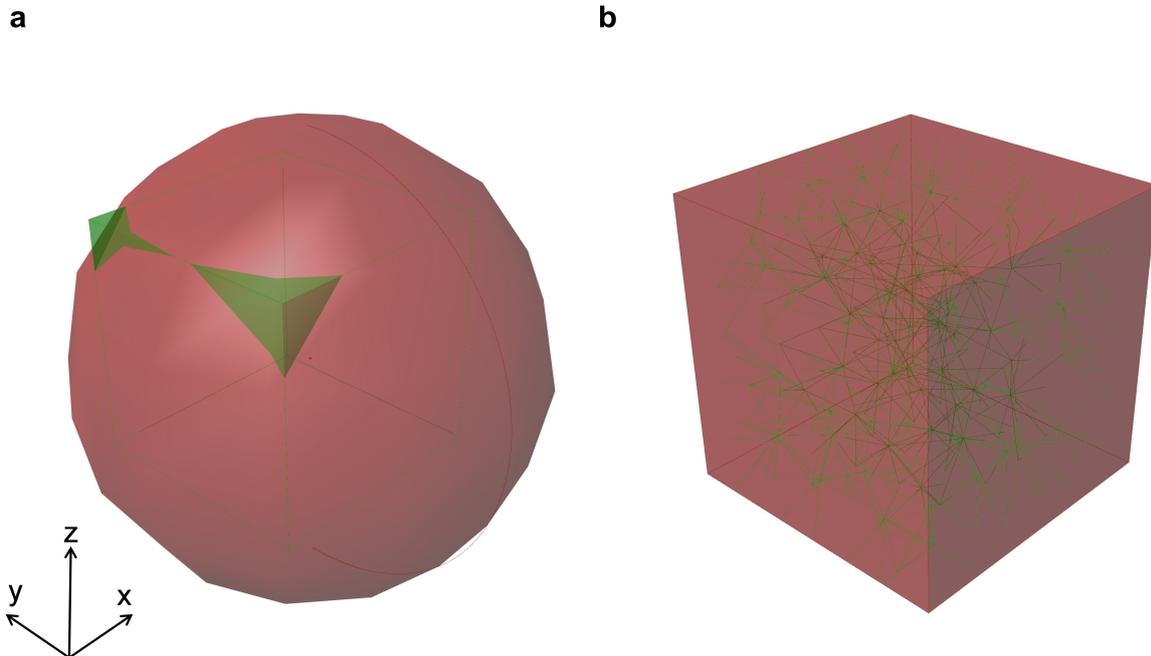


**Abbildung 24:** LC1-Druck und LC2-Zug Ergebnis der evolutionären Algorithmen zur Erstellung der ELiSE-Balkenstruktur (isometrische Ansicht): a Positionierung der Kugel (rot) im Würfel (grün); b Im Würfel (rot) entstandene Struktur-Verbindungen (grün)

**Tabelle 5:** LC1 und LC2: Paramtereinstellungen nach der Optimierung mit evolutionären Algorithmen

Koordinaten der Attraktor-Kugel	$r_i$
x = 0,43	
y = 0,35	0,681
z = 0,55	

**LC3** Die Optimierung auf Torsion liefert folgende Einstellungen für die gewählten Parameter (Abb. 25 und Tab. 6).

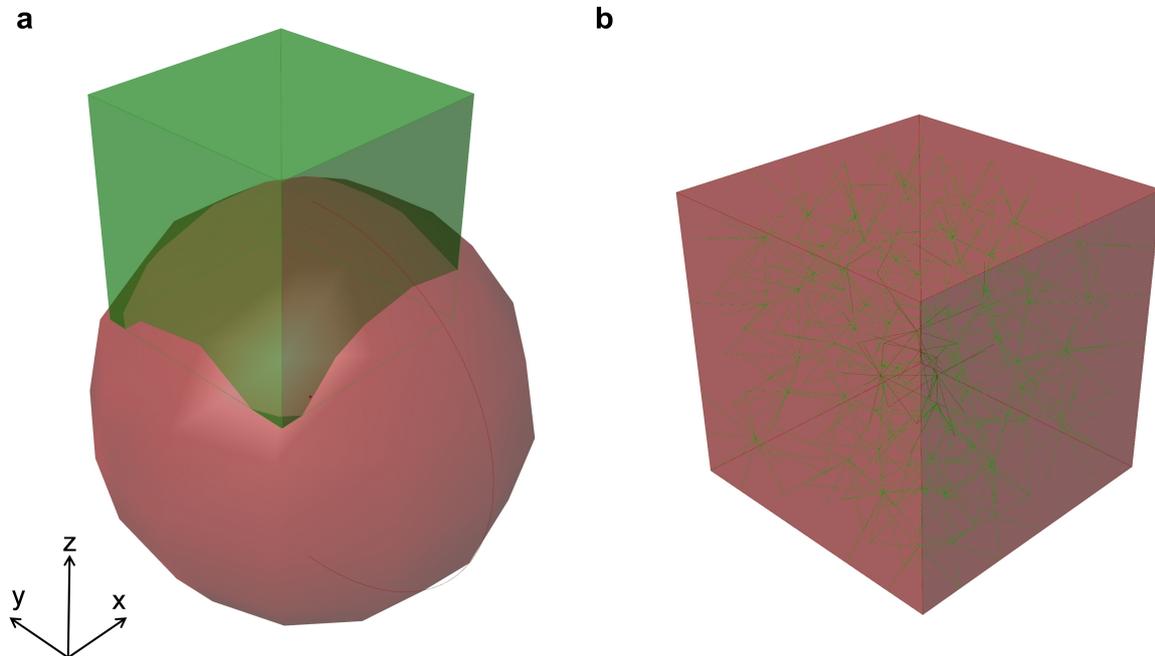


**Abbildung 25:** LC3-Torsion Ergebnis der evolutionären Algorithmen zur Erstellung der ELiSE-Balkenstruktur (isometrische Ansicht): a Positionierung der Kugel (rot) im Würfel (grün); b Im Würfel (rot) entstandene Struktur-Verbindungen (grün)

**Tabelle 6:** LC3: Paramtereinstellungen nach der Optimierung mit evolutionären Algorithmen

Koordinaten der Attraktor-Kugel	$r_i$
$x = 0,45$	
$y = 0,69$	0,928
$z = 0,29$	

**LC4** Nach der Optimierung auf Scherung ergeben sich folgende Einstellungen für die gewählten Parameter (Abb. 26 und Tab. 7).



**Abbildung 26:** LC4-Scherung Ergebnis der evolutionären Algorithmen zur Erstellung der ELiSE-Balkenstruktur (isometrische Ansicht): a Positionierung der Kugel (rot) im Würfel (grün); b Im Würfel (rot) entstandene Struktur-Verbindungen (grün)

**Tabelle 7:** LC4: Paramtereinstellungen nach der Optimierung mit evolutionären Algorithmen

Koordinaten der Attraktor-Kugel	$r_i$
$x = 0,47$	
$y = 0,71$	1
$z = -0,54$	

## 4.2 Gegenüberstellung der Modelle

### 4.2.1 Normalkräfte

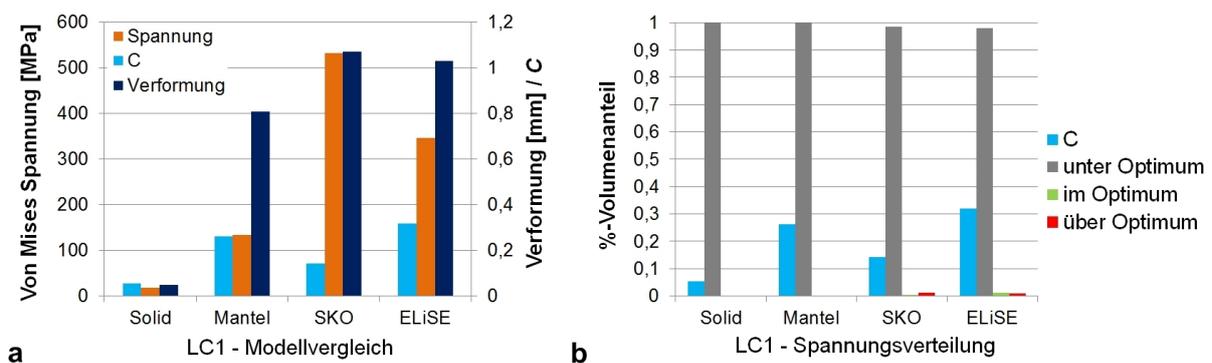
#### LC1-Druck

**Solid** Der Solid-Körper weist in allen drei Bewertungskriterien sehr geringe Werte auf. Sowohl bei Maximalspannung (18 MPa), maximaler Verformung (0,05 mm), aber auch bei der homogenen Spannungsverteilung ( $C = 0,05$ ). Im direkten Vergleich mit den anderen Testkörpern betragen seine Testergebnisse nur ein Bruchteil der restlichen Resultate. Ähnlich stellt sich die Spannungsverteilung dar. Hier befinden sich 100 % des Materials im unterbelasteten Spannungsbereich.

**Mantel** Bei dem Mantel-Körper treten keine Spannungen über  $\sigma_u$  auf.  $C$  liegt mit  $C = 0,26$  weit vor dem Vollkörper. Es tritt eine maximale Verformung von 0,80 mm auf.

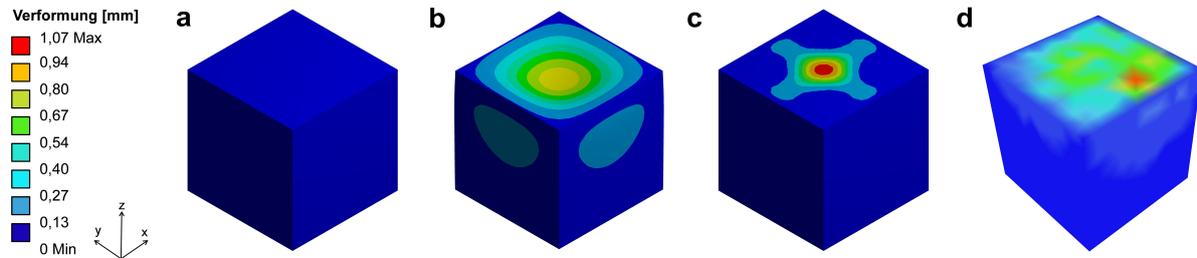
**SKO** Der topologieoptimierte Körper zeigt die höchste Maximalspannung innerhalb des LCs (532 MPa). Der Kennwert ist der Zweitniedrigste mit  $C = 0,14$ . Es liegen fast alle auftretenden Spannungen unter dem optimalen Bereich (98,6 %). Jedoch befinden sich auch 0,3 % im und 1,1 % über dem optimalen Spannungsbereich.

**ELiSE** Die maximale Spannung beträgt 346 MPa und die festgestellte maximale Verformung 1,03 mm. Der Kennwert erreicht  $C = 0,32$  und ist somit der höchste Wert der Testreihe. Die Spannungen befinden sich zu 98 % unter dem Optimum. Je 1 % befindet sich im und über dem optimalen Intervall (Abb. 27).



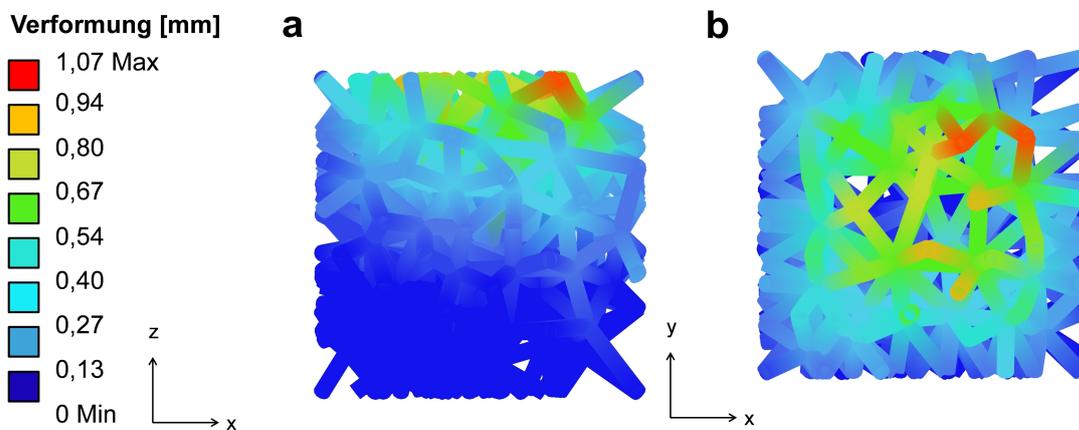
**Abbildung 27:** LC1-Druck: a Vergleich der Modelle in Bezug auf  $C$ -Wert (blau), maximale Von Mises Spannung (orange) und maximale Verformung (dunkelblau); b Spannungsverteilung der prozentualen Volumenanteile mit  $C$ -Wert (blau), unterbelastete (grau), optimal ausgelastete (grün) und überbelastete Masseanteile (rot)

Bei flächig aufgetragenem Druck von oben weist der Vollkörper nur geringste Auswirkungen in Spannungen und Verformungen auf. Die Maxima der Verformung treten beim Mantel- und SKO-Modell in der Seitenmitte auf. Bei dem ELiSE-Modell ist das Maximum leicht in eine Ecke verschoben (Abb. 28).



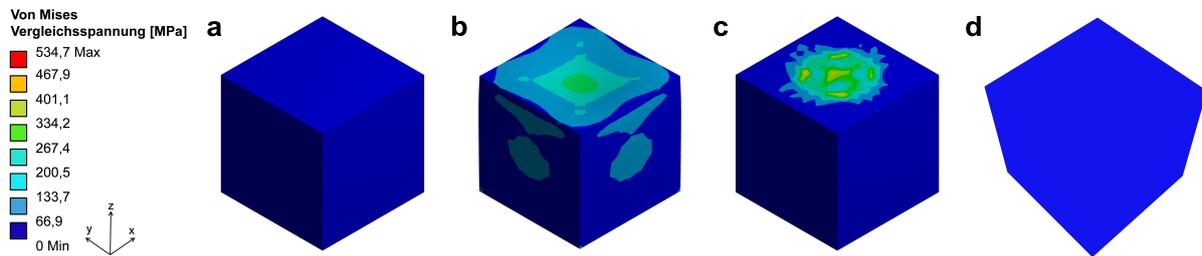
**Abbildung 28:** LC1-Druck Vergleich der Verformungen der Modelle in isometrischer Ansicht: a Solid; b Mantel; c SKO; d ELiSE

Die Verformungen in der Balken-Struktur des ELiSE-Modells werden separat dargestellt. In der Balkenstruktur verformen sich vor allem die Balken, die an die Deckschicht angebunden sind. Im Verlauf nach unten nimmt die Verformung kontinuierlich ab (Abb. 29).



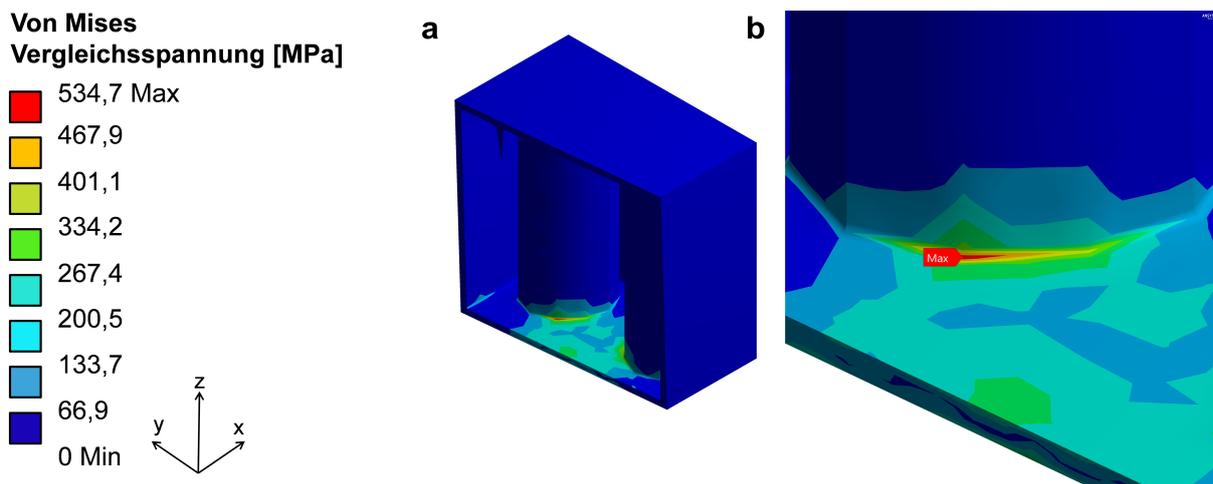
**Abbildung 29:** LC1-Druck ELiSE-Modell Verformungen in der Balkenstruktur: a Frontansicht; b Draufsicht

Die auftretenden Spannungen verhalten sich qualitativ analog zur Verformung (Abb. 30).



**Abbildung 30:** LC1-Druck Vergleich der Von Mises Spannungen der Modelle in isometrischer Ansicht: a Solid; b Mantel; c SKO; d ELiSE

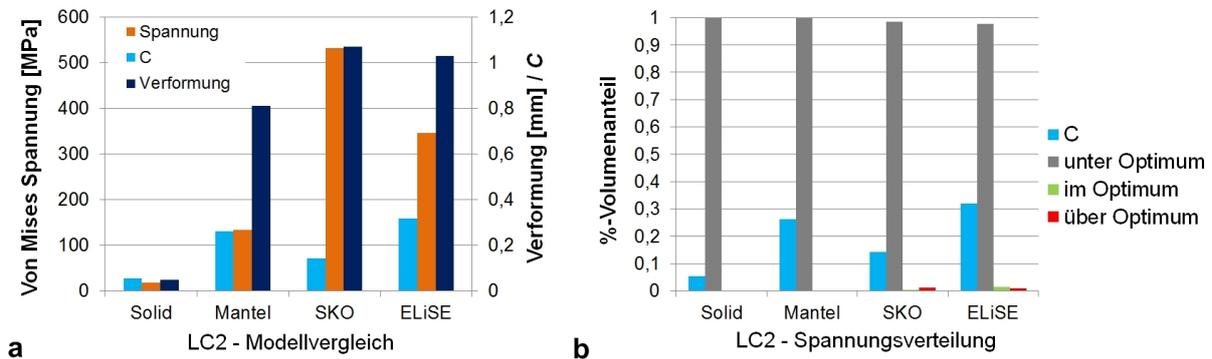
Ausnahme bildet die Lokalisierung der Maximalspannung des SKO-Modells (Abb. 31).



**Abbildung 31:** LC1-Druck SKO-Modell Lokalisierung der Maximalspannung: a Schnittansicht des SKO-Modells auf die Anbindung der Säulen an die Deckfläche; b Detailansicht mit der Maximalspannung von 535 MPa

### LC2-Zug

Die hier entstandenen Versuchswerte der Testkörper stimmen mit denen des Drucks aus LC1 überein. Lediglich die Richtung der Verformungen ändert sich. Beträge der Verformung oder der Spannung und deren Ausprägungsmuster bleiben gleich (Abb. 32).



**Abbildung 32:** LC2-Zug: a Vergleich der Modelle in Bezug auf  $C$ -Wert (blau), maximale Von Mises Spannung (orange) und maximale Verformung (dunkelblau); b Spannungsverteilung der prozentualen Volumenanteile mit  $C$ -Wert (blau), unterbelastete (grau), optimal ausgelastete (grün) und überbelastete Masseanteile (rot)

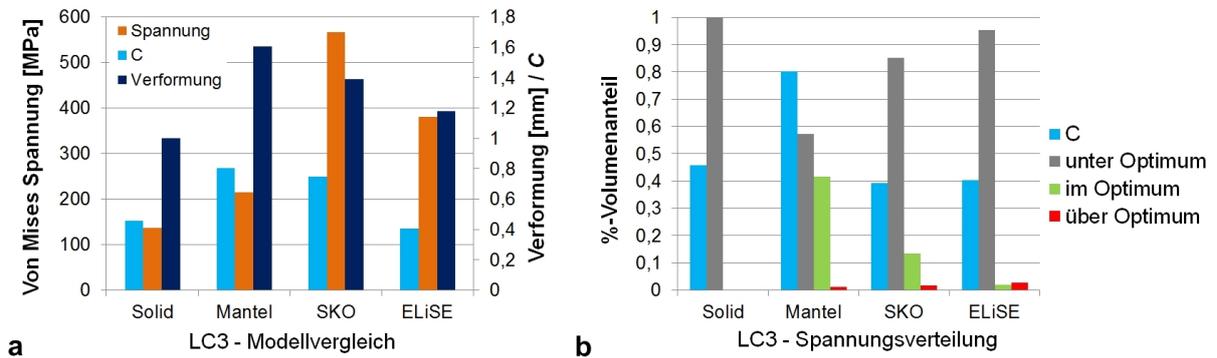
## 4.2.2 Tangentialkräfte

### LC3-Torsion

**Solid** Bei der eingeleiteten Torsion vervielfältigen sich die Kennwerte des Solid-Körpers im Vergleich zu den Werten von Druck und Zug. Die Maximalspannung jedoch ist weiterhin die niedrigste der Testreihe mit 137 MPa, was zusätzlich bedeutet, dass alle Elementspannungen unter dem Optimum liegen. Auch die Verformung von 1 mm ist die geringste der Modelle dieses LCs. Der Kennwert befindet sich mit  $C = 0,46$  auf der dritten Position vor dem ELiSE-Modell. **Mantel** Hier tritt die maximale Verformung der Testreihe von 1,6 mm auf. Der Kennwert der Spannungsverteilung ist mit  $C = 0,8$  der Höchste der Testreihe. Es liegen 42 % im optimalen, und nur ein minimaler Bereich von 1 % im überbelasteten Spannungsbereich.

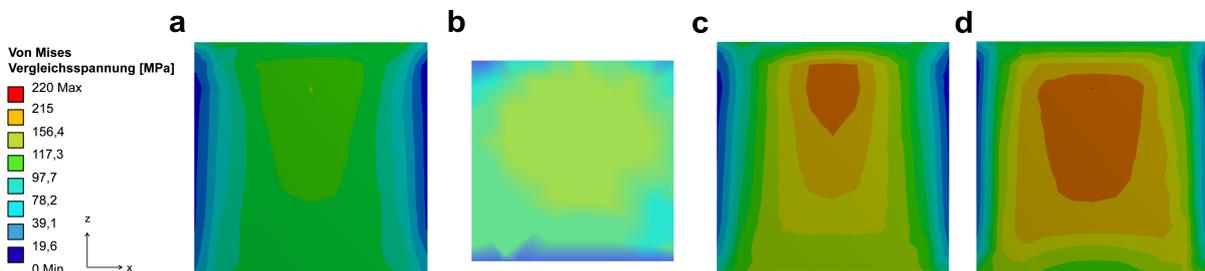
**SKO** Der SKO-Körper weist die höchsten Spannungen auf. In 1,5 % der Masse erreichen diese bis zu 567 MPa. Weitere 13 % liegen im optimalen Spannungsbereich. Es ergibt sich ein Kennwert der Spannungsverteilung von  $C = 0,75$ . Ebenso wie der Verteilungskennwert liegt die maximale Verformung mit 1,4 mm unter den Werten des Mantel-Modells.

**ELiSE** An diesem Modell tritt mit 381 MPa die zweithöchsten Maximalspannung auf. Es liegen 2 % im und 3 % der Masse über dem optimalen Spannungsbereich. Es ergibt sich ein Kennwert von  $c = 0,4$ . Die auftretende Verformung liegt mit 1,2 mm im Mittel der Testreihe (Abb. 33).



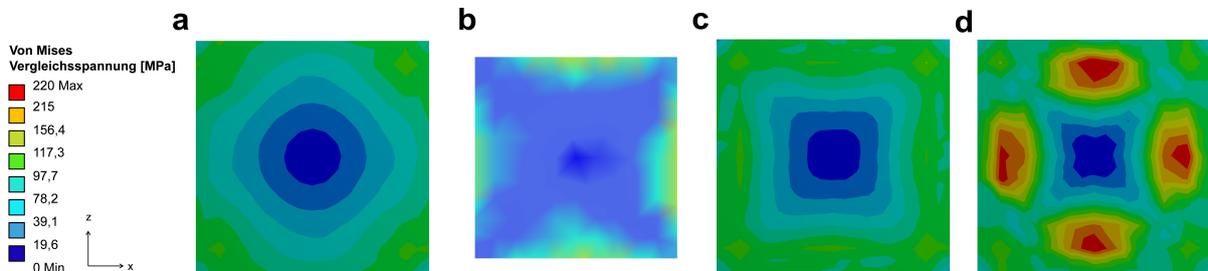
**Abbildung 33:** LC3-Torsion: a Vergleich der Modelle in Bezug auf  $C$ -Wert (blau), maximale Von Mises Spannung (orange) und maximale Verformung (dunkelblau); b Spannungsverteilung der prozentualen Volumenanteile mit  $C$ -Wert (blau), unterbelastete (grau), optimal ausgelastete (grün) und überbelastete Masseanteile (rot)

In Hinsicht auf die Spannungsverteilung und Verformung können Ähnlichkeiten festgestellt werden, die gegenübergestellt werden (Abb. 34 und 35). Die Spannungsmaxima der Frontseite sind in der Seitenmitte leicht nach oben verlagert (Abb. 34).



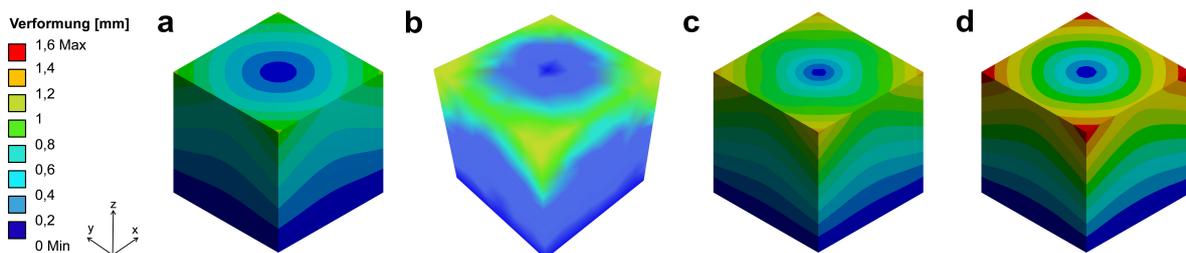
**Abbildung 34:** LC3-Torsion Spannungsverteilung und Maximalspannung in der Frontansicht: a Solid (137 MPa); b ELiSE (154 MPa); c SKO (209 MPa); d Mantel (215 MPa)

Auch entstehen auf der Oberseite der Modelle Spannungsmuster. Zu sehen sind längliche, hohe Spannungsbereiche an allen vier Würfelkanten (außer Solid-Modell). Im Allgemeinen sind die Ecken niedrig und die Querschnittsmitten nicht belastet (Abb. 35).



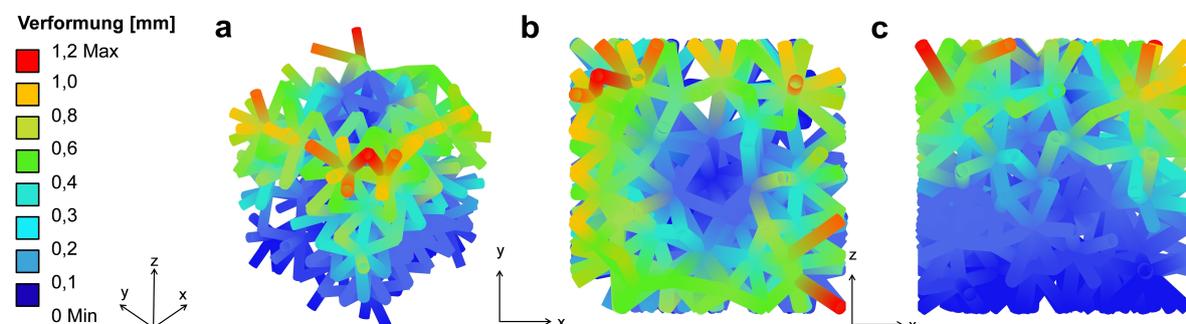
**Abbildung 35:** LC3-Torsion Spannungsverteilung in der Draufsicht und Maximalspannung: a Solid (Maximum 129 MPa); b ELiSE (132 MPa); c Mantel (135 MPa); d SKO (248 MPa)

Die maximalen Verformungen treten an den Ecken der Oberseite auf (Abb. 36).



**Abbildung 36:** LC3-Torsion Verformungen und deren Maxima in isometrischer Ansicht: a Solid (Maximum 1 mm); b ELiSE (1,2 mm); c SKO (1,4 mm); d Mantel (1,6 mm)

Die maximalen Verformungen der Balken-Struktur des ELiSE-Modells treten ebenfalls an den Ecken des Modells auf (Abb. 37).



**Abbildung 37:** LC3-Torsion Verformungen der Balken-Struktur in unterschiedlichen Ansichten: a isometrische Ansicht; b Draufsicht; c Frontansicht

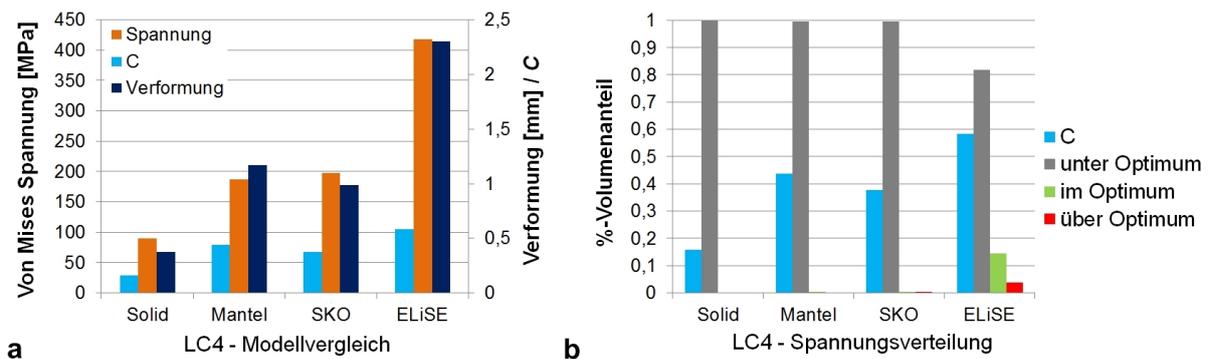
### LC4-Scherung

**Solid** Die Scherung führt beim Solid-Modell zu Maximalspannungen bis zu 90 MPa. Es liegt folglich keine Spannung im Optimum oder darüber. Kennwert der Spannungsverteilung ( $C = 0,16$ ) und maximale Verformung (0,37 mm) sind die Minimalwerte der Testreihe.

**Mantel** Bei dem Mantel-Modell treten ausschließlich Spannungen unter 187 MPa auf. Der Kennwert der Spannungsverteilung  $C = 0,44$  liegt damit, wie die Verformung mit 1,2 mm, im mittleren Bereich der Testreihe.

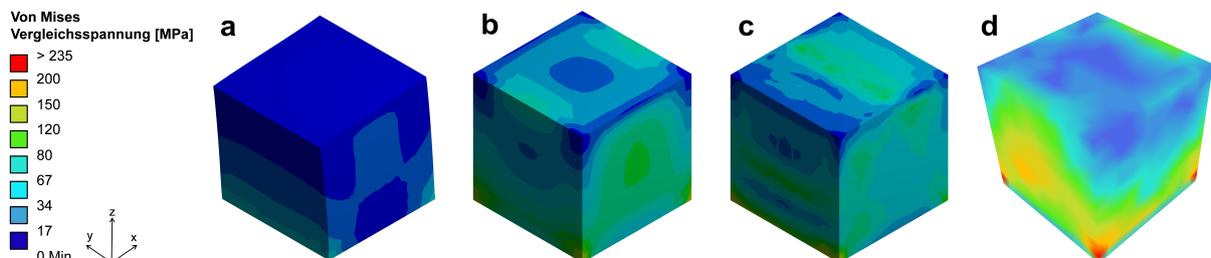
**SKO** Die Verformung (0,99 mm), der Kennwert der Spannungsverteilung ( $C = 0,38$ ) und die maximale Spannung (198 MPa) bilden keine Extremwerte des Testreihe.

**ELiSE** Bei der Scherung liegen alle Maximalwerte beim ELiSE-Modell. Die maximale Spannung beträgt 418 MPa, wobei sich 4 % über und 14 % im optimalen Spannungsbereich befinden. Es ergeben sich ein Kennwert der Spannungsverteilung von  $C = 0,58$  und eine maximale Verformung von 2,3 mm (Abb. 38).



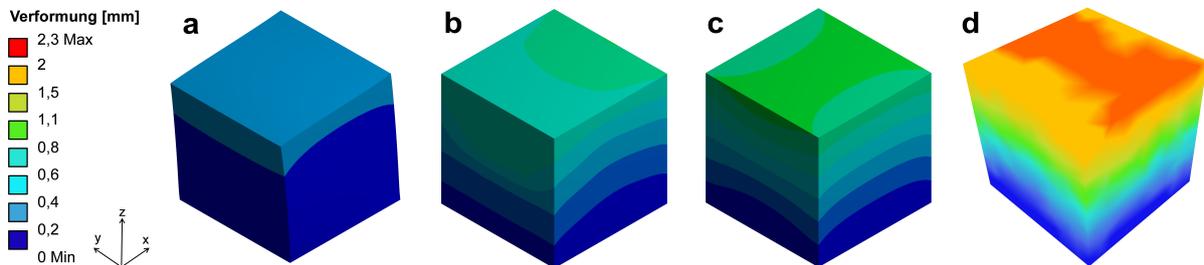
**Abbildung 38:** LC4-Scherung: a Vergleich der Modelle in Bezug auf  $C$ -Wert (blau), maximale Von Mises Spannung (orange) und maximale Verformung (dunkelblau); b Spannungsverteilung der prozentualen Volumenanteile mit  $C$ -Wert (blau), unterbelastete (grau), optimal ausgelastete (grün) und überbelastete Masseanteile (rot)

Bei der Scherung ergeben sich die Spannungsspitzen der Von-Mises Vergleichsspannung regelmäßig an den vier unteren Ecken der Modelle (Abb. 39).

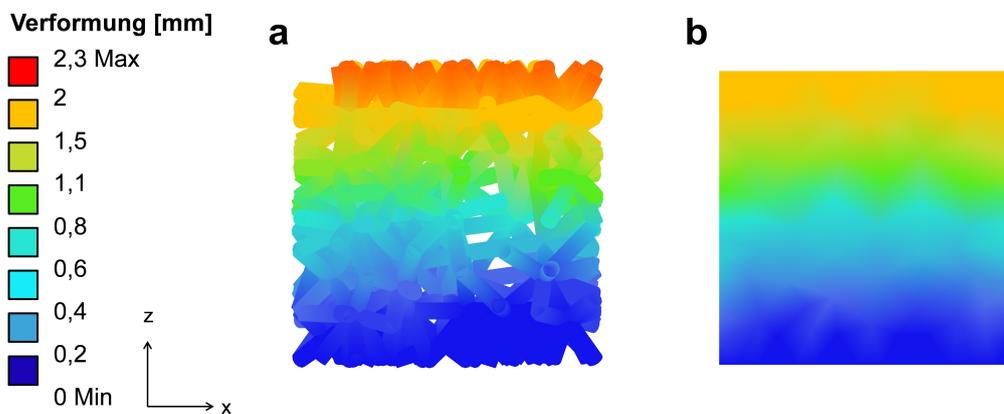


**Abbildung 39:** LC4-Scherung Vergleich der Von Mises Vergleichsspannung in isometrischer Ansicht: a Solid; b Mantel; c SKO; d ELiSE

Es ist eine konstante Abnahme der Verschiebung von oben nach unten zu erkennen, was für alle Modelle in qualitativen Maß gilt (Abb. 41).



**Abbildung 40:** LC4-Scherung Vergleich der Verformung in isometrischer Ansicht: a Solid; b Mantel; c SKO; d ELiSE



**Abbildung 41:** LC4-Scherung ELiSE-Modell Verformung in der Frontansicht: a Balkenstruktur; b Schalen-Hülle

### 4.2.3 LC-Kombinationen

#### LC5-Torsion und Druck

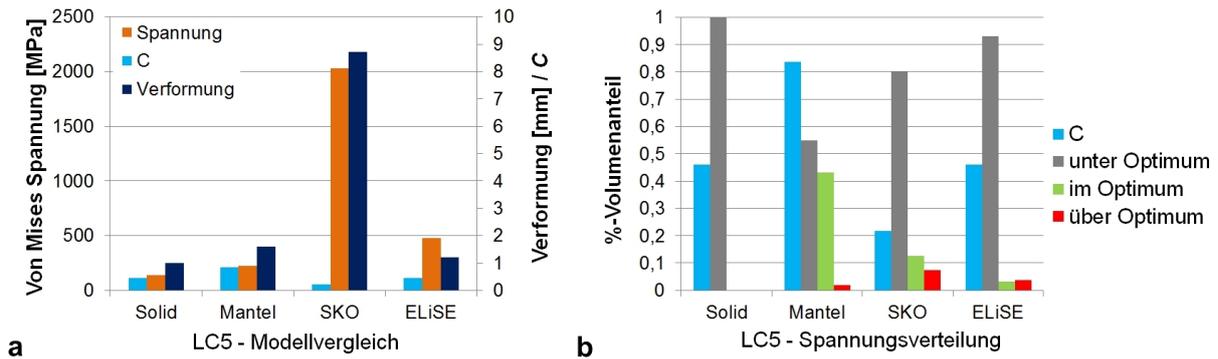
**Solid** Bei der ersten Lastkombination verändern sich die Werte des Solid-Körpers nicht markant. Es treten maximale Spannungen von 138 MPa auf, womit ein Kennwert der Spannungsverteilung von  $C = 0,46$  erreicht wird. Eine maximale Verformung von 1 mm ergibt sich, die für diese Testreihe das Minimum darstellt.

**Mantel** Beim Mantel-Modell treten maximale Spannungen von 225 MPa auf. Ein Anteil von 43 % liegt im gewünschten Spannungsbereich. Es ergibt sich ein Kennwert der Spannungsverteilung von  $C = 0,84$ . Die Maximalverformung beträgt 1,6 mm.

**SKO** Das SKO-Modell weist bei der Torsion-Druck-Kombination alle Extremwerte der Simulation auf. Maximalspannungen bis zu über 2000 MPa treten in einem Bereich von 7 % auf. Neben 13 % im optimalen Spannungsbereich, befindet sich der Rest im unterbelasteten Span-

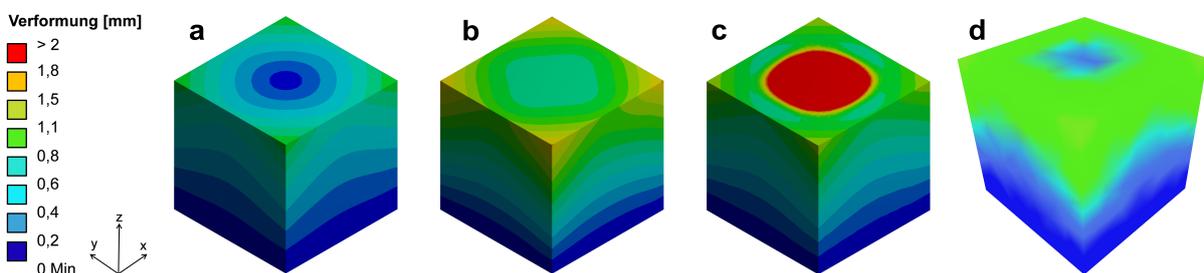
nungsintervall. Die maximale Verformung überschreitet 8 mm.

**ELiSE** Beim vorliegenden LC treten bei dem ELiSE-Modell maximale Spannungen bis zu 480 MPa auf. Der Großteil der Masse ist unterbelastet. Es liegen 3 % im und 4 % über dem optimalen Spannungsbereich. In der Gesamtheit ergibt sich ein Kennwert der Spannungsverteilung von  $C = 0,46$  (Abb. 42).

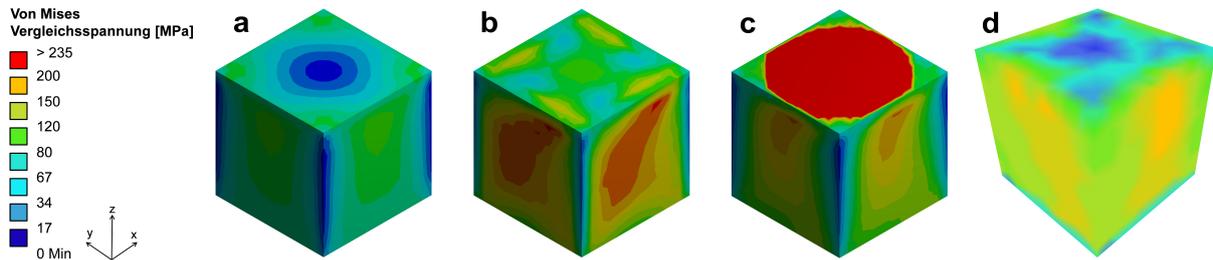


**Abbildung 42:** LC5-Torsion und Druck: a Vergleich der Modelle in Bezug auf  $C$ -Wert (blau), maximale Von Mises Spannung (orange) und maximale Verformung (dunkelblau); b Spannungsverteilung der prozentualen Volumenanteile mit  $C$ -Wert (blau), unterbelastete (grau), optimal ausgelastete (grün) und überbelastete Masseanteile (rot)

Die erhöhte Verformung der Ecken gilt für alle Modelle (Abb. 43). Das Mantel-Modell zeigt langgezogene, erhöhte Spannungen an den Rändern und in der Mitte der Deckfläche. Im Vergleich zeigt sich fast die komplette Deckfläche des SKO-Modells hohe Spannungen und Verformungen. An den Seitenflächen treten diagonal verlaufende, erhöhte Spannungsbereiche auf (Abb. 44).

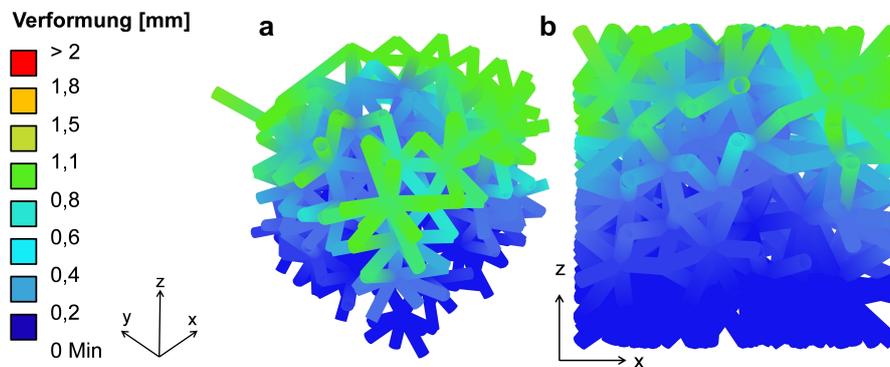


**Abbildung 43:** LC5-Torsion und Druck Vergleich der Modelle auf Verformung: a Solid; b Mantel; c SKO; d ELiSE



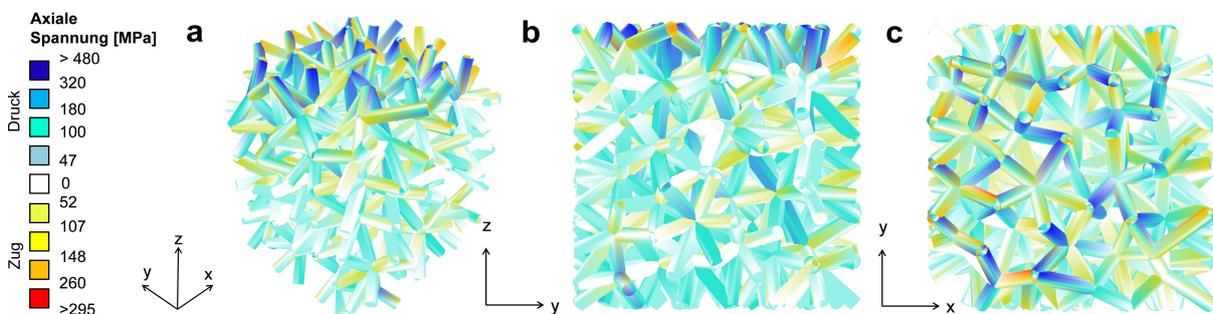
**Abbildung 44:** LC5-Torsion und Druck Vergleich der Modelle auf Von Mises Vergleichsspannung: a Solid; b Mantel; c SKO; d ELiSE

Die Verformungen der Balkenstruktur gleichen denen der Hülle und zeigen keine Besonderheiten, außer die beständige Abnahme der Verformung von oben nach unten (Abb. 45).



**Abbildung 45:** LC5-Torsion und Druck ELiSE-Modell Verformung der Balkenstruktur: a isometrische Ansicht; b Frontansicht

Im oberen Bereich der Balkenstruktur treten sehr hohe Belastungen ( $>300$  MPa) auf. Nachdem die hochbelasteten Balken auf den ersten Knotenpunkt stoßen, relativieren sich die Spannungen und nehmen Werte von bis zu 180 MPa an (Abb. 46).



**Abbildung 46:** LC5-Torsion und Druck ELiSE-Modell Spannungen in der Balkenstruktur: a isometrischer Ansicht; b Seitenansicht (rechts); c Draufsicht

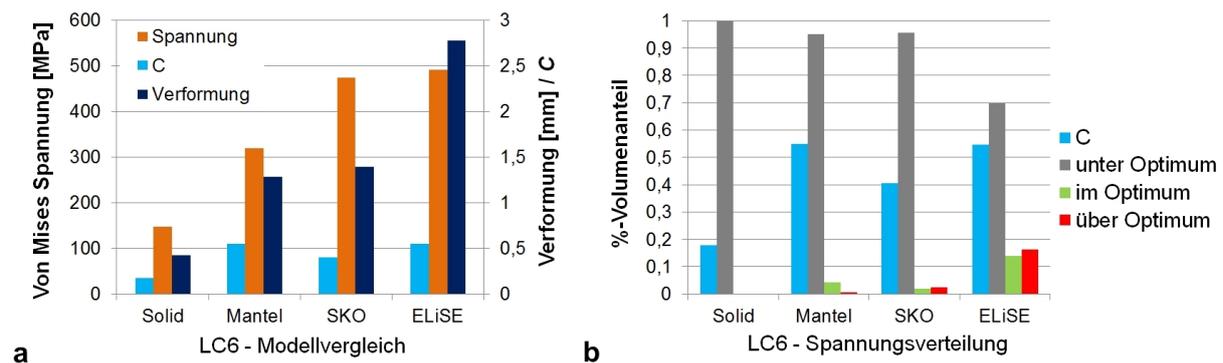
### LC6-Scherung und Zug

**Solid** Die maximale Spannung von 148 MPa zeigt, dass sich alle Spannungen im unterbelasteten Bereich befinden. Die Verformung bildet mit 0,4 mm und der Kennwert der Spannungsverteilung mit  $C = 0,18$  die untere Grenze der Testreihe.

**Mantel** Es treten erstmals überbelastete Bereiche im Mantelmodell (0,7 %) bis zu 319 MPa auf. Auch im optimalen Spannungsbereich liegen 4 % der Masse. Es ergibt sich ein Kennwert der Spannungsverteilung von  $C = 0,55$ . Die maximale Verformung beträgt 1,3 mm.

**SKO** In 2 % der Masse treten Spannungen bis zu 475 MPa auf. Weitere 2 % liegen im Optimum und es ergibt sich ein Kennwert der Spannungsverteilung von  $C = 0,4$ . Auftretende Maximalverformung stellt 1,4 mm dar.

**ELiSE** Die Extremwerte des Kennwerts der Spannungsverteilung ( $C = 0,55$ ) aber auch maximaler Verformung (2,78 mm) treten bei der Scher-Zug-Kombination bei der ELiSE-Struktur auf. Es befinden sich 14 % im optimalen, aber auch 16 % über dem optimalen Spannungsbereich (Abb. 47).



**Abbildung 47:** LC6-Scherung und Zug: a Vergleich der Modelle in Bezug auf  $C$ -Wert (blau), maximale Von Mises Spannung (orange) und maximale Verformung (dunkelblau); b Spannungsverteilung der prozentualen Volumenanteile mit  $C$ -Wert (blau), unterbelastete (grau), optimal ausgelastete (grün) und überbelastete Masseanteile (rot)

Eine kontinuierliche Abnahme der Verformung von oben nach unten ist zu erkennen. Zusätzlich treten lokale Verformungen auf der Seite mit der Zug-Belastung auf (Abb. 48). Bei der Spannungs-Analyse sind die Maximalspannungen an den der vorderen Ecke zu erkennen. Die Verteilung der lokalen, erhöhten Spannungen verhält sich analog zur Verteilung der erhöhten Verformungen (Abb. 49).

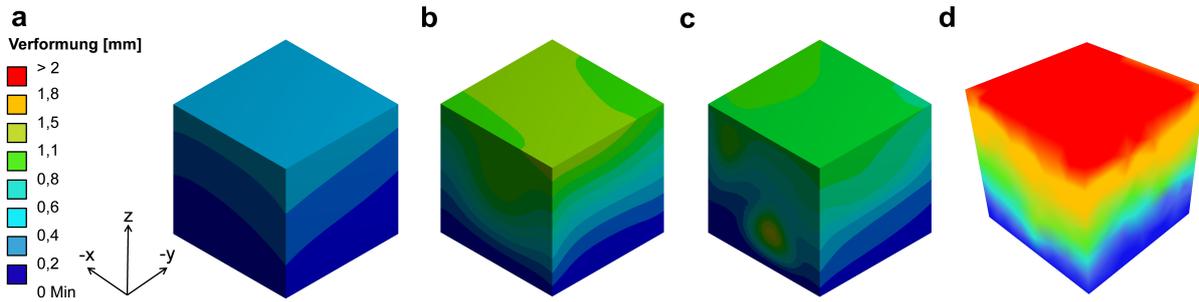


Abbildung 48: LC6-Scherung und Zug Vergleich der Modelle auf Verformung: a Solid; b Mantel; c SKO; d ELiSE

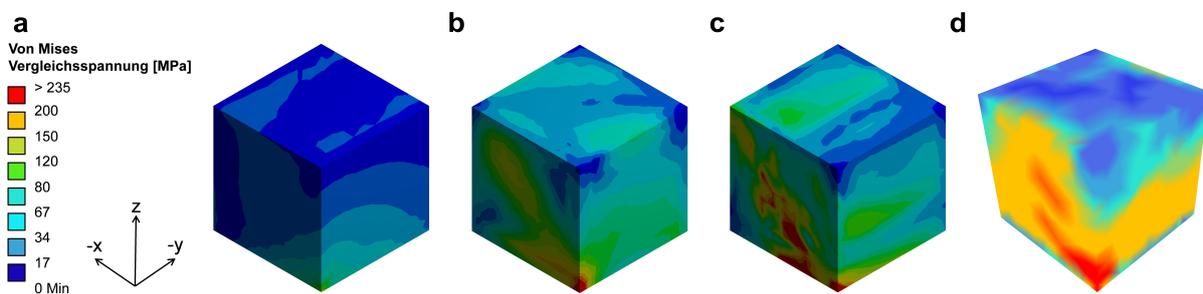


Abbildung 49: LC6-Scherung und Zug Vergleich der Modelle auf Von Mises Vergleichsspannung: a Solid; b Mantel; c SKO; d ELiSE

Die Verformungen der Balken Struktur deckt sich mit der Verteilung der Hülle (Abb. 50).

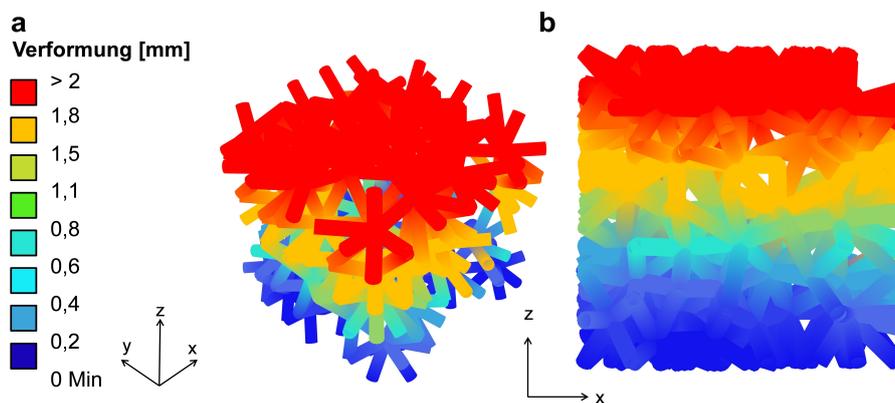
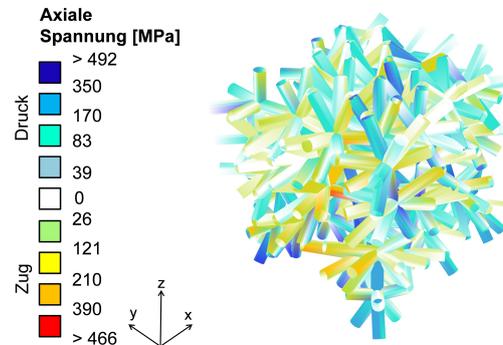
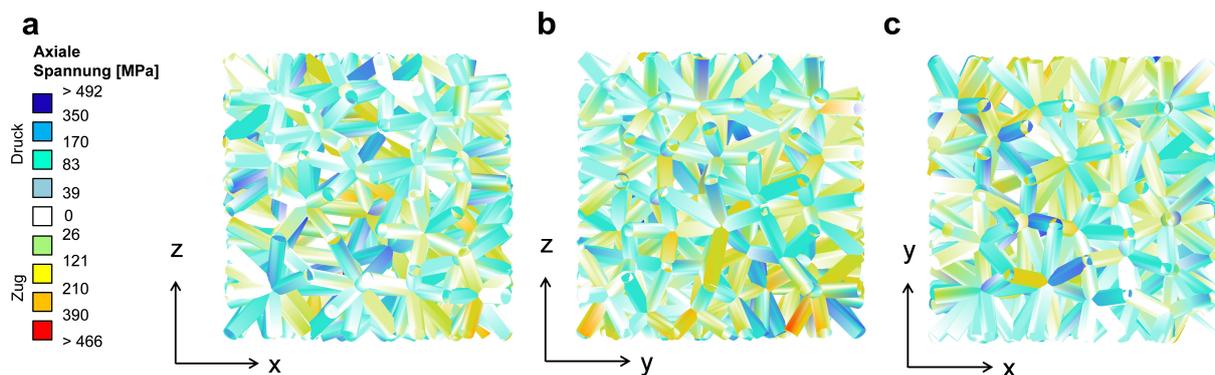


Abbildung 50: LC6-Scherung und Zug ELiSE-Modell Verformung der Balkenstruktur: a isometrische Ansicht; b Frontansicht

In der Balkenstruktur von ELiSE treten lokale Spannungen von über 400 MPa sowohl als Druck, als auch als Zug auf (Abb. 51 und 52).



**Abbildung 51:** LC6-Scherung und Zug ELiSE-Modell Spannungen in der Balkenstruktur in isometrischer Ansicht



**Abbildung 52:** LC6-Scherung und Zug ELiSE-Modell Spannungen in der Balkenstruktur: a Frontansicht; b Seitenansicht (rechts); c Draufsicht

### LC7-Zug und Torsion

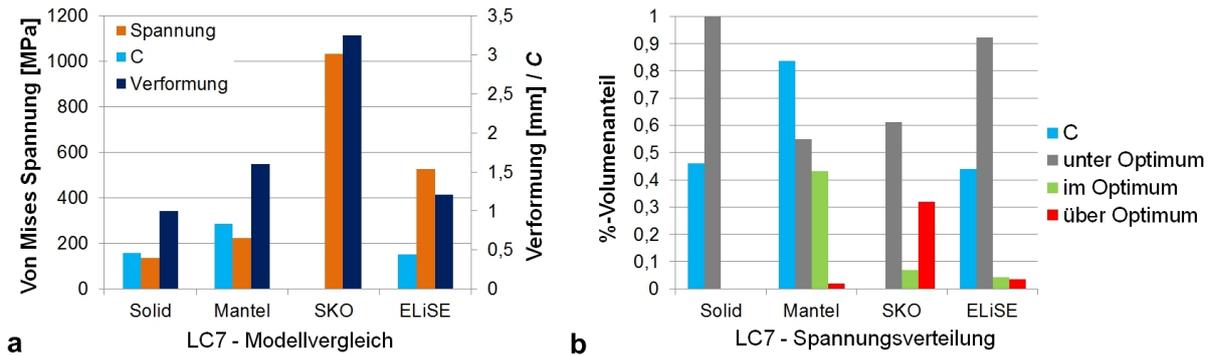
**Solid** Der Solid-Körper wird unter den vier Modellen bei der Zug-Torsion-Kombination am wenigsten verformt (maximal 1 mm). Alle auftretenden Spannungen befinden sich im unterbelasteten Bereich und erreichen maximal 138 MPa. Es ergibt sich ein Kennwert der Spannungsverteilung von  $C = 0,46$ .

**Mantel** Das Mantel-Modell weist einen hohen Kennwert der Spannungsverteilung auf ( $C = 0,84$ ). Mit 43 % der Masse im optimalen und nur knapp 2 % im überbelasteten Bereich, erfahren noch 55 % der Masse eine Unterbelastung. Die durch Simulation ermittelte Maximalspannung beträgt 225 MPa. Eine maximale Verformung von 1,6 mm entsteht.

**SKO** Kennwert der Spannungsverteilung ist  $C = 0$ . Zusätzlich treten maximale Spannungen von bis zu 1035 MPa in 32 % der Masse auf. Im optimalen Bereich liegen knapp 7 %, was 61 % unterbelastete Masse bedeutet. Verformungen über 3 mm sind die höchsten Werte im

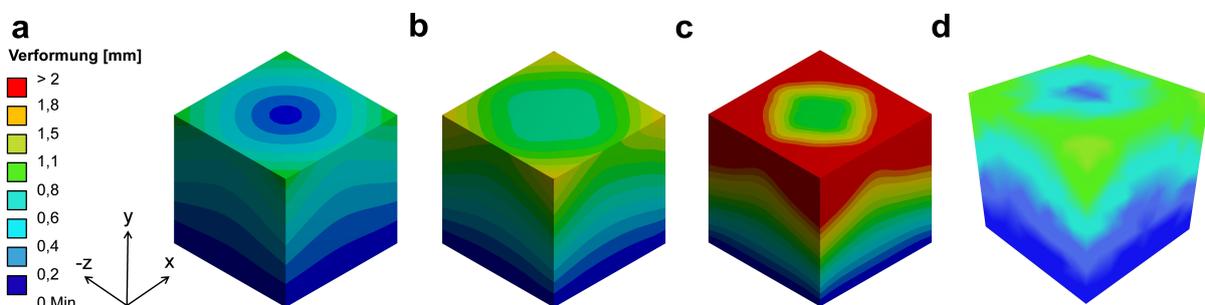
Vergleich der Modelle in der Zug-Torsion-Kombination.

**ELiSE** Die ELiSE-Struktur weist eine maximale Verformungen von 1,2 mm auf. Es treten maximale Spannungen bis zu 527 MPa in 3 % der Masse auf. Optimal belastet sind 4 % und unterbelastet 93 % der Masse. Es wird  $C = 0,44$  für den Kennwert der Spannungsverteilung ermittelt (Abb. 53).

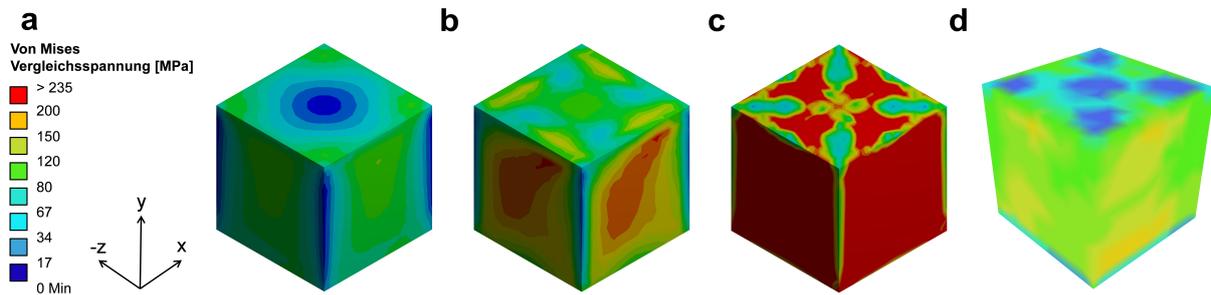


**Abbildung 53:** LC7-Zug und Torsion: a Vergleich der Modelle in Bezug auf  $C$ -Wert (blau), maximale Von Mises Spannung (orange) und maximale Verformung (dunkelblau); b Spannungsverteilung der prozentualen Volumenanteile mit  $C$ -Wert (blau), unterbelastete (grau), optimal ausgelastete (grün) und überbelastete Masseanteile (rot)

Die Verformung nimmt mit Annäherung an die Ecken der Deckfläche stetig zu und wird von oben nach unten beständig weniger (Abb. 54). Die Spannungsmuster der Deckflächen des SKO- und des ELiSE-Modells ähneln sich qualitativ. Die hohe Belastung wird von diagonalen, niedriger belasteten Einschnitten zur Seitenmitte hin unterbrochen. Die Seitenflächen des SKO-Modells sind mit Ausnahme der senkrechten Kanten überbelastet. Bei den restlichen Modellen treten längliche, leicht gekrümmte, erhöhte Spannungsbereiche auf den Seitenflächen auf (Abb. 55).

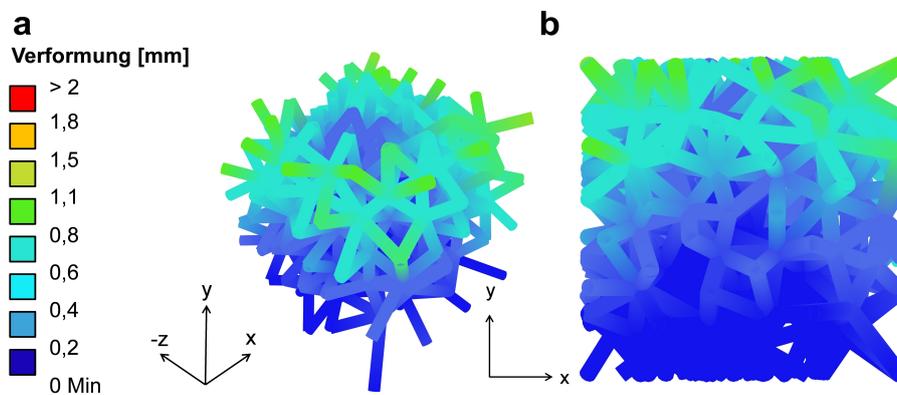


**Abbildung 54:** LC7-Zug und Torsion Vergleich der Modelle auf Verformung: a Solid; b Mantel; c SKO; d ELiSE



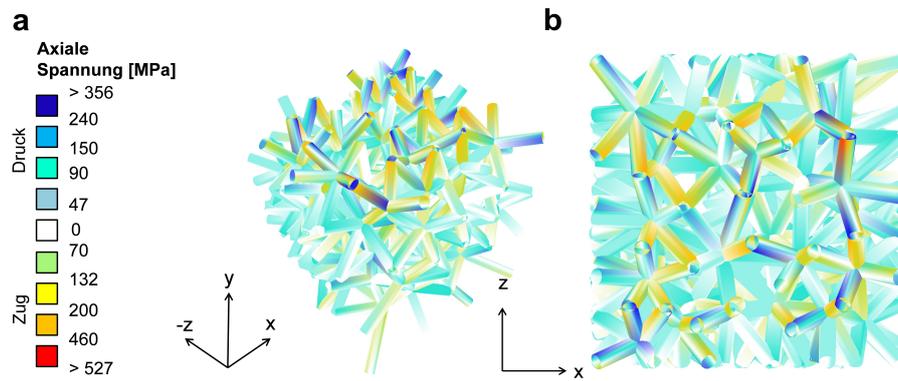
**Abbildung 55:** LC7-Zug und Torsion Vergleich der Modelle auf Von Mises Vergleichsspannung: a Solid; b Mantel; c SKO; d ELiSE

Die Verformung der Balken gleicht im Verlauf dem der umgebenden Hülle (Abb. 56).



**Abbildung 56:** LC7-Zug und Torsion ELiSE-Modell Verformung der Balkenstruktur: a isometrische Ansicht; b Frontansicht

Bei der Spannungsverteilung in der Balken-Struktur des ELiSE-Modells treten die höchsten Spannungen ( $>300$  MPa) im oberen Bereich auf. Besonders hohe Spannungen treten an frei stehenden Balkenenden auf. Nachdem diese Balken einen Knotenpunkt erreicht haben, relativieren sich die Spannungen und nehmen im mittleren und unteren Bereich der Struktur Spannungswerte von bis zu 150 MPa an (Abb. 57).



**Abbildung 57:** LC7-Zug und Torsion ELiSE-Modell Spannungen in der Balkenstruktur: a isometrische Ansicht; b Draufsicht

## 5 Diskussion

Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse untersucht und bewertet. Unterstützt werden die folgenden Erläuterungen zu den Ergebnissen von Abbildungen der Spannungssimulationen, falls lokale Besonderheiten auftreten, Muster erkannt, oder Unregelmäßigkeiten begründet werden.

Bei den ersten vier Grundlastfällen werden die markantesten Eigenschaften herausgearbeitet, damit mit Hilfe dieser Erkenntnisse bei den kombinierten Lastfällen die Ausprägungen erklärt werden können.

### 5.1 Gegenüberstellung der Modelle

#### 5.1.1 Normalkräfte

##### LC1-Druck

**Solid** Das entstehende, gleichmäßige Verformungsmuster stellt eine temporäre Stauchung des Materials dar, die aufgrund des linear-elastischen Werkstoffverhaltens nach Entlastung wieder zu ihrer Ausgangsform zurückkehrt. Die Verformung wird von oben (0,05 mm) nach unten, Richtung Festeinspannung, immer kleiner (0 mm). Dieses Prinzip der Stauchung tritt in gleichem Maß auch bei den anderen Körpern auf.

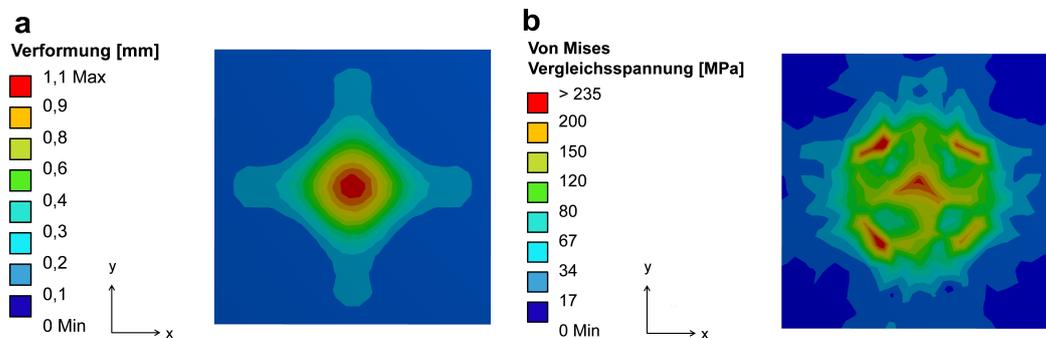
Die Ergebnisse der Spannungs- und Verformungsverteilung sind im Vergleich zu den anderen Körpern vernachlässigbar klein. Da dies bei dem stark überdimensionierten Körper aus Vollmaterial aber immer zu erwarten ist, wird bei den kommenden Auswertungen nur noch auf Besonderheiten eingegangen.

**Mantel** Wie der Vergleich der Modell-Seiten zeigt, tritt die maximale Verformung bei dem Mantel-Modell in der Seitenmitte auf (0,81 mm) (Abb. 28). Ebenfalls in der Seitenmitte tritt die Maximalspannung von 133 MPa auf (Abb. 30). Da die orthogonal zur Deckfläche angreifende Kraft keine Möglichkeit hat in ihrer Wirklinie abgeleitet zu werden, werden die Bereiche, die am weitesten von der Wandung entfernt sind, am stärksten verformt. Ein Einbringen von Strukturen in Richtung der wirkenden Kraft wäre sinnvoll, um eine Durchbiegung der Deckfläche zu verhindern.

**SKO** Bei Verringerung der Wandstärke auf 0,03 bei den SKO und ELiSE Modellen sollte die Verformung durch die Innenstruktur kompensiert und im Optimalfall sogar im Vergleich zum Mantel-Modell minimiert werden. Die zu erkennenden Säulen stellen Drucksäulen dar, die in Wirklinie der angreifenden Kraft stehen, und der direkte Kraftfluss in die Lager gewährleistet

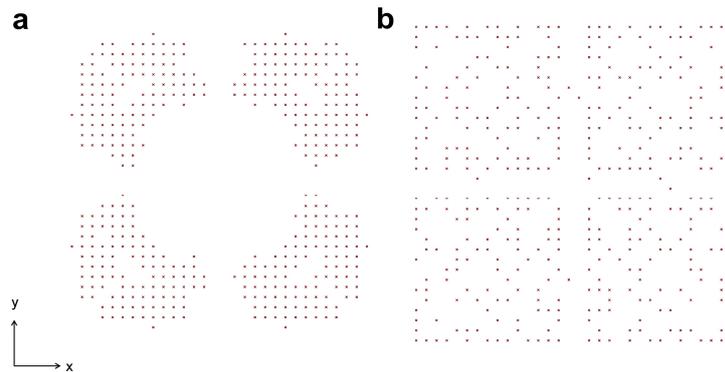
ist. Trotz des Einfügens der Drucksäulen der topologieoptimierten Form erreicht die maximale Verformung 1,1 mm. Dies entspricht einer 35,8 % höheren Durchbiegung als beim Mantel-Modell. Die stützende Wirkung der Säulen ist jedoch gut in der Ausprägung der Durchbiegung zu erkennen. Auf der Deckfläche bildet sich ein kreuzförmiger Umriss ab, dessen Einbuchtungen auf die unter der Oberseite liegenden Säulen zurückzuführen ist (Abb. 58). Im Gegensatz dazu steht der kreisrunde Umriss der Mantelstruktur ohne innere Stützen (Abb. 28).

Die Spannungen in der Mitte der Deckfläche des SKO-Modells betragen über 235 MPa und sind auf die geringe Stärke der Wandung in Kombination mit dem großen Abstand zu dem Stützmaterial zurückzuführen. Die vier hoch belasteten Bereiche um den Mittelpunkt sind resultierende Schubspannungen in der Deckschicht, die über den Ansatzstellen der Säulen entstehen.



**Abbildung 58:** LC1-Druck SKO-Modell Draufsicht: a Verformung; b Spannungsverteilung

Die Wandstärke ist so gering, dass der nicht abgestützte Bereich in der Seitenmitte das Maximum der Verformung aufweist. Durch die Optimierung sollte der Bereich der maximalen Verformung (vergleiche Mantel-Modell) abgestützt werden. Unter dem Bereich der größten Deformation hat sich jedoch keine Struktur ausgebildet. Allerdings entsprechen die konstruierten Drucksäulen nicht der originalen Form der Topologieoptimierung. Durch die Abstraktion der SKO-Struktur in Form gerader Drucksäulen, könnten die sich verdickenden Anschlussstellen an die Deckschichten zu stark abstrahiert worden sein. Aufgrund dieser Vereinfachung werden die hohen Spannungen und Verformungen in der Seitenmitte hervorgerufen. Die Annahme kann durch das Betrachten der originalen SKO-Struktur belegt werden. Die Struktur (Abb. 59).



**Abbildung 59:** LC1-Druck und LC2-Zug Schnitt durch die Punktwolke der Topologieoptimierung in der x-,y-Ebene: a Schnitt bei  $z=0,5$ ; b Schnitt bei  $z=0,95$

Die Maxima der Spannung ergeben sich durch Kerbwirkungen im Inneren des Würfels und sind auf den rechtwinkligen Anschluss der Struktur an die Hülle zurückzuführen (Abb. 31).

**ELiSE** Generell gilt für die Auswertung der ELiSE-Modelle, dass die Ergebnisse in Mantelfläche (Schalen-Elemente) und Füllstruktur (Balken-Elemente) unterschieden werden können, um separate Auswertungen und Aussagen treffen zu können.

Die Deckfläche (Draufsicht) wird durch die Balken-Struktur gut abgestützt, wodurch nur eine größere lokale Verformung entsteht. Diese beträgt 1 mm (Abb. 28). Damit ist die Verformung um 23,5 % höher als beim Mantel-Modell aber um 12,3 % kleiner als bei dem SKO-Modell. Die Balkenstruktur im Inneren weist mit 1,0 mm an der gleichen Stelle wie die Hülle eine ähnlich große Verformung auf, da Hülle und Struktur miteinander verknüpft sind (Abb. 29).

Die Maxima der Verformung der Balkenstruktur sind durch die Anordnung zueinander zu erklären. Balken und deren Enden, die nicht durch Andere abgestützt werden und direkt an der mit Druck beaufschlagten Fläche anbinden, weisen eine erhöhte Verformung auf. Hinzu kommt der Winkel unter dem sie an die Deckfläche anbinden. Je näher an  $90^\circ$  zur Deckfläche, desto günstiger für den Kraftfluss, da sie in einer Wirklinie mit der einwirkenden Kraft stehen würden und so vorwiegend Normalkräfte auftreten. Im Umkehrschluss bedeutet ein kleinerer Winkel eine Zunahme des Anteils an Querkraften auf den Balken. Die Balkenanordnung ist ebenso die Erklärung für das lokale Verformungsmaximum in der Deckfläche. Wenn die stützende Struktur nicht optimal angeordnet ist und sich verformt, biegt sich die dünne Deckfläche folglich mit.

Die kontinuierliche Verringerung der Verformung von oben nach unten ist deutlich zu erkennen. Es findet eine Stauchung des Materials statt. Die eingeleitete Kraft wird in die verzweigte Balkenstruktur verteilt und das vorhandene Material gut genutzt. Dies spiegelt sich im Kennwert der Spannungsverteilung wider, da dies für die reine Balkenstruktur bei  $C = 0,35$  liegt (Abb. 29). Generell sind die Balken, die an der Hülle anbinden weniger stabil, als zwei oder

mehr Balkenelemente die sich in einem Knotenpunkt treffen, da diese sich gegenseitig stützen und mehrere Optionen für den Kraftfluss besitzen.

Die Spannungen verhalten sich analog zur Verformung.

**LC2-Zug** Wie schon bei den Ergebnissen beschrieben, unterscheiden sich die Ergebnisse zum Druck nicht. Durch die Zugbelastung haben sich lediglich die Druck und Zugbereiche umgekehrt. Die Beträge jedoch bleiben gleich, da Druck und Zug auf der gleichen Definition beruhen und sich lediglich durch die Richtung des Kraftvektors unterscheiden. Anstatt einer Stauchung des Materials findet mit der Umkehrung des Krafttensors eine Dehnung statt.

### 5.1.2 Tangentialkräfte

#### LC3-Torsion

Auf den Seitenflächen treten die größten Spannungen in den Mitten, leicht nach oben verlagert, auf, da hier die aus der Torsion entstehende Schubbeanspruchung, am größten ist. Das charakteristische Auftreten der lateralen Maximalspannungen begründet sich in der Definition der Torsion. Das Torsionsmoment dividiert durch das Torsionswiderstandsmoment der Geometrie ergeben die resultierenden Schub- oder auch Tangentialspannungen. Wichtigster Bestandteil des Widerstandsmomentes ist das dazu proportionale polare Flächenträgheitsmoment  $I_p$ . Je weiter Material vom Schwerpunktschwerpunkts angelagert wird, desto höher ist das Trägheitsmoment  $I_p$  [29].

Dies begründet die Effektivität der Strukturen mit aufgedickten Wandungen, wie zum Beispiel des SKO-Modells. Die in den Ergebnissen beschriebene Spannungsverteilung (siehe Kapitel 4.2.2) auf der Deckfläche (Draufsicht) ist auf die Verbindung der Deck- an die Seitenflächen, der Verdrehung zueinander und die daraus resultierenden Schubspannungen zurückzuführen (Abb. 35). Da das Solid-Modell keine separate Wandung besitzt, treten die Maxima in leicht nach innen versetzten Bereichen der Ecken auf.

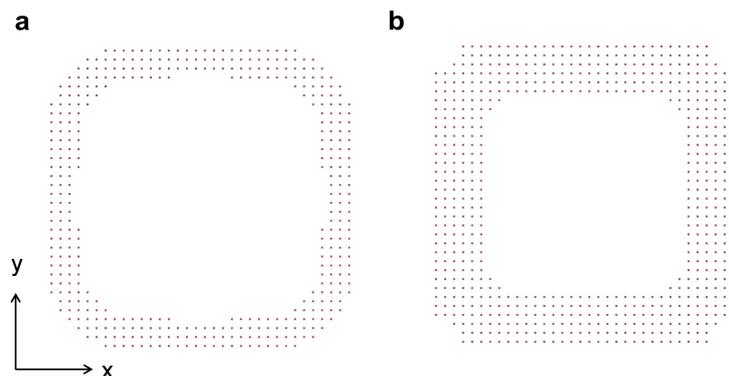
Die unbelasteten Bereiche in den Seitenmitten der Deckfläche gehen auf die Torsionsspannungen zurück, die hier gegen null gehen (Abb. 35). Dadurch, dass die Ecken jedoch den größten Abstand zum Schwerpunkt haben, ist die Verformung hier am größten (Abb. 36).

**Solid** Bei dem Vollmaterial treten seitlich maximale Spannungen von 137 MPa auf, womit es zwar das typische Belastungsmuster zeigt, aber für weitere Analysen nicht betrachtet wird.

**Mantel** Das Mantel-Modell zeigt laterale Spannungen von bis zu 215 MPa. Auch hier sind die typischen Eigenschaften der Torsionsbelastung zu erkennen. Ein Großteil des Volumens liegt

im optimalen Spannungsbereich (42 %), was auf die vorläufige Dimensionierung der Kräfte zurückzuführen ist. Durch die im Modell außen auftretenden Schubspannungen, ist die Geometrie des Mantel-Modells prädestiniert, um Torsion aufzunehmen.

**SKO** Durch die verstärkten Außenwände entstehen laterale Spannungen von bis zu 209 MPa. Die unverstärkte Deckschicht hingegen zeigt Spannungen bis zu 310 MPa auf der Oberseite, wie der Vergleich zeigt (Abb. 35). Dies ist auf die Einleitung des Moments via RBE-Spinne zurückzuführen. Die hoch belasteten Bereiche sind resultierende Schubspannungen: Die dünne Deckschicht erfährt entlang der Anbindung der unter der Deckschicht liegenden SKO-Struktur eine Scherkraft. Zusätzlich werden die Spannungen vergrößert indem der abstrahierte Querschnitt der Topologieoptimierung verwendet wird. Die originale Punktwolke nach der Optimierung wird nach oben hin breiter (Abb. 60).



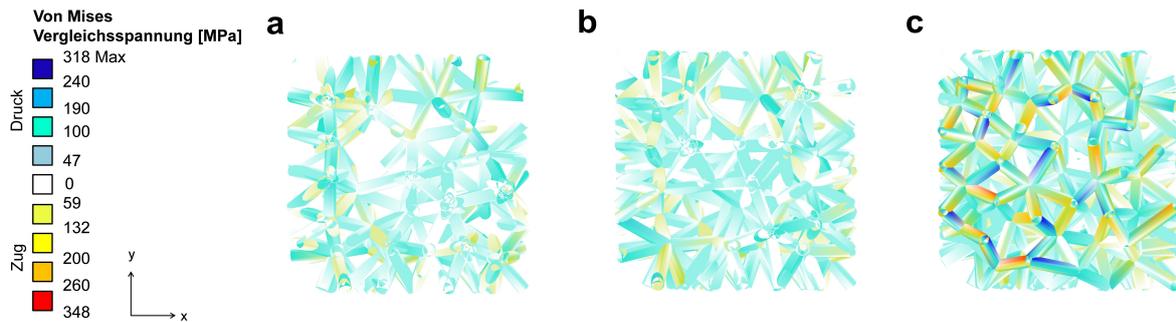
**Abbildung 60:** LC3-Torsion Schnitt durch die Punktwolke der Topologieoptimierung in der x-,y-Ebene: a Schnitt bei  $z=0,5$ ; b Schnitt bei  $z=0,95$

Die Spannungsanalyse hat zwar für die SKO-Form Spannungen von bis zu 567 MPa ermittelt, diese gehen aber auf Kerbspannungen zurück. Die (Kerb-)Spannungen über dem Optimum in 1,5 % der Masse senken auch den  $C$ -Wert. Trotzdem liegt dieser bei  $C = 0,75$  und damit nur knapp unter dem Ergebnis des Mantel-Modells. Dies belegt erneut das gute Abschneiden verstärkter Außenwände bei Torsion.

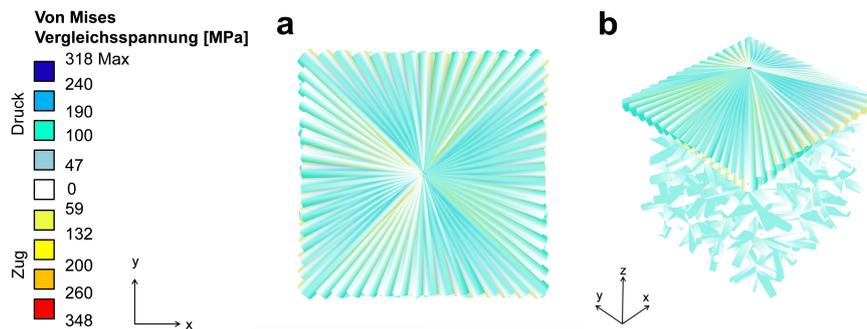
**ELiSE** Die Anbindung der balken an die Hülle erfolgt sehr homogen, wodurch sich alle Spannungen der dünnen Hülle unter dem angestrebten Optimalbereich befinden und keine lokalen Überbelastungen zeigen (Abb. 34).

Die ELiSE-Struktur schneidet im Vergleich zu den anderen Modellen mit  $C = 0,40$  schlecht ab. Die hohen Spannungs- und Verformungswerte und damit der resultierende  $C$ -Wert sind auf die manuelle Krafteinleitung via RBE-Spinne zurückzuführen. Die überbelasteten Bereiche sind fast ausschließlich im oberen Bereich der Balkenstruktur (4,2 %) zu finden und treten an

den Verbindungsstellen zu den RBE-Balken auf. Hier erweisen sich die allein stehenden Balken wieder als Schwachstelle. Trotzdem wird die Torsion anschließend gut in die Balkenstruktur eingeleitet, wie eine Schichtweise Analyse der Spannungszustände der Balken zeigt. Wie die oben erläuterten Modelle schon gezeigt haben, treten die hohen Materialausnutzungen vor allem an den äußeren Randbereichen der (Balken-)Struktur auf (Abb. 61).



**Abbildung 61:** LC3-Torsion Balkenstruktur des ELiSE-Modells Schnitte in der x-,y-Ebene (Draufsicht): a  $z = 0,2$ ; b  $z = 0,6$ ; c  $z = 1$



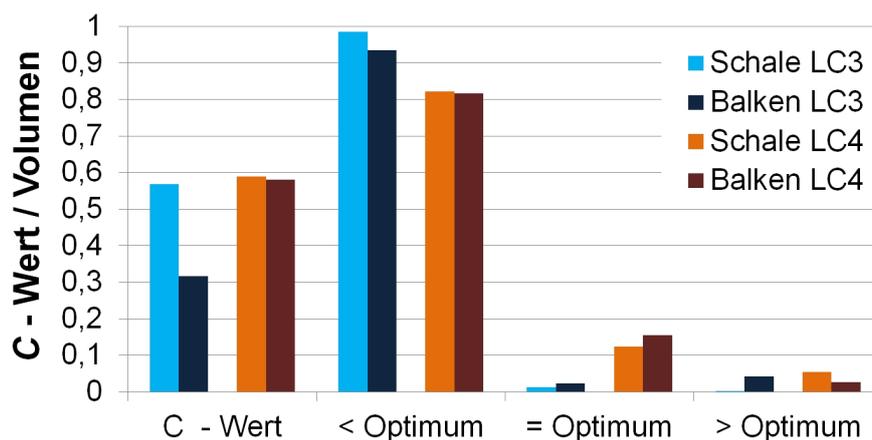
**Abbildung 62:** LC3-Torsion Hilfskonstrukt RBE-Spinne des ELiSE-Modells: a Draufsicht; b isometrische Ansicht

## LC4

**Solid und Mantel** Das Mantel-Modell zeigt neben dem Solid-Modell zwar keine auffälligen Besonderheiten, aber LC-spezifische Ausprägungen können erklärt werden. Der hohe Kennwert der Spannungsverteilung  $C = 0,44$  und die moderaten Spannungen unter dem Optimalbereich sind wieder auf die vorläufige Anpassung der Belastung auf das Mantel-Modell zurückzuführen. Die hohen Spannungen an den unteren Ecken lassen sich durch die Einspannung und die resultierenden Gegenkräfte in Form von Lagerkräften, die keine Verformung zulassen, erklären. Diese Tatsache gilt auch für die anderen Modelle. Im Gegensatz zu den unteren, treten in den oberen Bereichen des Würfels relativ geringe Spannungen auf, da die obere Deckfläche als stützendes Material wirkt und Verformungen durch keine Randbedingung limitiert werden.

**SKO** Die SKO-Form zeigt maximale Spannungen von bis zu 198 MPa, womit der Kennwert der Spannungsverteilung nur  $C = 0,38$  erreicht und fast die gesamte Masse unterbelastet ist. Der hohe Anteil an unterbelasteter Masse (99,5 %) ist erneut auf die hohe Restmasse zurückzuführen, womit zwar der optimale Kraftpfad für den vorliegenden LC gefunden, aber noch zu viel unterbelastetes Material vorhanden ist. Dadurch ergibt sich ein großer Querschnitt der Kraftpfade, wodurch die Spannungen im Material sinken ( $\sigma = F/A$ ). Die minimalen Überbelastungen sind auf Kerbspannungen zurückzuführen, da diese Bereiche weit unter 1 % des Volumens liegen, und somit kein bedeutender Lastpfad betroffen sein kann.

**ELiSE** Die schichtweise, nach unten abnehmende Verformung ist bereits beim Mantel-Modell erklärt worden und geht auf die Randbedingungen und die Relativverschiebung der parallelen Flächen (Decke und Boden) in Kraftrichtung zurück. Die Schubspannungen werden vom Strukturkern gut aufgenommen, was an den Materialauslastungen zu erkennen ist. Diese werden den Kennwerten der Torsion LC3 gegenübergestellt (Abb. 63).

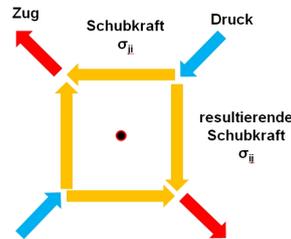


**Abbildung 63:** Gegenüberstellung von LC3-Torsion und LC4-Scherung des  $C$ -Wertes und der prozentualen Spannungsverteilung in Schalen- und Balken-Elementen in einem Balkendiagramm

Der Kennwert der Spannungsverteilung der Struktur steigt von  $C = 0,4$  für Torsion auf  $C = 0,58$  für die vorliegende Scherung. Im Gegensatz zur bedingten Aufnahme des Torsionsmoments können die Zug- und Druckkräfte des Schubs sehr gut durch die Balkenverbindungen in die Lager geleitet werden. Hierzu werden vor allem die Struktur-Elemente im Inneren des Kerns genutzt.

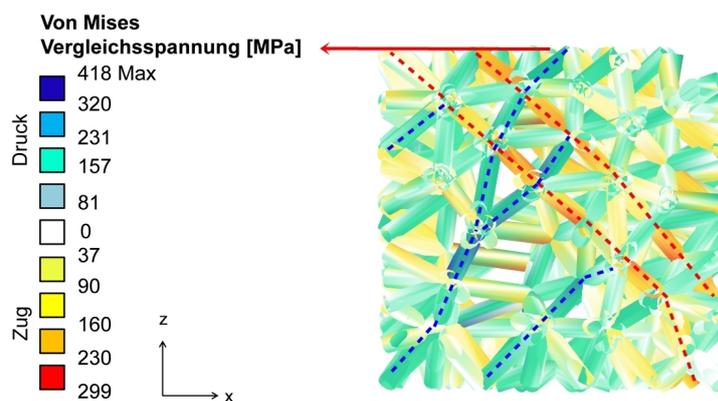
Hinter der Aufteilung in Druck- und Zugkräfte steht das Kräftegleichgewicht der Mechanik. Der aufgetragenen Kraft wird eine parallele Kraft in den Lagern entgegengesetzt. Es entsteht eine Spannung in der x-y-Ebene. Durch die Symmetrie des Spannungstensors  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  wird

das Momentengleichgewicht durch eine gleichgroße, entgegengesetzt drehende Schubspannung in der  $x$ - $z$ -Ebene hergestellt. An den Punkten, an denen die Schubpfeile zusammenstoßen, können die resultierenden Kräfte interpretiert werden (Abb. 64)[19].



**Abbildung 64:** Schubviereck aus Längs-  $\sigma_{ij}$  und Querschub  $\sigma_{ji}$  und resultierenden Zug und Druckkräften

Diese qualitative Verteilung kann gut am Balkenmodell durch einen Schnitt durch die Kernstruktur belegt werden (Abb. 65). Deutlich sind die Zug- und Druckbereiche zu erkennen, die der Form des SKO-Modells in LC4 ähneln und  $45^\circ$ -Muster zur Kraft bilden. Sie verbinden die gegenüberliegenden Ecken mit einer Art „Zug-Seil“, wobei Aneinanderreihungen von Druckbalken als Querstrebe dienen. Bereiche, die bei der SKO-Optimierung entfernt wurden, sind auch hier weniger belastet (Abb. 65).

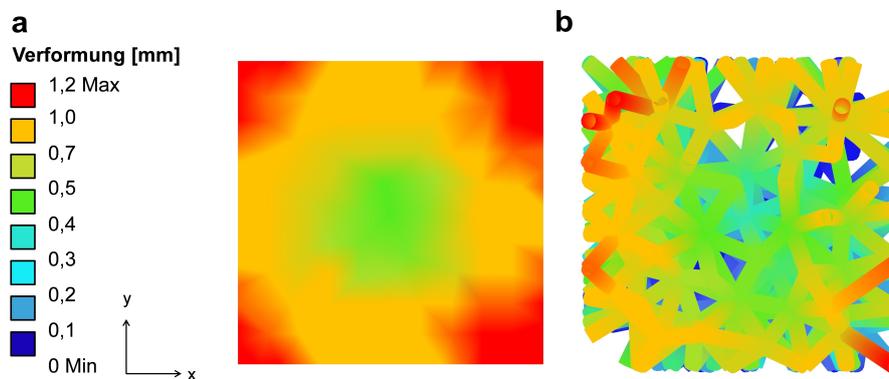


**Abbildung 65:** LC4-Scherung ELiSE-Modell, orthogonale Ansicht zu Schnitt in der  $x$ - $z$ -Ebene bei  $y = 0,3$  durch die Balkenstruktur: Aufteilung der Schubkraft (roter Pfeil) in Zug- (rot, gestrichelt) und Druckbereiche (blau, gestrichelt)

### 5.1.3 LC-Kombinationen

#### LC5-Torsion und Druck

Die ELiSE-Struktur kann die zusätzliche Drucklast gut abführen, was in Form der geringen Durchbiegung der Deckfläche zu erkennen ist. Diese biegt sich im mittleren Bereich lediglich um 1,2 mm durch, was auf die homogene Anbindung von Balken an die Deckfläche zurückzuführen ist (Abb. 66). Die zusätzliche Durchbiegung im Vergleich zum auf Druck optimierten Modell aus LC1 beträgt damit 20 %.

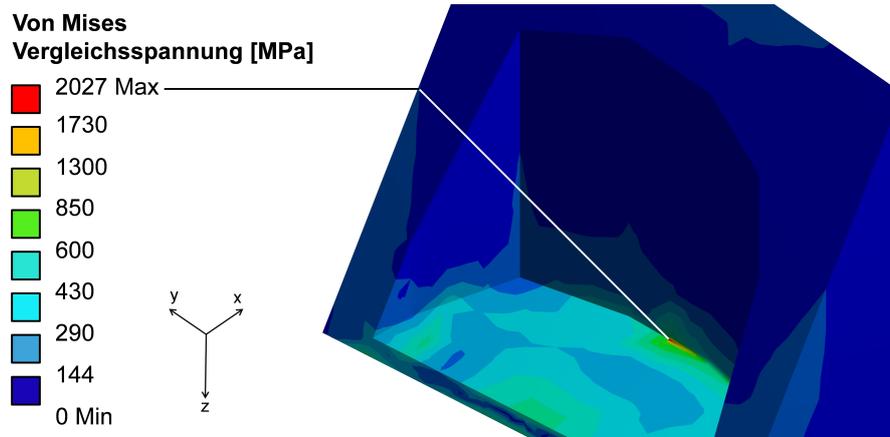


**Abbildung 66:** LC5-Torsion und Druck Verformung des ELiSE-Modells in der Draufsicht: a Hülle; b Balken-Struktur

Die Verformungen von Hülle und Balken im Randbereich sind auf die Torsion zurückzuführen und decken sich in Hinsicht auf die Verteilung der Verformung mit den Ergebnissen aus LC3. Die zusätzlich aufgebrachte Kraft kann aber gut aufgenommen werden, was deutlich für die Robustheit der diffusen Struktur spricht.

**SKO** Die auf Torsion topologieoptimierte Form hat keinerlei Masse an Decke und Bodenfläche angelagert und ist mit dem zusätzlichen LC stark überlastet. Der Druck von oben wölbt die dünne, unverstärkte Deckfläche stark aus (8,7 mm), da keine Drucksäulen oder ähnliche Strukturen vorhanden sind, die als Kraftpfade fungieren (Abb. 43).

Durch den großen Volumenanteil stark überbelasteter Elemente, ergibt sich der niedrige Kennwert der Spannungsverteilung  $C = 0,22$ . Im Gegensatz zur maximalen Durchbiegung in der Seitenmitte der unverstärkten Fläche, ist die Maximalspannung erneut auf Kerbspannungen zurückzuführen (Abb. 67).



**Abbildung 67:** LC5-Torsion und Druck: SKO-Modell Schnittansicht auf die Anschlussstelle der Wandung an die Deckfläche (oben); Markierung der maximalen (Kerb-)Spannung

**Mantel** Bei der Mantel-Version liegen ähnliche Ausprägungen vor, da sich die Modelle stark gleichen. Größter Unterschied ist die konstante Wandungstärke für alle Mantelflächen von 0,1. Hatte dieses Modell bereits bei der Torsion einen sehr hohen Kennwert der Spannungsverteilung mit  $C = 0,80$ , steigt dieser jetzt auf  $C = 0,84$ , da zusätzliche Volumenanteile an der Deckfläche durch den Druck belastet werden. Ganze 42 % der Masse befinden sich im optimalen Spannungsbereich. Dazu kommt, dass nur 1 % Spannungen über dem optimalen Bereich liegt, wodurch  $C$  weiter erhöht wird. Hier widerspricht sich allerdings die Angabe der maximalen Spannung von 225 MPa, die eigentlich unter der oberen Grenze des Optimums liegt. Dies ist eventuell auf Kerbspannungen zurückzuführen, die nicht aufgeführt sind. Oder eine Fehlinterpretierung des APDL-Skriptes. Das erneut gute Abschneiden ist zum Großteil wieder auf die Auslegung der Kräfte auf das Modell zurückzuführen.

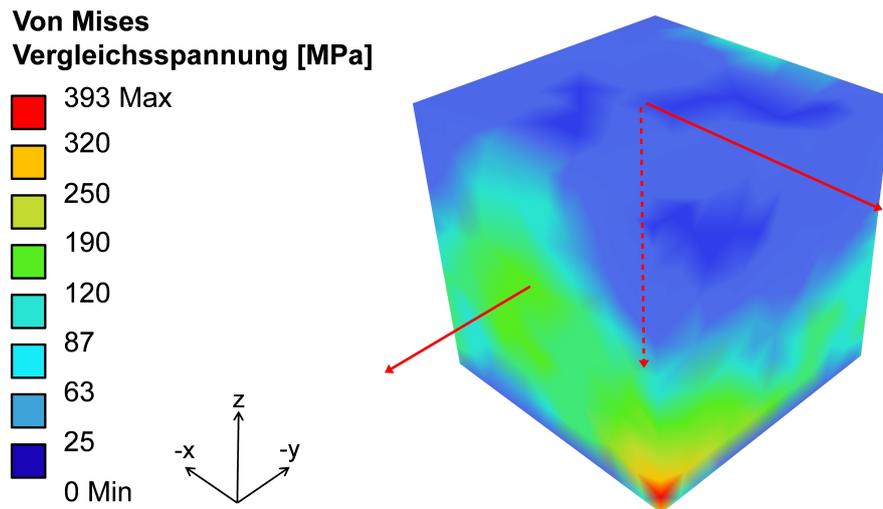
**Solid** Das Solid-Modell überlagert die Lastfälle, ohne weiter beeinflusst zu werden. Ausschlaggebende Last für den relativ hohen Kennwert der Spannungsverteilung  $C = 0,460$  ist die Torsion. Dieser beträgt bei dem reinen Zug aus LC3 bereits 0,457.

### LC6-Scherung und Zug

Durch das Hinzufügen der Zugkraft aber einer Änderung der Festlagerfläche (von Front auf Boden), ergibt sich in LC6 eine Scherkombination um  $90^\circ$  versetzte Richtungen. Aufgebracht werden die Lasten auf das auf Scherung voroptimierte Modell.

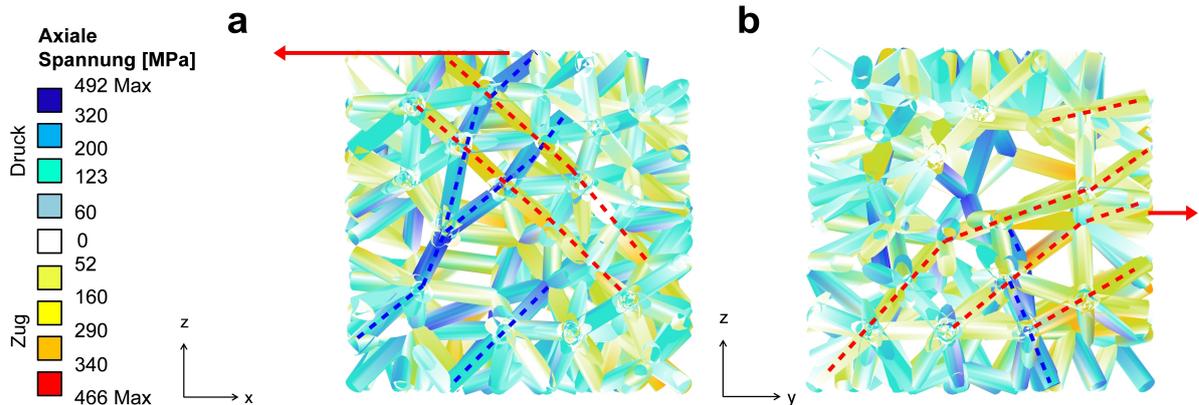
**ELiSE** Ähnlich gut wie die Scherung kann diese zusätzliche Belastung gut von der Gitterstruktur des ELiSE-Modells aufgenommen werden. Es ergeben sich keine extremen Spannungsspitzen in der Außenhülle. Ausnahme bilden zwei kleine Teilbereiche an den unteren Ecken des

Modells, die mit bis zu 393 MPa belastet sind. Da die beiden Lasten orthogonal zueinander stehen, werden zwei der vier unteren Ecken entlastet. Die anderen beiden liegen genau auf der Wirklinie der resultierenden Kraft (Abb. 68). Dies gilt in gleichem Maße für die anderen Modelle.



**Abbildung 68:** LC6-Scherung und Zug: Hochbelastete Ecke (393 MPa) des Würfels bei aufgetragenen (rot, durchgängige Linie) und resultierenden (rot, unterbrochene Linie) Kräften

Die Aufnahme der Druck und Zugbereiche des Schubs durch die Balkenstruktur sind bereits in LC4 besprochen worden. Es entstehen deutliche, auf Zug belastete, Bereiche. Die um 90° versetzte, resultierende Scherung wird als neu hinzugefügte Kraft gut in die Struktur eingeleitet (Abb. 69).



**Abbildung 69:** LC6-Scherung und Zug axiale Spannungen der ELiSE-Struktur mit Kräften (rote Pfeile) und entstehenden Druck- (blaue, unterbrochene Linie) und Zugbelastungen (rote, unterbrochene Linie): a Schnitt in der x-,z-Ebene bei  $y=0,5$  b Schnitt in der y-,z-Ebene bei  $x=0,2$

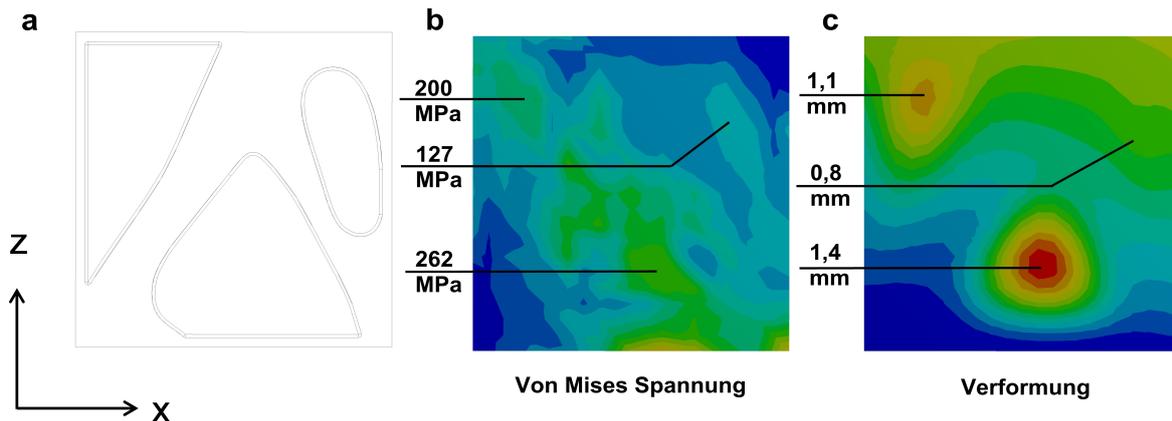
Der Kennwert der Spannungsverteilung  $C = 0,58$  (LC4) fällt auf  $C = 0,55$ . Dies lässt sich durch die Spannungsverteilung erklären (Tab. 8).

**Tabelle 8:** LC4-Scherung und LC6-Scherung und Zug des ELiSE-Modells: Vergleich der prozentualen Spannungsverteilungen

	V-% < Opt	V-% = Opt	V-% > Opt
LC4	82	14	4
LC6	70	14	16

Der Anstieg von 4 % auf 16 % im überbelasteten Spannungsbereich schlägt sich in Betracht auf  $C$  nieder. Die zusätzliche Kraft hat in Form der diffusen Balkenstruktur zwar Lastpfade zur Verfügung, jedoch sind diese lokal stark überbelastet, was zu einem Versagen führen würde. Dies weist auf noch zu hohe Abstände der Knotenpunkte hin. Die zusätzliche, orthogonale Kraft belastet die in LC4 noch nicht benötigten Balken-Strukturen. Dies betrifft alle Balken, die orthogonal zu der Kraft aus LC4 ausgerichtet sind. Ebenso sind die Balken im Druck- und Zugkegel  $\pm 45^\circ$  betroffen [19].

**SKO** Das SKO-Modell zeigt auch lokale Überbelastungen. Dies sind zum Einen die angesprochenen Ecken, des Weiteren aber auch auf der Seite der zusätzlich aufgebracht Kraft lokale, überhöhte Spannungen. Diese gehen auf eine fehlende Anbindung durch die Kernstruktur zurück. Folglich sind die Spannungen in der relativ dünnen Wandung vor Hohlräumen am höchsten. Die aufgebrachte Kraft kann nicht gut aufgenommen werden (Abb. 70).



**Abbildung 70:** LC6-Scherung und Zug: a Querschnitt des SKO-Modells; b Lokale Maxima der Spannungen auf der Würfelseite, die mit der zusätzlichen Kraft beaufschlagt wird; c Lokale Maxima der Verformungen auf der gleichen Seite

Die durch zusätzliche Scherung entstandenen Zug- und Druckkräfte haben mit der Innenstruktur keine günstigen Kraftpfade von der Krafteinleitung zu den Lagern an der Unterseite. Im  $45^\circ$  Winkel angebrachte Strukturen würden sich hervorragend eignen, um der zusätzlichen Schubkraft entgegenzuwirken [19]. Der Kennwert der Spannungsverteilung  $C$  steigt geringfügig von LC4-Scherung von  $C = 0,38$  auf  $C = 0,41$  in LC6.

**Mantel** Die lokale Überbelastung (0,7 %) der Ecken lässt die höchsten Spannungen am Mantelmodell aller sieben LCs auftreten (319 MPa). Mit 4 % liegt bedeutend mehr Masse als bei LC4 (0,3 %) im optimalen Spannungsbereich. Mit einem wiederum sehr hohen Kennwert der Spannungsverteilung von  $C = 0,55$  gleicht er dem Wert des ELiSE-Modells. Auch hier ist erneut die Dimensionierung der Ausgangskräfte relevant, da die Außenhülle an sich keine optimale Struktur gegen die Schubkräfte ist. Auch der zusätzlich aufgebrachte Zug und die resultierenden Schubspannungen werden mit Ausnahme der diagonalen Ecken der Unterseite ohne Überbelastungen aufgenommen.

### LC7-Zug und Torsion

In der letzten Lastfallkombination wird auf das auf Zug voroptimierte Modell eine Torsion aufgebracht. Die entscheidenden Unterschiede zu der LC-Kombination LC5-Torsion und Druck sind das unterschiedliche Ausgangsmodell und die Angriffsrichtungen der Kräfte (siehe Kapitel 3.2.1).

**ELiSE** Bei der ELiSE-Struktur werden die Daten aus LC2 und LC7 gegenübergestellt (Tab. 9).

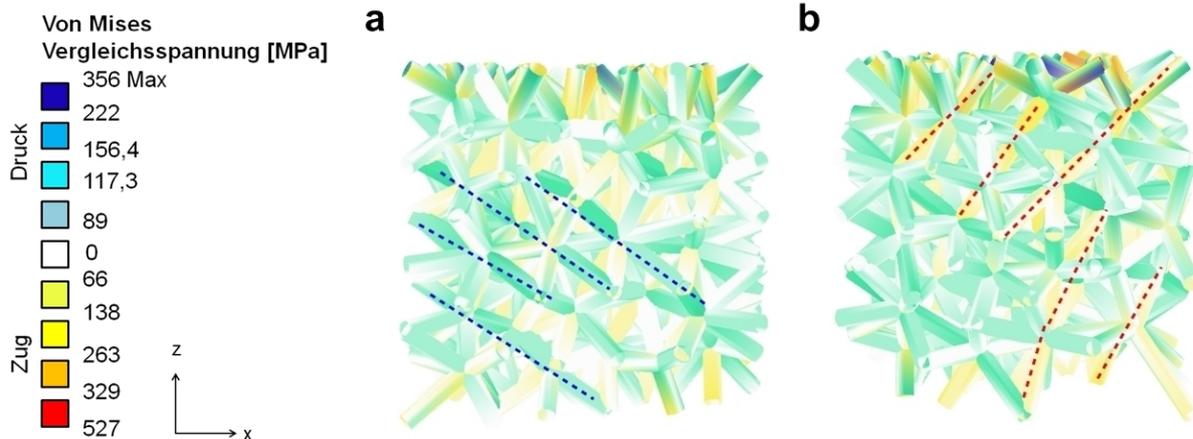
**Tabelle 9:** Gegenüberstellung der Kennwerte zu LC2-Zug und LC7-Zug und Torsion des ELiSE-Modells

Kriterium	LC2	LC7
$C$ -Wert	0,32	0,55
Spannung [MPa]	346	492
Verformung [mm]	1,03	2,78
%-V < Optimum	97,7	92,3
%-V = Optimum	1,3	4,3
%-V > Optimum	1	3,4

Nach dem Hinzufügen der Torsion verbessert sich der Kennwert der Spannungsverteilung  $C$  des Modells im Vergleich zum einfachen Zug aus LC2 um 0,23. Insgesamt steigt die Auslastung des Materials also stark an, was bedeutet, dass die zusätzliche Last gut in die Struktur eingeleitet werden kann und somit für die Robustheit der Balkenstruktur spricht. Diese begründet sich auf Querverstrebungen in Form von Balken im  $45^\circ$ -Winkel. Die hohen Auslastungen belegen die Annahme (Abb. 71).

Auch anhand der restlichen Werte kann das Hinzufügen der zusätzlichen Last erkannt werden. Die Anteile im und über dem Spannungsoptimum nehmen um 3 % beziehungsweise 2 % zu, ebenso verhält sich die maximale Verformung und die maximale Von Mises Spannung. Trotz der guten Aufnahme der Lasten treten wieder lokale Überbelastungen auf. Diese gehen auf die bereits angesprochenen Schwachstellen in Form von alleine stehenden Balkenenden zurück.

**SKO** Wie bereits bei den Ergebnissen angesprochen, ist der markanteste Kennwert der Spannungsverteilung  $C = 0$  bei der topologieoptimierten Form. Er ergibt sich, wenn zu große Masseanteile massiv überlastet sind. Dies wird durch die Spannungsverteilung belegt: 32 % der Masse sind stark überbelastet. Lediglich 7 % liegen im bevorzugten Spannungsbereich. Davon befindet sich ein Großteil in den von der Optimierung entwickelten Säulen. Da in Form der Säulen im Innenraum optimiert wurde, sind die Wände erneut unverstärkt. Wie bei der



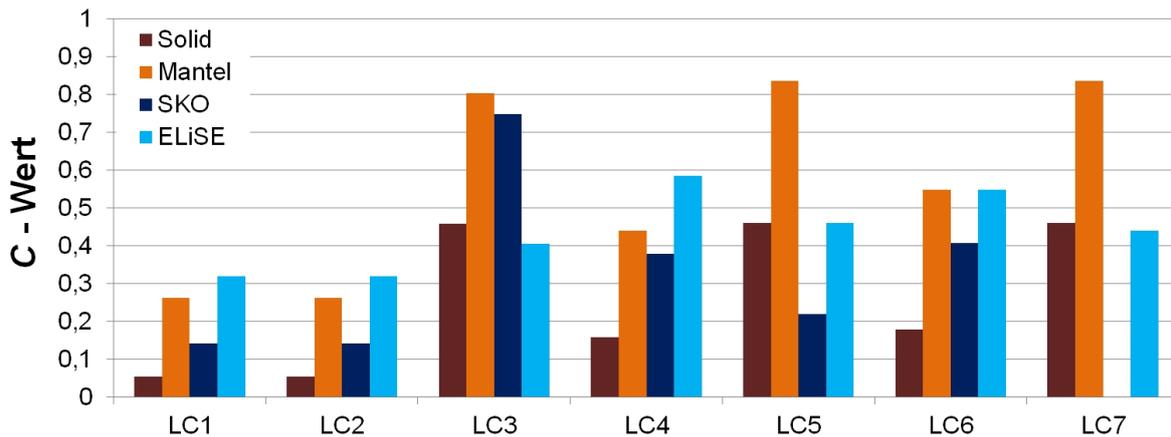
**Abbildung 71:** LC7-Zug und Torsion ELiSE-Modell axiale Spannungen der Balken-Struktur (Schnitte in der x-,z-Ebene): a Schnitt bei  $y=0,2$ : Struktur mit auf Druck belasteten Balken im  $45^\circ$ -Winkel (blaue, unterbrochene Linie); b Schnitt bei  $y=0,7$ : Struktur mit auf Zug belastete Balken im  $45^\circ$ -Winkel (rote, unterbrochene Linie)

Torsion bereits beschrieben, sind die äußeren Bereiche der belasteten Geometrie für die Steifigkeit ausschlaggebend. Die Spannungen auf den Seitenflächen und der Oberseite befinden sich zwischen 400 und 600 MPa und machen einen Großteil der überbelasteten Masse aus. Spannungen über 600 MPa sind auf Kerbspannungen zurückzuführen, die nur minimale Masseanteile erfahren. Durch die extreme Höhe gehen jedoch auch diese Anteile stark in die Wertung mit ein, die sich letztendlich auf null beläuft. Die Außenhülle wird unter der hinzugefügten Last vollständig versagen und das Modell ist für die simulierte LC-Kombination völlig ungeeignet, was eine Spezialisierung auf den ursprünglichen LC unterstreicht.

**Mantel und Solid** Das Mantel-Modell verhält sich aufgrund seiner Symmetrieeigenschaften exakt gleich zu LC5. Für das Modell ist die Wahl der LCs nicht optimal getroffen. Da es aber primär um die nicht symmetrischen Innenstrukturen und deren Reaktionen auf die zusätzlichen Belastungen geht, muss das erneute gute Abschneiden des Mantel-Modells bei einer abschließenden Bewertung berücksichtigt werden. Gleiches gilt für den Solid-Körper.

## 5.2 Modelle in der Gesamtwertung

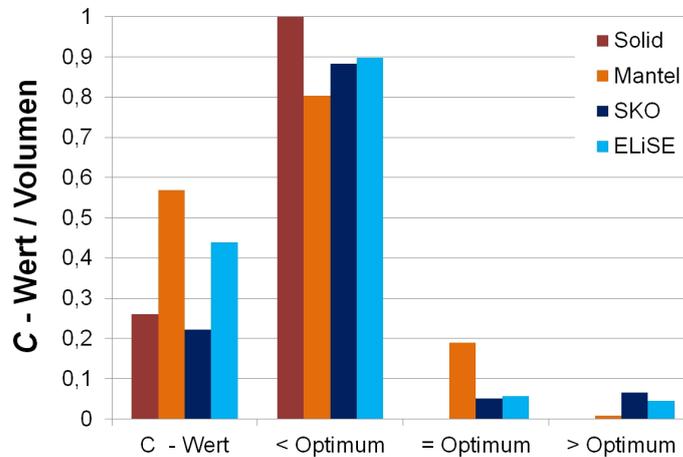
**Homogene Spannungsverteilung** In Bezug auf die Spannungsverteilung  $C$  schneidet die ELiSE-Struktur viermal am Besten ab, gefolgt von dem Mantel-Modell, welches in den restlichen drei die höchste Materialauslastung aufweist (Abb. 72).



**Abbildung 72:** Vergleich der  $C$ -Werte der vier Modelle in allen 7 LCs; Die beiden Modelle ohne vorherige Optimierung (Solid und Mantel) in rot und orange, die voroptimierten Modelle (SKO und ELiSE) in dunkel- und hellblau

Die besonders hohen Kennwerte der Spannungsverteilung  $C$  bei LCs mit Torsion fallen beim Mantel-Modell am meisten auf. Dies ist auf das geometriebedingte Flächenträgheitsmoment und die Spannungsverteilung zurückzuführen. Da diese außen auftreten, ist das Material des Mantel-Modells sehr gut für diese Lasten verteilt. Dies wird durch die hohen Werte beim Solid-Modell belegt, die in allen anderen Lastfällen eher gering, bei Torsion jedoch mehr als doppelt so hoch sind. Trotz der guten Werte kann das Mantel-Modell jedoch nicht als bestes Modell betrachtet werden, da am Anfang die Lasten auf dieses Modell angepasst wurden, um Werte zu ermitteln, die zu hohen Auslastungsgraden führen und mit denen weiter gearbeitet werden kann. Hierdurch erhält das Modell einen fundamentalen Vorteil gegenüber den anderen Modellen. Zusätzlich tritt die Torsion in zwei von drei kombinierten LCs auf, was das gute Abschneiden des Mantel-Modells weiter verzerrt.

Eine Ungenauigkeit bei den Simulationen ist die inkonsequente Verrundung der Modelle. Im Gegensatz zu den SKO-Modellen hat bei den Kanten des Mantel-Modells keine Verrundung stattgefunden. Da hier keine Struktur im Inneren angebunden wird, wurde dies vernachlässigt. Auch bei den  $C$ -Werten der SKO-Modelle sind Arbeitsschritte durchgeführt worden, deren Fehlerpotentiale es zu berücksichtigen gilt. Die Vereinfachung der Querschnitte in GH und R5 bei der Konstruktion der Modelle nähert sich nur den originalen Ergebnissen der Topologieoptimierung an, wodurch die Werte der Materialauslastung niedriger sind als erwartet (Abb. 73).



**Abbildung 73:** Vergleich der  $C$ -Werte und der prozentualen Volumenanteile unter, im und über dem optimalen Spannungsbereich der vier Modelle in allen 7 LCs (Angabe von Mittelwerten); Die beiden Modelle ohne vorherige Optimierung (Solid und Mantel) in rot und orange, die voroptimierten Modelle (SKO und ELiSE) in dunkel- und hellblau

Konstant hohe Kennwerte der Spannungsverteilung liefert das ELiSE-Modell, was auf eine Robustheit der Struktur gegenüber zusätzlicher LCs schließen lässt. Die in Relation zu den anderen Modellen betrachtete Feingliedrigkeit ist, neben einer oft in der Biologie angetroffenen Eigenschaft, auch ein klassisches Anzeichen des Leichtbaus [29]. Aufgrund der verzweigten Struktur können angreifende Kräfte und Momente gut aufgenommen und durch die Struktur zu den Lagern geleitet werden.

**Maximale Spannungen und Verformungen** Abgesehen von den auftretenden Kerbspannungen der verrundeten Kanten der SKO- und Mantel-Modelle zeigt das ELiSE-Modell hohe Spannungsspitzen und lokale Verformungen. Hier handelt es sich in den meisten Fällen um alleine stehende Balkenenden an der mit der Last beaufschlagten Seite. Sie binden so an die Wandung an, dass die aufgetragenen Kräfte zum Großteil als Querkräfte wirken und den Balken verbiegen. Diese lokal überbelasteten Balken würden zum Versagen der Struktur führen. Das SKO-Modell zeigt vor allem bei den kombinierten LCs sehr hohe Spannungen und Verformungen. Hiermit zeigt die SKO-Optimierung deutlich, dass jede Optimierung auch eine Spezialisierung ist, die sehr anfällig bei variablen Randbedingungen ist. Dies zeigt der  $C$ -Wert der SKO-Struktur in LC7 in Form einer starken Überbelastung, die schließlich zu einem Bauteilversagen führen würde. Eine Optimierung auf maximale Steifigkeit bei festgelegter Masse und LC ist das Hauptcharakteristikum einer SKO-Optimierung. In diesem Fall geht es jedoch um eine gewisse Robustheit gegenüber neu auftretenden Lastfällen weswegen eine Spezialisierung nicht der richtige Lösungsansatz für „allround-Strukturen“ ist.

## 5.3 Ausblick

### 5.3.1 Optimierungsvorschläge

Die in der Gesamtwertung festgestellten Schwachstellen der ELiSE-Struktur erfordern Verbesserungen in der Strukturauslegung. Dies bezieht sich sowohl auf die GH-Komponente, die für die Punkteverteilung und Bildung der Balkenstruktur zuständig ist, als auch auf die Optimierung durch evolutionäre Algorithmen.

**Punkteverteilung und Balkenstruktur** Wie die Überbelastungen und Verformungen von Balkenenden, die an eine mit einer Druck- oder Zuglast beaufschlagten Seite angebunden sind, zeigen, ist dies eine Schwachstelle. Besonders extrem ist dieser Fall bei alleinstehenden Balkenenden. Im Sinne einer Optimierung wäre es also sinnvoll, nicht nur eine Obergrenze an möglichen Balkenverbindungen zu setzen, sondern auch ein Minimum zu berücksichtigen, um einzelne, frei stehende Balkenenden zu vermeiden. Dies würde in Verbindung mit der schon sehr gleichmäßigen Verteilung der Punkte auf der Oberfläche eine sehr homogene Auslastung der Hülle mit sich bringen und lokale Verformungen und Spannungsspitzen unterbinden.

Zudem kann eine Verteilung von Balkenverbindung auf der Innenseite der Außenhülle in Betracht gezogen werden, um die Widerstandsfähigkeit gegen Torsion weiter zu steigern.

Eine höhere Verteilungsdichte der Punkte im Bauraum würde die Feinheit der Struktur erhöhen, womit noch homogenere Anbindungen der Balken-Elemente an die Außenhüllen möglich wäre. Mit diesem Schritt wäre eine günstige Einleitung des Kraftflusses in die Struktur möglich, was das Auftreten von Spannungsspitzen weiter verringert.

Gegen eingeleiteten Schub lässt sich kein offensichtlicher Optimierungsansatz erkennen, da durch die zugelassenen Winkel zwischen den Balkenverbindungen bei den Versuchen immer eine gute Aufnahme der Schubkräfte möglich war.

**Voroptimierung mit Evolutionsalgorithmus** Die Voroptimierung durch Galapagos muss angepasst werden. Die Voroptimierung der ELiSE-Modelle liefert nur mäßig zielgerichtete Ergebnisse im Gegensatz zur SKO beispielsweise. Hier müssen zum einen die Wahl der Optimierungsparameter überdacht werden und zum anderen deren Grenzen. Die eingebrachte Kugel mit einem Radius  $r_a = 1$ , erweist sich als ungeeignet, um einen gerichteten Verlauf der Struktur zu erlangen und zu erkennen. Die Parameter x-,y-, und z-Koordinate der Kugel sollten jedoch beibehalten werden. Der Ansatz für die Optimierung, in Verbindung mit dem FE-Tool karamba zu arbeiten, sollte beibehalten werden. Jedoch sollte die Methode der gerichteten Optimierung sensibilisiert werden. Im Gegensatz zu einer einzelnen, eingebrachten Kugel mit variierendem Dichtewert, könnten alle verteilten Punkte als Attraktorpunkt wirken. Um jeden Punkt wird

eine Kugel mit einem variablen Radius gelegt. Die vorerst zufällig verteilten Punkte werden wie gewohnt mit Balken verbunden und belastet. Bei hohen lokalen Spannungen, sollte der Kugelradius um den Anfangs- und Endpunkt des betroffenen Balkens kleiner werden, womit die benachbarten Punkte näher an diesen Punkt herangerückt werden. Auch hier ist die Wahl von Minimum und Maximum zu bedenken. Eine adaptive, spannungsgesteuerte Strukturausbildung, die je nach Belastung ihre Dichte der Punkte und damit der Balkenstruktur regelt, wird als Optimallösung angesehen. Hier wäre ein autonomes Erkennen von Druckstäben und eine konsekutive Auslegung gegen Knicken eine zusätzliche Qualitätssteigerung.

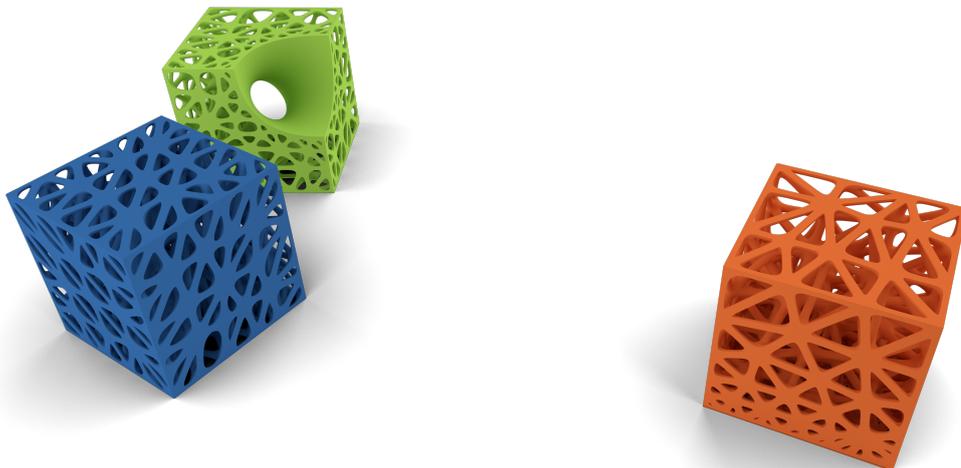
Allerdings ist die Idee einer filigranen Struktur mit adaptiven Dichtewerten kein unbekannter Denkansatz, wie zum Beispiel die MPTO-Technik zeigen.

Trotzdem sollte über eine Fortführung des Gedankens in Form einer autonomen, adaptiven Struktur nachgedacht werden. Die Unregelmäßigkeit, die die natürlichen Vorbilder mit sich bringen, sollte als Alleinstellungsmerkmal manifestiert werden. Eine eigenständige Strukturbildung mit Balken-Elementen, die sich durch die Spannungsanalyse in Echtzeit organisieren und eine eigenständige zielgerichtete, auf einen Lastfall dichtegradiertes Gitter erzeugen, stellt ein erfolgsversprechendes Prinzip dar.

### 5.3.2 Bezug zur Arbeitshypothese

Im Gegensatz zu der SKO-Spezialisierung ist der Ansatz der ELiSE-Struktur mit einer diffusen Verteilung der versteifenden Balken eine Möglichkeit, auch unbekanntem Lastfällen eine gewisse Robustheit entgegenzusetzen und trotzdem relativ wenig Masse zu gebrauchen. Eine Adaption in einem gewissen Maß sollte jedoch stattfinden, wenn die hauptsächlichen LCs bekannt sind. Durch die konstant hohen  $C$ -Werte, die Ergebnisauswertung der sieben LCs und die konkreten Optimierungsansätze kann die anfängliche Hypothese teilweise angenommen und das ELiSE-Modell zur robustesten Struktur erklärt werden.

Eine Fortführung und Vertiefung der LC-adaptiven Balkenstruktur wird als sinnvoll erachtet.



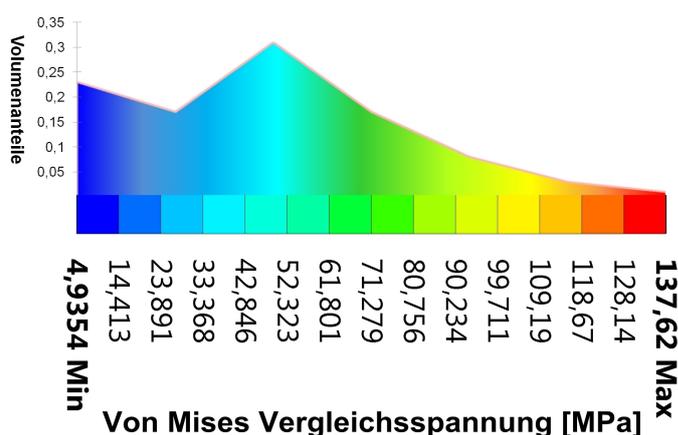
**Abbildung 74:** Nach der beschriebenen ELiSE-Methode entworfene Würfel aus unterschiedlichen Variationen der Gitterstrukturen [12]

## 6 Fazit

Auf die Ergebnisse zurückblickend, kann festgehalten werden, dass die Idee einer diffusen Balkenstruktur zur dreidimensionalen Bauraumversteifung durchaus Potential hat und vor allem bei im Voraus schwer kalkulierbaren Lastfällen Vorteile mit sich bringt.

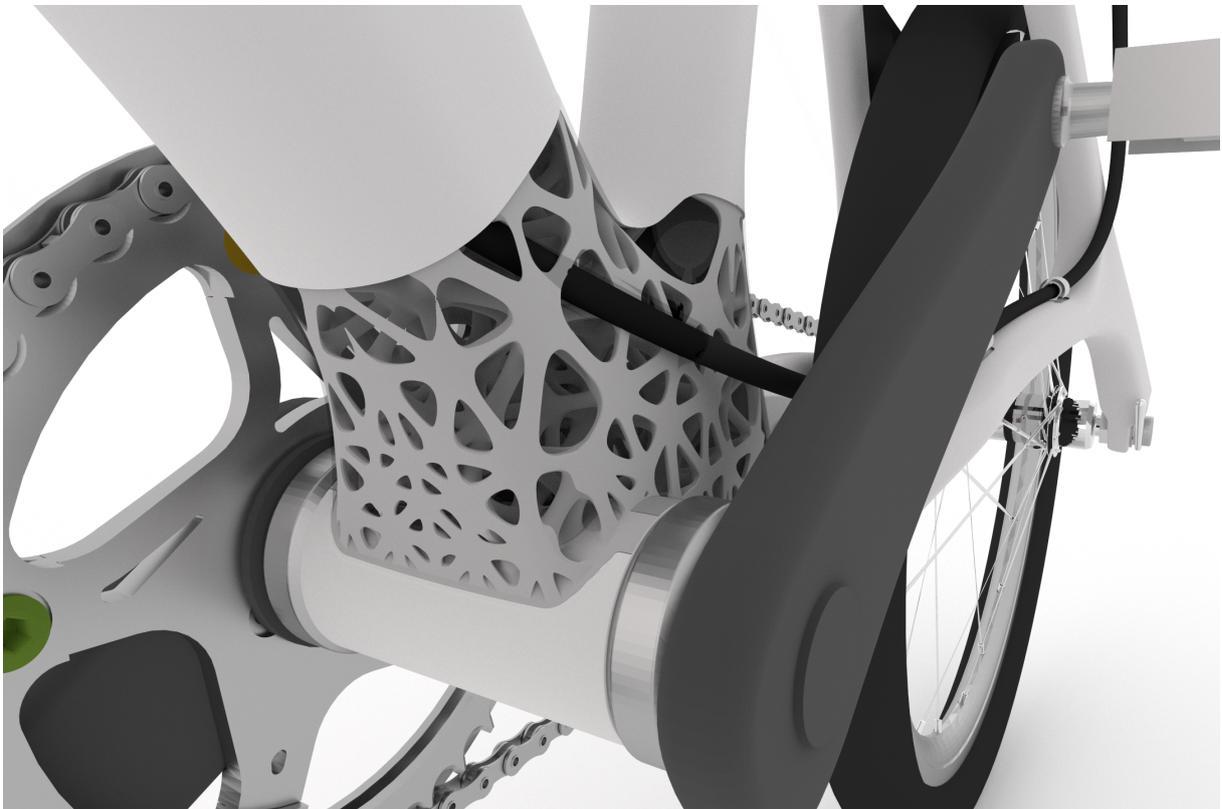
Dennoch kann der aktuelle Stand noch nicht zur Problemlösung und Anwendung herangezogen werden, da durchaus Optimierungsbedarf besteht. Für eine zufällige, diffuse Verteilung ist der Algorithmus geeignet, soll jedoch eine gezielte Vorooptimierung stattfinden, muss diese auf jeden Fall weiterentwickelt werden.

Im Gegensatz zum unausgereiften Stadium der Algorithmen der Balkenstruktur, eignet sich das Bewertungskriterium  $C$  und die Idee dahinter sehr gut, um die Materialausnutzung von Strukturvorschlägen zu analysieren und in einem Kennwert zu standardisieren. Vor allem bei kreativen Konstruktionsprozessen, können Strukturen schnell auf ihr Potential getestet werden. Allerdings bietet sich eine Verwendung einer feineren Staffelung der auftretenden Spannungen an. Werte um 90 % an „unterbelasteter“ Masse sind irreführend und können so zu Fehleinschätzungen führen. Aus einer genaueren Übersicht über die prozentualen Verteilungen der Spannungen können aus einem zu testenden Strukturmodell mehr Informationen gewonnen werden. Da die Klassierung in beliebig viele Bereiche in dem Histogramm bereits stattfindet, um den Kennwert der Spannungsverteilung  $C$  zu ermitteln, sollte diese Einteilung in zukünftigen Analysen auch genutzt werden. Hier würde sich beispielsweise eine Kombination der farbcodierten Spannungslegende mit den entsprechenden prozentualen Anteilen in diesem Spannungsbereich anbieten (Abb. 75).



**Abbildung 75:** Entwurf einer optimierten Ansicht einer Spannungsanalyse: zusätzlich aufgetragene Informationen über die prozentualen Volumenanteile in einem bestimmten Spannungsbereich

Abschließend steht fest, dass nach einer Optimierung der oben genannten Punkte eine zukünftige Anwendung zur Bauteilversteifung realistisch ist. Durch die rasante Entwicklung der additiven Fertigung können immer neue Freiheiten in der Formgebung genutzt werden, was das Fertigen einer filigranen Balkenstruktur ermöglicht. Mit AM bieten sich unzählige Anwendungsmöglichkeiten für die versteifenden Strukturlösungen von ELiSE. Durch eine schnelle Fertigung und integrierte Bauweise werden die Vorteile dieser Methode weiter gestärkt. Durch das AM (siehe Kapitel 2.4) als Fachsparte des Leichtbaus und der diffusen Balkenstruktur können diese besonders robusten und damit sicheren Produkte vielleicht schon bald im Alltag genutzt werden (Abb. 76).



**Abbildung 76:** Leichtbau der Zukunft: Belastungs- und ressourcenoptimiertes Tretlager in einem Fahrrad, ausgelegt für die Fertigung mit dem SLM-Verfahren [12]



## Literatur

- [1] PAYNE, Andrew; RAJAA, Issa (2009): *Grasshopper - Primer for Version 0.6.0007*  
[http://static1.squarespace.com/static/51c6f9f3e4b0e47ad1bbc71c/t/521cf940e4b021571fc7d3a5/1377630528615/Grasshopper+Primer\\_Second+Edition\\_090323.pdf](http://static1.squarespace.com/static/51c6f9f3e4b0e47ad1bbc71c/t/521cf940e4b021571fc7d3a5/1377630528615/Grasshopper+Primer_Second+Edition_090323.pdf). (Letzter Zugriff: 15.08.2015)
- [2] ANSYS INC. (2015): *ANSYS - Simulation Driven Product Development*.  
<http://www.ansys.com/About+ANSYS>. (Letzter Zugriff: 18.08.2015)
- [3] AUTODESK (2015): *AutoDesk Within*.  
[http://www.withinlab.com/overview/new\\_index.php](http://www.withinlab.com/overview/new_index.php). (Letzter Zugriff: 19.08.2015)
- [4] BELLOTTI SPA: *Nautic Expo - Belotti SPA*.  
<http://www.nauticexpo.de/prod/bellotti-spa/product-30295-197074.html>.  
(Letzter Zugriff: 11.08.2015)
- [5] BURBLIES, Andreas; BUSSE, Matthias (2006): Computer Based Porosity Design by Multi Phase Topology Optimization. In: *Multiscale & Functionally Graded Materials Conference*
- [6] DAHL, Winfried (1984): *Werkstoffkunde Stahl Band 1: Grundlagen*.  
Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York Tokyo
- [7] DASSAULT SYSTEMES DEUTSCHLAND GMBH (2015): *3D-CAD-Konstruktionssoftware*.  
[http://solidworks.de/sw/183\\_DEU\\_HTML.htm](http://solidworks.de/sw/183_DEU_HTML.htm). (Letzter Zugriff: 20.08.2015)
- [8] HAKE, Erwin; MESKOURIS, Konstantin (2007): *Statik der Flaechentragwerke*.  
Springer-Verlag Berlin Heidelberg
- [9] FROELICH, Peter (2005): *FEM-Anwendungspraxis: Einstieg in die Finite Elemente Analyse*. Vieweg und Teubner Verlag
- [10] GIRKMANN, Karl (1986): *Flaechentragwerke: Einfuehrung in die Elastostatik der Scheiben, Platten, Schalen und Faltwerke*. Springer Vienna
- [11] GUENTHER, Gerd (2001): *Tragwerkslehre I und II - Vorlesungsunterlagen*.  
<https://homepages.thm.de/~hg10612/statik/Tragwerkslehre.pdf>.  
(Letzter Zugriff: 10.08.2015)
- [12] HAMM, Christian (2015): *ELiSE - Evolutionary Light Structure Engineering*.  
[www.elise.de](http://www.elise.de). (Letzter Zugriff: 19.08.2015)
- [13] HERTEL, Heinrich (1960): *Leichtbau - Bauelemente, Bemessungen und Konstruktionen von Flugzeugen und anderen Leichtbauwerken*. Springer

- [14] KRANZ, J., HERZOG, C. E. D., HERZOG, H. D. (2015): Design guidelines for laser additive manufacturing of lightweight structures in TiAl6V4. In: *Journal of Laser Applications* 27
- [15] KLEIN, Bernd (2013): *Leichtbau-Konstruktion Berechnungsgrundlagen und Gestaltung*. Springer Vieweg
- [16] KREIMEIER, Dieter (2013): *Selective Laser Melting*.  
<http://www.lps.ruhr-uni-bochum.de/ausstattung/labor/slm/>.  
(Letzter Zugriff: 19.08.2015)
- [17] LINCKE, W. (1995): *Simultaneous Engineering - Neue Wege zu ueberlegenen Produkten*. Hanser Fachbuch
- [18] MATHIAK, Friedrich (2008): *Ebene Flaechentragwerke II: Grundlagen der Plattentheorie*.  
[www.mechanik-info.de/dokumente/Skript\\_Plattentheorie.pdf](http://www.mechanik-info.de/dokumente/Skript_Plattentheorie.pdf).  
(Letzter Zugriff: 19.08.2015)
- [19] MATTHECK, Claus (2010): *Denkwerkzeuge nach der Natur*.  
KS Druck GmbH, Karlsruher Institut fuer Technologie - Campus Nord
- [20] MATTHECK, Claus (2013): *Baumdiagnoseseminare mit Prof. Dr. Claus Mattheck*.  
<http://www.mattheck.de>. (Letzter Zugriff: 21.07.2015)
- [21] HOPPENRATH, Mona; ELBRAECHTER, Malte; DREBES, Gerhard (2009):  
*Marine Phytoplankton*. E.Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung
- [22] PINPLUS AG (2004): *Produktinnovation und Engineering*.  
<http://pinplus.ch/docs/cad-cam.html>. (Letzter Zugriff: 11.08.2015)
- [23] PREISINGER, Clemens: *karamba - parametric engineering*.  
[www.karamba3d.com](http://www.karamba3d.com). (Letzter Zugriff: 02.08.2015)
- [24] QUINT, Marc (2015): *Structural Design*.  
[www.xperteez.de](http://www.xperteez.de). (Letzter Zugriff: 12.08.2015)
- [25] MCNEEL, Robert (2014): *Rhinoceros - Funktionen von Rhino 5*.  
<https://www.rhino3d.com/de/features>. (Letzter Zugriff: 19.08.2015)
- [26] RUTTEN, David (2010): *Evolutionary Principles applied to Problem Solving*.  
<http://www.grasshopper3d.com/profiles/blogs/evolutionary-principles>.  
(Letzter Zugriff: 27.08.2015)
- [27] VDI - VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE (2012):  
*VDI-Richtlinie 6220 Blatt 1 -Bionik - Konzeption und Strategie*.

- [28] VDI - VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE (2012):  
*VDI-Richtlinie 6224 Blatt 2 - Bionische Optimierung.*
- [29] WIEDEMANN, Johannes (2007): *Leichtbau - Elemente und Konstruktion.*  
Springer-Verlag Berlin

## Eidesstattliche Versicherung

Kehm, Christian

Name, Vorname // Name, First Name

---

Ich versichere hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Abschlussarbeit mit dem Titel

### **Charakterisierung mechanischer Eigenschaften von versteifenden, dreidimensionalen Gitterstrukturen**

selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe erbracht habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie wörtliche und sinngemäße Zitate kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Bremerhaven, 15.09.2015

Ort, Datum, Unterschrift // Place, Date, Signature

---