

## **Bachelorthesis**

zur Erlangung des akademischen Grades

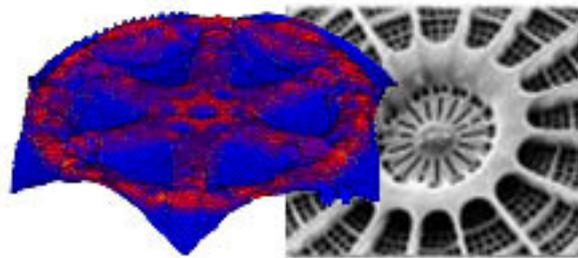
*Bachelor of Sciences (B. Sc.)*

in der Fachrichtung Bionik

an der

Hochschule Bremen

# **Strukturoptimierung einer Platte und ihr Vergleich mit Diatomeenstrukturen**



Bearbeitungszeit: 29.05.2008 bis 31.07.2008

**Merlin Schäfer**

Matrikelnummer: 130390

- Gutachter:**
1. Prof. Dr.-Ing. Susanna Labisch, Hochschule Bremen, Fakultät Natur und Technik, Internationaler Studiengang Bionik (ISB)
  2. Dr. Christian Hamm, Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung (AWI), Bremerhaven

# INHALTSVERZEICHNIS

<b>ZUSAMMENFASSUNG .....</b>	<b>1</b>
<b>1 EINLEITUNG .....</b>	<b>2</b>
<b>2 MATERIAL &amp; METHODE.....</b>	<b>5</b>
<b>2.1 Wahl der Modelle und Belastungsfälle .....</b>	<b>5</b>
<b>2.2 Erstellung der Modelle / Preprocessing .....</b>	<b>6</b>
2.2.1 Geometrierstellung & Vernetzung .....	6
2.2.2 Randbedingungen und Belastungen .....	6
2.2.3 Materialdaten .....	7
2.2.4 Zusätzliche Angaben.....	8
2.2.4.1 Optimierung durch Sickenbringung.....	8
2.2.4.2 Optimierung nach der SKO-Methode.....	8
2.2.5 Tabellarische Übersicht.....	8
<b>2.3 Optimierung der Modelle.....</b>	<b>15</b>
2.3.1 Optimierung durch Sickenbringung .....	15
2.3.2 Optimierung nach der SKO-Methode .....	16
<b>2.4 Postprocessing .....</b>	<b>17</b>
<b>2.5 Auswertung der Berechnungsergebnisse .....</b>	<b>17</b>
2.5.1 Optimierung durch Sickenbringung .....	17
2.5.2 Optimierung nach der SKO-Methode .....	18
<b>3 ERGEBNISSE .....</b>	<b>19</b>
<b>3.1 Ablauf der Optimierung.....</b>	<b>19</b>
<b>3.2 Variation des Materials.....</b>	<b>21</b>
<b>3.3 Variation der Belastungsart.....</b>	<b>23</b>
<b>3.4 Variation der Belastungsdichte .....</b>	<b>23</b>
<b>3.5 Variation der Belastungsverteilung.....</b>	<b>25</b>
<b>3.6 Variation der Lagerung.....</b>	<b>27</b>
<b>3.7 Variation der Geometrie .....</b>	<b>29</b>
<b>3.8 Optimierung mittels sko-Methode.....</b>	<b>30</b>
<b>4 DISKUSSION .....</b>	<b>32</b>
<b>4.1 Modell 03a – Ablauf der Optimierung.....</b>	<b>32</b>
<b>4.2 Variation des Materials.....</b>	<b>33</b>
<b>4.3 Variation der Belastungsart.....</b>	<b>33</b>
<b>4.4 Variation der Belastungsdichte .....</b>	<b>33</b>

<b>4.5</b>	<b>Variation der Belastungsverteilung.....</b>	<b>34</b>
<b>4.6</b>	<b>Variation der Lagerung.....</b>	<b>34</b>
<b>4.7</b>	<b>Variation der Geometrie .....</b>	<b>35</b>
<b>4.8</b>	<b>Optimierung nach der SKO-Methode.....</b>	<b>35</b>
<b>4.9</b>	<b>Abschließende Betrachtung .....</b>	<b>36</b>
<b>5</b>	<b>AUSBLICK .....</b>	<b>39</b>
<b>6</b>	<b>QUELLENVERZEICHNIS .....</b>	<b>40</b>
<b>7</b>	<b>DANKSAGUNG .....</b>	<b>42</b>

## ZUSAMMENFASSUNG

Die Siliziumschalen von Diatomeen (Frusteln) weisen eine unglaubliche Vielzahl an Formen und Strukturierungen auf. Bis heute konnte nicht abschließend geklärt werden, unter welchen Aspekten sich die verschiedenen Frusteln evolutiv entwickelt haben. Eine durch Belastungstests an realen Diatomeen gestützte Theorie geht davon aus, dass die Schalen evolutiv optimierte Leichtbaukonstruktionen darstellen. In dieser Arbeit wird mittels eines Programms zur Topologieoptimierung durch Sickenbildung exemplarisch untersucht, inwieweit sich bei der Optimierung einer Platte bezüglich verschiedener Belastungen eine der Diatomeenschale gleichende Bauteilstruktur ausbilden würde beziehungsweise könnte. Die optimierten Modelle unterscheiden sich in Material, Belastungsart, Belastungsdichte, Belastungsverteilung, Lagerung und Geometrie. Es zeigt sich, dass die Lagerung und dementsprechend die Geometrie den größten Einfluss auf die entstehende Topologie besitzen. Bei verschiebungs- und rotationsfreier Lagerung aller Seiten formen sich Streben zwischen gegenüberliegenden Plattenecken aus. Teilweise kommt es zur Bildung einer selbstähnlichen Struktur in der Plattenmitte. Insofern lassen die optimierten Platten Analogien zu abstrahierten Frustelstrukturen auf. Sie deuten aber auch auf die Grenzen der Sickenoptimierung hin. Unterstützt werden die Ergebnisse durch erste Berechnungen zur Plattenoptimierung nach der *Soft Kill Optimization (SKO)* – Methode. Obwohl nicht eindeutig geklärt werden kann, ob und für welche Belastungsfälle Diatomeenschalen optimiert sind, scheint es in jedem Fall lohnenswert, Diatomeen zukünftig als voroptimierte Grundlage für Leichtbaukonstruktionen einzusetzen. Dazu ist weitere Forschungsarbeit notwendig, um den Zusammenhang zwischen den Strukturunterschieden von Diatomeenfrusteln und ihrer Festigkeit zu untersuchen.

**Schlagwörter:** Diatomeen, Frustelstruktur, Leichtbau, Strukturoptimierung, Topologieoptimierung, Sickenbildung, FormUp.Sheet, SKO

## 1 EINLEITUNG

Der rasante technische Fortschritt der letzten Jahrzehnte ermöglicht es der Bionik, die Prinzipien der vielfältigen, evolutiv optimierten und den menschlichen Technologien oft überlegenen Konstruktionen der Natur zu verstehen und als Vorbild für modernste Technik zu verwenden. In diesem Sinn finden die Bionik und ihre Methoden zunehmend Anwendung in der technischen Produktentwicklung [1, 2].

Zwei bekannte bionische Methoden für Leichtbaukonstruktionen, beispielsweise im Automobilbau, sind die „*Soft Kill Optimization*“ (SKO) zur Topologieoptimierung und die Sickenoptimierung zur Erhöhung der Steifigkeit von Bauteilen, welche auf Grundlage der Wachstumsregel von biologischen Kraftträgern entstanden sind [3].

Ein Nachteil dieser Methoden ist, dass die gefundene Lösung fertigungstechnisch nicht oder nur sehr schwer umsetzbar sein kann. Zudem ist es möglich, dass sie kein globales, sondern ein lokales Optimum darstellt, da der Optimierungsalgorithmus nicht über dieses lokale Optimum hinauskommt. Mit zunehmender Komplexität der Problemstellung steigt der Rechenaufwand, wodurch zeitliche und finanzielle Ansprüche an den Optimierungsprozess eventuell unerfüllbar werden [4].

Angesichts dessen erscheint es sinnvoll, herausragende Leichtbaukonstruktionen der Natur als voroptimierte Grundlage im weiteren Optimierungsprozess einzusetzen. Voraussetzung hierfür ist, dass der Organismus für ähnliche Belastungsfälle wie das zu optimierende Bauteil ausgelegt ist.

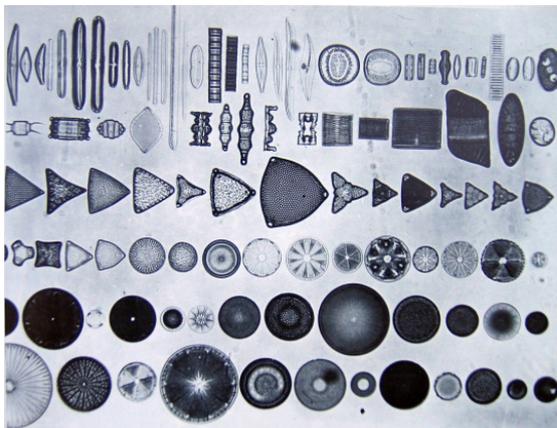
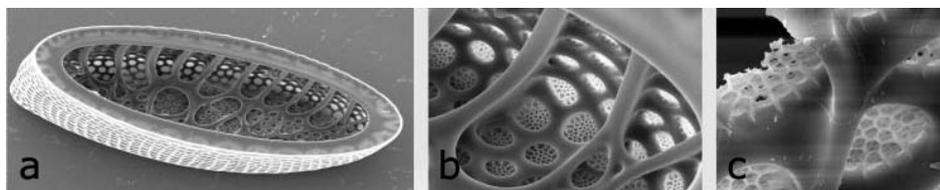


Abb. 1: Sammlung von Diatomeenarten [9]

Ein Beispiel äußerst formstabiler Organismen stellen die Diatomeen dar [5, 6]. Diatomeen, nano- bis millimetergroße einzellige Grünalgen, gehören zu den erfolgreichsten Organismen der Erde und sind für mindestens 20% der jährlichen globalen Primärproduktion an Biomasse verantwortlich. Ihre Zellwand besteht im Gegensatz zu anderen Phytoplanktongruppen aus zwei ineinander passenden Schalenhälften (Frustel) aus Silikat und eingelagertem organischen Material, die durch Poren und Spalten auf äußerst kunstvolle Weise artspezifisch strukturiert sind. Derzeit sind ca. 100.000 Diatomeenarten mit größtenteils unterschiedlicher

Schalenarchitektur bekannt (siehe Abb. 1) [7, 8, 9, 10]. Da das Silikat aus einem Polymernetzwerk aus Si-O-Brücken besteht, weist es eine hohe Isotropie auf und ist amorph. Theoretisch müsste die Diatomeenschale relativ hart, aber spröde sein [11]. Reale Belastungstests mit einer Mikro-Glasnadel ergaben, dass die Schalen von *Coscinodiscus granii*, *Thalassiosira punctigera*. und *Fragilariopsis kerguelensis* Druckkräften von umgerechnet 100-700 t m<sup>-2</sup> widerstehen [5]. Es wird angenommen, dass sowohl die Schalenarchitektur (vergleiche Abb. 2), als auch ihre Materialeigenschaften für die hohe mechanische Belastbarkeit der Diatomeen verantwortlich sind [5, 11]. Wahrscheinlich hat sich die Frustel als Schutz vor den Beißwerkzeugen von Prädatoren, hauptsächlich Zooplankton, entwickelt, wobei das Gewicht des Photosynthese betreibenden Organismus minimal gehalten werden musste, um ein Absinken in lichtarme Gewässerschichten zu vermeiden [5]. Es konnte außerdem nachgewiesen werden, dass die äußere Mikrotopografie von Diatomeenschalen die Partikelbewegung auf der Oberfläche beeinflusst, so dass Nanopartikel sortiert werden [12]. Weiterhin wird diskutiert, ob die komplexe Frustelarchitektur der Lichtbündelung dient, um die Photosyntheseleistung der unter der Frustel liegenden Chloroplasten zu erhöhen [13, 14, 15]. Wie viele biogene Materialien und Strukturen erfüllt die Frustel der Diatomeen vermutlich eine Mehrzweckfunktion [11].



**Abb. 2:** Schalenhälfte (Frustel) von *Isthmia spec.* Zu sehen ist der Habitus mit Wabenstruktur 1. Ordnung (a), sowie Ausschnitte aus dieser mit Siebplatten, welche Wabenstrukturen 2. (b) und 3. Ordnung (c) aufweisen. [C. Hamm & C. Kara, unpubliziert]

Interessanterweise wird während der Frustelbildung zuerst die hexagonale Grundstruktur geformt, in der sich dann die hexagonalen Feinstrukturen zweiter und dritter Ordnung ausbilden [16]. Es ist vorgeschlagen worden, dass die hexagonale Struktur die unvermeidliche Folge eines in der Evolution bewährten Biomineralisations-Mechanismus darstellt. Die hauptsächlich aus Silikat bestehende Frustel wird durch selbstorganisierte Biomineralisation gebildet. Unregelmäßigkeiten beziehungsweise Fehler im Materialgefüge stellen im Allgemeinen Schwachstellen dar, die sich negativ auf den weiteren Produktionsverlauf auswirken oder die Festigkeit der Struktur herabsetzen können. Möglicherweise sind die Fehlerwahrscheinlichkeit und der Energieaufwand bei der selbstorganisierten Produktion

hexagonaler Strukturen besonders gering, so dass dieses Muster durch die Evolution selektiert wird. Daneben erscheint es plausibel, dass für die Bildung der Feinstruktur der gleiche, bewährte Mechanismus verwendet wird wie für die Grobstruktur [17].

Derzeit besteht großes Interesse daran, herauszufinden, wie der selbstorganisierte Prozess zur Bildung der Frustel bei Raumtemperatur, Umgebungsdruck und milden physiologischen Bedingungen abläuft. Ziel ist es, Diatomeen als Vorbild und *Werkzeug* sowohl in der Bio- und Nanotechnologie, als auch in den Materialwissenschaften einzusetzen. In Experimenten konnten sowohl die Diatomeen selbst, als auch durch sie inspirierte synthetische Moleküle als Negativform für die Produktion nanostrukturierter Materialien eingesetzt werden, deren morphologische und mechanische Eigenschaften sich durch Zusatzstoffe und veränderte Umgebungsbedingungen unterschiedlich einstellen [10, 18].

Im Leichtbaubereich werden bereits neue Produkte entwickelt, welche Diatomeenschalen als Vorbild besitzen, beispielsweise für den Automobilbau und die Medizintechnik. Dazu wirdn 3-D-Modelle der Schalenstruktur von *Isthmia spec.* erstellt, mit verschiedenen Berechnungs- und Optimierungsverfahren bezüglich ihrer Festigkeit analysiert und überarbeitet, und schließlich in Anwendungen wie eine Autofelge und einen neuartigen Gipsverband übertragen (Abb. 3) [19].

Bisher konnte weder nachgewiesen werden, ob und für welche Belastungsfälle die verschiedenen Diatomeenschalen evolutiv optimiert sind, noch inwieweit sich bei der Bearbeitung ähnlicher Belastungsprobleme mit herkömmlichen Optimierungsprogrammen eine der Diatomeenschale gleichende Bauteilstruktur ausbilden würde beziehungsweise könnte. In der vorliegenden Arbeit soll daher exemplarisch untersucht werden, ob und unter welchen mechanischen Bedingungen sich diatomeenähnliche Strukturen ausbilden können, und dabei die Möglichkeiten und Grenzen der Topologieoptimierung mittels Sickenbildung analysiert werden.



**Abb. 3:** Prototyp einer Autofelge (oben) und eines Gipsverbands (unten), die auf Grundlage abstrahierter Diatomeenstrukturen entwickelt worden sind. [C. Hamm, unpubliziert]

## 2 MATERIAL & METHODE

### 2.1 WAHL DER MODELLE UND BELASTUNGSFÄLLE

Als Ausgangsgeometrie dient eine einfache Polyamid-Platte von 200 x 200 mm Größe und 1 mm Dicke. Diese wird bezüglich des Materials, der Randbedingungen (Belastungsdichte, Belastungsverteilung, Lagerung) und der Geometrie variiert und die Modelle anschließend mit dem Programm *FormUp.Sheet* optimiert und miteinander verglichen. Die Variation der Modelle geschieht in einem dynamischen Prozess, bei dem die Ergebnisse der aktuellen Berechnungen jeweils in die Gestaltung der nächsten Modelle eingehen, um möglichst effizient ein breites Spektrum potentieller Einflussgrößen auf die Topologie zu untersuchen. Insgesamt werden 34 Modelle erstellt und 45 Topologieoptimierungen durchgeführt. Tabelle 1 gibt eine Übersicht über die variierten Eigenschaften und die berechneten Variationen.

**Tab. 1:** Übersicht über die variierten Eigenschaften der Plattenmodelle und die berechneten Variationen

Eigenschaft	Variationen
Material	Aluminium, Polyamid, Silikat, Stahl
Randbedingungen	
Belastungsart:	Punktlast, Flächenlast
Belastungsdichte:	Jeder 2., 3., 4., 5., 10., 15., 20. Knoten
Belastungsverteilung:	gleichständig oder versetzt, gehäuft oder verteilt, verschiedene Verteilungsmuster
Lagerung:	4 Seiten, 2 Seiten und 4 Ecken verschiebungs- und rotationsfrei; 4 Seiten verschiebungsfrei beziehungsweise verschiebungsfrei und gleichzeitig rotationsfrei für einzelne Achsen gelagert
Geometrie	Quadratische Platte, Sechseckige Platte, Runde Platte, Lochplatte, Kreiszyylinder, Kugel

Für zwei Modelle wird mit *FormUp.Topologie* zusätzlich eine Topologieoptimierung nach der *Soft Kill Optimization (SKO)* – Methode durchgeführt.

Um die Vergleichbarkeit der Modelle zu gewährleisten, ist das Kraft-Flächen-Verhältnis konstant gehalten. Abweichungen der Modell- und Elementgröße werden, soweit die Vernetzung und die Belastungsverteilung es zulassen, vermieden.

## 2.2 ERSTELLUNG DER MODELLE / PREPROCESSING

Die Modelle werden mit dem Pre- und Postprozessor *Mentat* des Finite Elemente Softwarepakets *MSC.MARC/Mentat 2005r2* der *MSC Software Corporation* erstellt.

Im Folgenden wird das Vorgehen bei der Erstellung der verschiedenen Modelltypen in *MSC.MARC/Mentat* beschrieben. Eine Übersicht über die Kenndaten der einzelnen Modelle gibt Tabelle 3 in Abschnitt 2.2.5.

### 2.2.1 Geometrieerstellung & Vernetzung

Die quadratischen Platten entstehen aus einem Element von 200 x 200mm Kantenlänge, welches in 80 x 80 Elemente von 2,5 mm Kantenlänge unterteilt wird. Bei den Modellen für die Untersuchung der Auswirkungen unterschiedlicher Belastungsdichten werden anschließend soviel äußere Elementreihen entfernt, wie notwendig ist, um für die jeweilige Belastungsdichte in x- und y-Richtung einen gleichmäßigen Abstand der belasteten Knoten zur Modellkontur zu gewährleisten. Die Modelle der sechseckigen und runden Platten entstehen aus Kurvenmodellen, welche mit dem automatischen Netzerzeuger OVERLAY planar vernetzt werden. Die Lochplatte ist eine Variation von Modell 03e. Die Löcher besitzen einen Durchmesser von 5 mm und einen gegenseitigen Abstand von 21 mm. Für die Erstellung des Kreiszyinders wird zunächst das Flächenmodell eines Kreiszyinders generiert, und dieses anschließend automatisch mit dem OVERLAY-Netzerzeuger vernetzt. Die Generierung des Kugelnetzes erfolgt wie die des Kreiszyinders, nur dass mit einer Kugeloberfläche als Ausgangsmodell gearbeitet wird.

### 2.2.2 Randbedingungen und Belastungen

Es wird eine verschiebungs- und rotationsfreie Lagerung der Außenkanten angenommen, außer bei der Modellreihe zur Variation der Lagerung, sowie dem Kugel- und Zylindermodell. Bei der Last handelt es sich, abgesehen von dem Modell zur Variation der Belastungsart, um Punktlasten. Die Last wird stets senkrecht zur Oberfläche aufgebracht. Das Verhältnis von belastender Kraft zur Modellfläche wird für alle Modelle an das Verhältnis von Modell 03b angepasst.

Berechnung des Kraft-Flächenverhältnisses für alle Modelle:

$$\frac{F_0}{A_0} = \frac{676}{39006,25} \cdot \left[ \frac{N}{mm^2} \right] = 0,01733056 \left[ \frac{N}{mm^2} \right], \quad (I)$$

wobei  $F_0$  die auf Modell 03b einwirkende Gesamtkraft bei einer Punktlast von 1 N pro belastetem Knoten und  $A_0$  die Gesamtfläche von Modell 03b ist.

Berechnung der auf das jeweilige Modell wirkenden Gesamtkraft:

$$F_{ges} = \frac{F_0}{A_0} \cdot A_{ges} = 0,01733056 \cdot A_{ges} [N], \quad (II)$$

mit  $A_{ges}$  als Plattengrundfläche.

Berechnung der auf die einzelnen Knoten wirkenden Kraft im jeweiligen Modell:

$$F_n = \frac{F_{ges}}{N} [N], \quad (III)$$

wobei N der Anzahl der belasteten Knoten im jeweiligen Modell entspricht.

Die Art der Lagerung und die mechanische Belastung der einzelnen Modelle können Tabelle 3 entnommen werden.

### 2.2.3 Materialdaten

Für alle Modelle wird isotropes Material verwendet. Bei isotropen Materialien sind die einzelnen Materialeigenschaften unabhängig von der Richtung.

Außer bei der Testreihe, in welcher das Material variiert, werden die Modelle für Polyamid berechnet. Polyamid stellt einen weit verbreiteten Kunststoff dar, der durch verschiedene Beimischungen und Herstellungsverfahren in zahlreichen Varianten bezüglich seiner mechanischen Eigenschaften erhältlich ist [20].

In Tabelle 2 sind das Elastizitätsmodul (E-Modul) und die Poissonzahl der verwendeten Materialien angegeben. Das E-Modul gibt die innere Steifigkeit eines Materials an. Graphisch lässt es sich als Steigung des Graphen im Spannungs-Dehnungsdiagramm bei einachsiger Belastung innerhalb des linearen Elastizitätsbereiches interpretieren. Je steifer ein Material ist, desto mehr Widerstand setzt es seiner Verformung entgegen und desto höher ist sein E-Modul. Die Formel zur Berechnung des E-Moduls lautet:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}, \quad (IV)$$

wobei  $\sigma$  die mechanische Normalspannung und die  $\varepsilon$  Dehnung darstellt.

Die Poissonzahl, auch Querkontraktionszahl, ist das Verhältnis der Kontraktion in Querrichtung zur Dehnung in Längsrichtung bei auftretender Spannung in Längsrichtung. Sie ist eine dimensionslose Größe, die vom Material abhängt und kann wie folgt berechnet werden:

$$\mu = \frac{\Delta d / d}{\Delta l / l}, \quad (\text{V})$$

wobei  $\Delta d / d$  die relative Dickenänderung und  $\Delta l / l$  die relative Längenänderung bei Einwirkung einer äußeren Kraft oder Spannung [21].

**Tab. 2:** E-Modul und die Poissonzahl der für die Modelle verwendeten Materialien [aus 20, 22]

	Polyamid	Aluminium	Stahl	Silikat
E-Modul [N mm <sup>-2</sup> ]	3000	70.000	210.000	47.000
Poissonzahl	0,4	0,33	0,3	0,16

## 2.2.4 Zusätzliche Angaben

### 2.2.4.1 *Optimierung durch Sickenbringung*

Gemäß den Einschränkungen des Optimierungsprogramms *FormUp.Sheet* [3] wird für alle Modelle der viereckige Elementtyp 75 (3D Shell) verwendet und die zu optimierenden Knoten in einem Set mit dem Namen `n_opt` gespeichert. Desweiteren wird als Ergebnis die Von-Mises-Spannung in der 1. und 5. Schicht (innerste und äußerste Schicht), sowie eine Ausgabe des Post Files im Binary- & ASCII-Format gefordert. Die Benutzer-Subroutine UXFORD ist aktiviert.

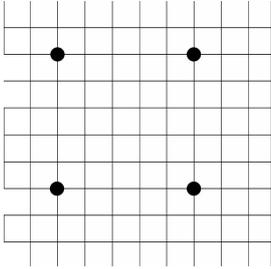
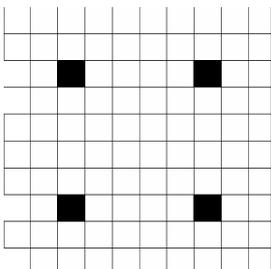
### 2.2.4.2 *Optimierung nach der SKO-Methode*

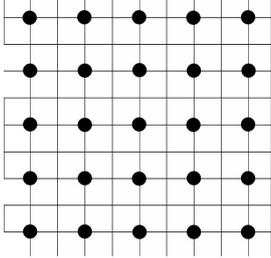
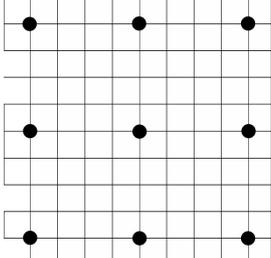
Für die Topologieoptimierung nach der SKO-Methode werden gemäß den Vorgaben des Optimierungsprogramms *FormUp.Topologie* [23] alle Elemente in einem Set mit dem Namen „e\_remove“ gespeichert und das Material mit „remove“ benannt. Gewünschtes Ergebnis ist die Vergleichsspannung nach von Mises in der 1. und 5. Schicht (innerste und äußerste Schicht), die als Post Files im Binary- & ASCII-Format ausgegeben wird.

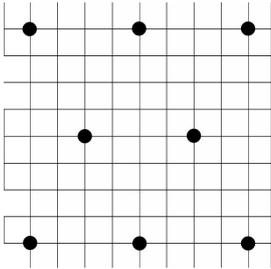
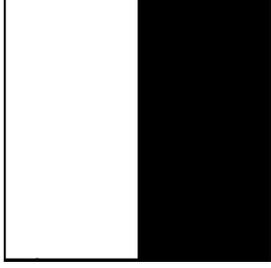
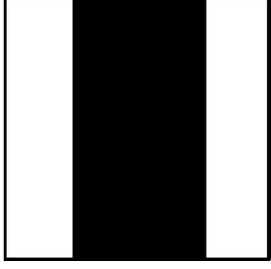
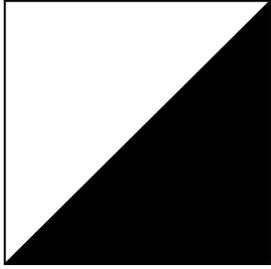
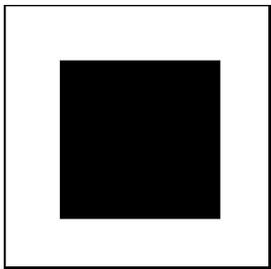
## 2.2.5 Tabellarische Übersicht

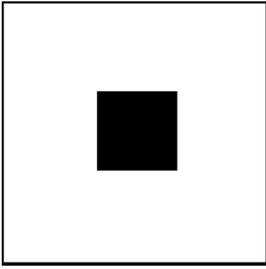
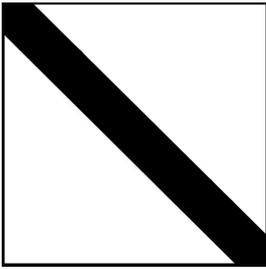
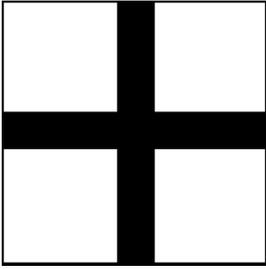
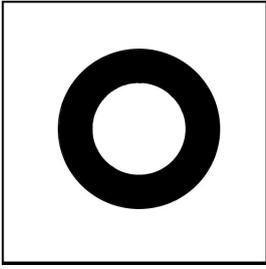
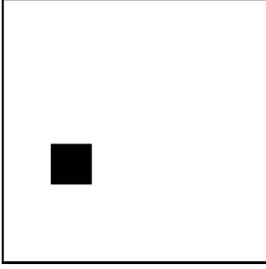
Zur besseren Übersicht sind in der nachfolgenden Tabelle (Tab. 3) die einzelnen Modelle der untersuchten Testreihen mit ihren jeweiligen Kenndaten und einer Kurzbeschreibung beziehungsweise charakterisierenden Abbildung aufgeführt. Für die Ausgangsmodelle der einzelnen Modellreihen sind alle Kenndaten angegeben. Für die folgenden Modelle sind nur die davon abweichenden Eigenschaften aufgeführt.

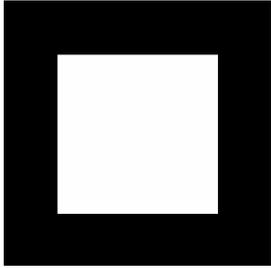
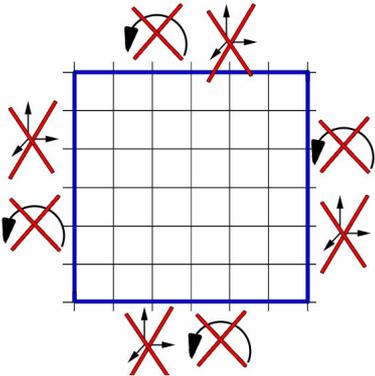
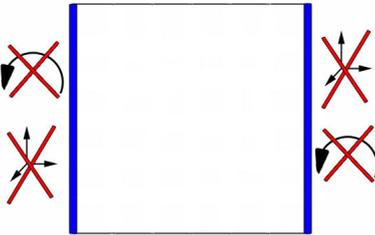
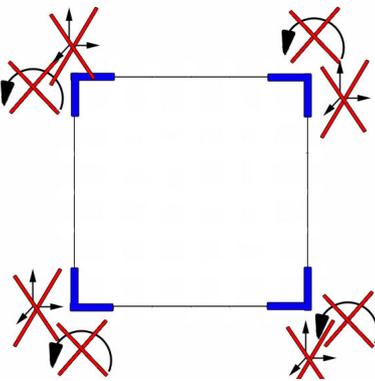
**Tab. 3:** Übersicht über die berechneten Modelle und ihre jeweiligen Kenndaten. Für das erste Modell jeder Modellreihe sind alle Kenndaten angegeben. Für die folgenden Modelle sind nur die davon abweichenden Eigenschaften aufgeführt.

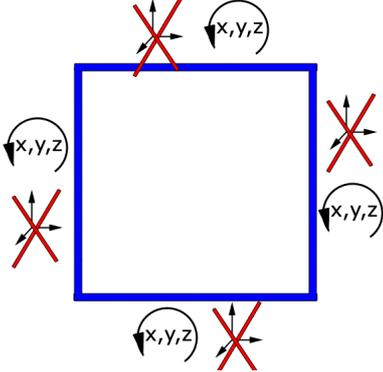
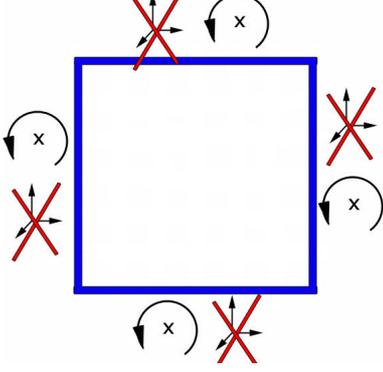
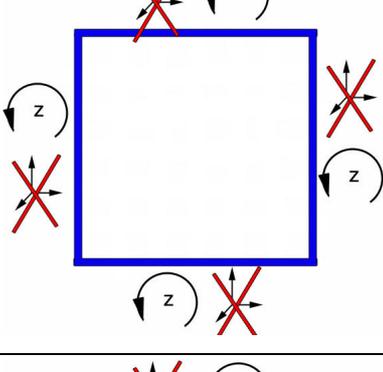
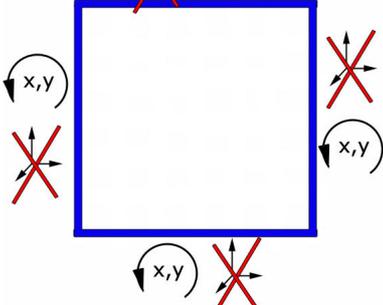
<b>Variation des Materials</b>		
<i>Modell</i>	<i>Kurzbeschreibung</i>	<i>Kenndaten</i>
Modell 01_pol <i>Ausgangsmodell</i>	E = 3000, $\mu = 0,4$ (Polyamid)	Quadratische Platten von 195*195*1 mm, translations- und rotationsfreie Lagerung von vier Seiten; Kraft-Flächen-Verhältnis von 0,108315975, jeder 5. (225) Knoten mit je 2,9289 N Punktlast belastet; E-Modul 3000, Poissonzahl 0,4 (Polyamid)
Modell01c_al	E = 70000, $\mu = 0,33$	E-Modul 70.000, Poissonzahl 0,33 (Aluminium)
Modell01c_si	E = 47000, $\mu = 0,16$	E-Modul 47000, Poissonzahl 0,16 (Silikat)
Modell01c_stahl	E = 210000, $\mu = 0,3$	E-Modul 210.000, Poissonzahl 0,3 (Stahl)
<b>Variation der Belastungsart</b>		
<i>Modell</i>	<i>Kurzbeschreibung</i>	<i>Kenndaten</i>
Modell 01_pol <i>Ausgangsmodell</i>		Quadratische Platten von 195*195*1 mm, Material Polyamid; translations- und rotationsfreie Einspannung von 4 Seiten; Kraft-Flächen-Verhältnis von 0,108315975, jeder 5. (225) Knoten mit je 2,9289 N Punktlast belastet
Modell 02b		Plattengröße 197,5*197,5*1 mm ( $h*b*t$ ); jedes 5. (225) Elemente mit je 3,0044 N $mm^{-2}$ Flächenlast belastet

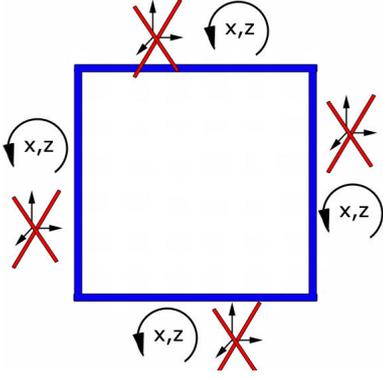
<b>Variation der Belastungsdichte</b>		
<b>Modell</b>	<b>Kurzbeschreibung</b>	<b>Kenndaten</b>
Modell 03a <i>Ausgangsmodell</i>	Jeder 2. Knoten belastet 	Quadratische Platte von 200*200*1 mm (h*b*t); Material Polyamid; translations- und rotationsfreie Einspannung von 4 Seiten; Kraft-Flächen-Verhältnis von 0,108315975, jeder zweite (1600) Knoten mit je 0,4333 N Punktlast belastet
Modell 03b	Jeder 3. Knoten belastet	Plattengröße 197,5*197,5*1 mm; jeder dritte (676) Knoten mit je 1 N Punktlast belastet
Modell 03c	Jeder 4. Knoten belastet	Plattengröße 195*195*1 mm; jeder vierte (3619 Knoten mit je 1,8255 N Punktlast belastet
Modell 01_pol	Jeder 5. Knoten belastet	Plattengröße 195*195*1 mm; jeder fünfte (225) Knoten mit je 2,9289 N Punktlast belastet
Modell 03e	Jeder 10. Knoten belastet	Plattengröße 195*195*1 mm; jeder zehnte (49) Knoten mit je 13,4489 N Punktlast belastet
Modell 03f	Jeder 15 Knoten belastet	Plattengröße 182,5*182,5*1 mm; jeder fünfzehnte (16) Knoten mit je 36,0760 N Punktlast belastet
Modell 03g	Jeder 20. Knoten belastet	Plattengröße 195*195*1 mm; jeder zwanzigste (9) Knoten mit je 73,2216 N Punktlast belastet
<b>Variation der Belastungsverteilung</b>		
<b>Modell</b>	<b>Kurzbeschreibung</b>	<b>Kenndaten</b>
Modell 03c <i>Ausgangsmodell</i>	gleichständige Belastung 	Quadratische Platte von 195*195*1 mm; Material Polyamid; translations- und rotationsfreie Einspannung von 4 Seiten; Kraft-Flächen-Verhältnis von 0,1083, jeder vierte (361) Knoten gleichständig mit je 1,8255 N Punktlast belastet

<p>Modell 04b</p>		<p>361 Knoten mit je 1,8255 N Punktlast wechselständig belastet</p>
<p>Modell 04c</p>		<p>171 Knoten in 9*19 Reihen einseitig auf der halben Fläche mit je 3,8538 N Punktlast belastet</p>
<p>Modell 04d</p>		<p>171 Knoten in 9*19 Reihen mittig auf der halben Fläche mit je 3,8538 N Punktlast belastet</p>
<p>Modell 04e</p>		<p>190 Knoten auf der halben Fläche von Ecke zu Ecke mit je 3,4684 N Punktlast belastet</p>
<p>Modell 04f</p>		<p>169 Knoten in 13*13 Reihen mit je 3,8994 N Punktlast belastet</p>

Modell 04g		25 Knoten in 5*5 Reihen mit je 26,3598 N Punktlast belastet
Modell 04h		89 Knoten als Streifen zwischen gegenüberliegenden Ecken mit 7,4044 N Punktlast belastet
Modell 04i		105 Knoten kreuzförmig mit 6,2761 N Punktlast belastet
Modell 04j		100 Knoten ringförmig mit 6,5899 N Punktlast belastet
Modell 04k		25 Knoten gehäuft mit 26,3598 N Punktlast belastet, dabei jeder 2. Knoten belastet

Modell 04l		240 Knoten am äußeren Rand mit 2,7459 N Punktlast belastet
<b>Variation der Lagerung</b>		
<i>Modell</i>	<i>Kurzbeschreibung</i>	<i>Kenndaten</i>
Modell 01_pol <i>Ausgangsmodell</i>		Quadratische Platten von 195*195*1 mm, Material Polyamid; alle 4 Seiten in x-, y- und z-Richtung verschiebungs- und rotationsfrei gelagert; Kraft-Flächen-Verhältnis von 0,108315975, jeder 5. (225) Knoten mit je 2,9289 N Punktlast belastet
Modell 05b		2 Seiten verschiebungs- und rotationsfrei in alle Richtungen gelagert
Modell 05c		Ecken verschiebungs- und rotationsfrei in alle Richtungen gelagert

<p>Modell 05d</p>		<p>Verschiebungsfrei in x-, y-, z-Richtung gelagert</p>
<p>Modell 05e</p>		<p>Verschiebungsfrei in x-, y-, z-Richtung, rotationsfrei um die y- und z-Achse gelagert</p>
<p>Modell 05f</p>		<p>Verschiebungsfrei in x-, y-, z-Richtung, rotationsfrei um die x- und y-Achse gelagert</p>
<p>Modell 05g</p>		<p>Verschiebungsfrei in x-, y-, z-Richtung, rotationsfrei um die z-Achse gelagert</p>

Modell 05h		Verschiebungsfrei in x-, y-, z-Richtung, rotationsfrei um die y-Achse gelagert
<b>Variation der Geometrie</b>		
<b>Modell</b>	<b>Kurzbeschreibung</b>	<b>Kenndaten</b>
Modell 03b <i>Ausgangsmodell</i>	Quadratische Platte	Quadratische Platte von 197,5*197,5*1 mm; Material Polyamid; translations- und rotationsfreie Einspannung von 4 Seiten; Kraft-Flächen-Verhältnis = 0,108315975, jeder 3. (676) Knoten gleichständig mit je 1 N Punktlast belastet
Modell 06b	Sechseckige Platte	40000 mm <sup>2</sup> Fläche; 5628 Elemente; 537 Knoten mit 1,2588 N Punktlast belastet
Modell 06c	Runde Platte	40000 mm <sup>2</sup> Fläche; 5928 Elemente; 568 Knoten mit 1,1901 N Punktlast belastet
LPMoell 03e	Lochplatte	38869 mm <sup>-2</sup> Fläche; 6336 Elemente; 49 Knoten mit 13,7473 N Punktlast belastet
Modell 06e	Zylinder	6320 Elemente; 240 Elemente mit 2,8523 N mm <sup>-2</sup> Flächenlast belastet
Modell 06f	Kugel	6400 Elemente; 240 Elemente mit 2,8884 N mm <sup>-2</sup> Flächenlast belastet

## 2.3 OPTIMIERUNG DER MODELLE

### 2.3.1 Optimierung durch Sickeneinbringung

Die Optimierung der sickenoptimierten Modelle erfolgt mit der Programmapplikation *FormUp.Sheet 2005r2* zur Sickenoptimierung der *sachs engineering GmbH*. *FormUp.Sheet* baut Spannungsspitzen in belasteten Schalenbauteilen durch eine automatische Sickenoptimierung ab. Dazu wird zunächst die Spannungsverteilung im Ausgangsmodell

berechnet. Weicht diese von der Referenzspannung ab, erfolgt eine Knotenverschiebung der zu optimierenden Knoten um die Differenz aus tatsächlicher Spannung und Referenzspannung. Ist die tatsächliche Spannung größer als die im Input-File festgelegte Referenzspannung, werden die Knoten in Richtung der Summe der maximalen und minimalen Normalenrichtungen der an den Knoten anliegenden Elemente verschoben. Ist die tatsächliche Spannung geringer, kommt es zur Knotenverschiebung entgegen der maximalen und minimalen Normalenrichtungen der an den Knoten anliegenden Elemente. Durch einen zusätzlich anzugebenden Wachstumsfaktor kann die Optimierung beschleunigt werden. Es ist zu beachten, dass ein zu hoch gewählter Faktor zu einer zu starken Verzerrung der Elemente führt und die Optimierung abgebrochen werden muss. Ein zu niedrig gewählter Faktor führt dagegen zu keiner erkennbaren Veränderung der Modelle. Im Anschluss an die Knotenverschiebung wird die Spannungsverteilung im angepassten Modell berechnet. Diese drei Schritte können in mehreren Iterationen wiederholt werden [3]. Für die in dieser Arbeit durchgeführten Optimierungen werden 10 Iterationen und ein Wachstumsfaktor von 0,1 gewählt, die sich in einer vorhergehenden Testreihe bewährt haben. Die Referenzspannung wird auf Null gesetzt und damit nur eine Verschiebung der Knoten in positiver Normalenrichtung zugelassen.

### 2.3.2 Optimierung nach der SKO-Methode

Für die Modelle 01c\_pol und 03e wird zusätzlich eine Optimierung nach der SKO-Methode mit der Programmapplikation *FormUp.Sheet 2005r2* zur Sickenoptimierung der *sachs engineering GmbH*. Bei der SKO-Methode wird zur Bauteiloptimierung die adaptive biologische Knochenmineralisation simuliert. Dabei wird in einer ersten Rechnung allen Elementen des Designraums ein konstanter E-Modul zugewiesen und die Spannungsverteilung bestimmt. Anschließend werden über eine entsprechende Anpassung des E-Moduls hoch belastete Bereiche versteift und gering belastete Bereiche abgebaut, so dass nach mehreren Iterationen nur die tragende Struktur erhalten bleibt. Die Geschwindigkeit des Optimierungsprozesses und die Qualität des Optimierungsergebnisses lassen sich über verschiedene Parameter vom Benutzer beeinflussen. Hier wird der von der *sachs engineering gmbh* empfohlene Gewichtungsfaktor (CONST) 300 und ein Referenzwert (SRES) von 1,0 (Standardeinstellung) gewählt [23]. Die Killoption wird aktiviert und der Killoption-Faktor für das E-Modul (KOEFAK) auf 0,01 gesetzt. Die Berechnungen im Single-Modus erfolgten mit 3 Iterationen, im Batch-Modus mit 20 Optimierungsschritten und ebenfalls 3 Iterationen.

## 2.4 POSTPROCESSING

Die optimierten Modelle werden mit Hilfe des Pre- und Postprozessor *Mentat* des Finite Elemente Softwarepakets *MSC.MARC/Mentat 2005r2* der *MSC Software Corporation* graphisch aufbereitet und analysiert. In den dargestellten Ergebnissen sind sowohl die ursprüngliche, als auch die deformierte Form zu sehen. Konturbänder geben die Areale an, in welchen Vergleichsspannungen nach von Mises in ähnlicher Größenordnung auftreten, wobei die automatische Einteilung in 10 Stufen gewählt wird. Gelb stellt die Bereiche höchster Spannungen dar, blau sind die Bereiche niedriger Spannungen.

## 2.5 AUSWERTUNG DER BERECHNUNGSERGEBNISSE

### 2.5.1 Optimierung durch Sickenbringung

Für die Auswertung der Optimierungsergebnisse werden die Modelle möglichst nach der gleichen Anzahl an Iterationen miteinander verglichen. Hiervon wird nur abgewichen, wenn die Knotenverschiebungen während der Optimierung die Elemente so stark verzerren, dass die Topologie schlecht erkennbar und Spannungsspitzen eindeutig auf die Verzerrung zurückzuführen sind. Für den Vergleich wird zum einen die Verteilung der Vergleichsspannung nach von Mises analysiert.

Die sogenannte Vergleichsspannung  $\sigma_v$  wurde in die Mechanik eingeführt, um die in der Regel mehrachsig belasteten Bauteile mit der einachsigen Beanspruchung aus der Werkstoffprüfung zu vergleichen und entsprechend dimensionieren zu können. Die Vergleichsspannung  $\sigma_v$  ergibt sich durch Umrechnung des bei mehrachsiger Beanspruchung auftretenden Spannungszustands in einen fiktiven einachsigen Spannungszustand. Die Umrechnung kann auf verschiedenen Festigkeitshypothesen basieren, die experimentell abgesichert werden, indem ein bestimmter Versagensmechanismus zugrunde gelegt wird. Bei Berechnung der Vergleichsspannung nach von Mises, Huber und Hencky wird angenommen, dass die zur Änderung der Bauteilgestalt erforderliche elastische Energie für das Bauteilversagen maßgeblich ist (Gestaltänderungsenergiehypothese). Für den allgemeinen dreiachsigen Spannungszustand in x-, y-, z-Komponenten kann die Vergleichsspannung nach von Mises wie folgt berechnet werden:

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}, \quad (\text{V})$$

wobei  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  die Normalspannungen und  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yz}$  die Schubspannungen in alle drei Raumrichtungen darstellen [24].

Zum anderen werden die auftretenden Maximalspannungen miteinander verglichen und die Deformation des Modells betrachtet. Je homogener die Spannungsverteilung im jeweiligen Modell ist und je geringer die auftretende Maximalspannung, desto erfolgreicher ist eine Optimierung zu bewerten. Damit einher geht eine Abnahme der durch die Lasteinwirkung hervorgerufenen Deformation [25].

### 2.5.2 Optimierung nach der SKO-Methode

Es werden die Killoption-Dateien der vier untersuchten Optimierungen vergleichend gegenübergestellt. Die Killoption-Datei enthält das um die Elemente mit einem E-Modul kleiner/gleich  $E_{\text{real}} \times \text{KOEFAK}$  reduzierte Bauraummodell [23]. Da die Optimierung mittels SKO-Methode nicht den Schwerpunkt dieser Arbeit bildet, wird auf eine genauere Analyse der Entwicklung der Spannungsverteilung verzichtet.

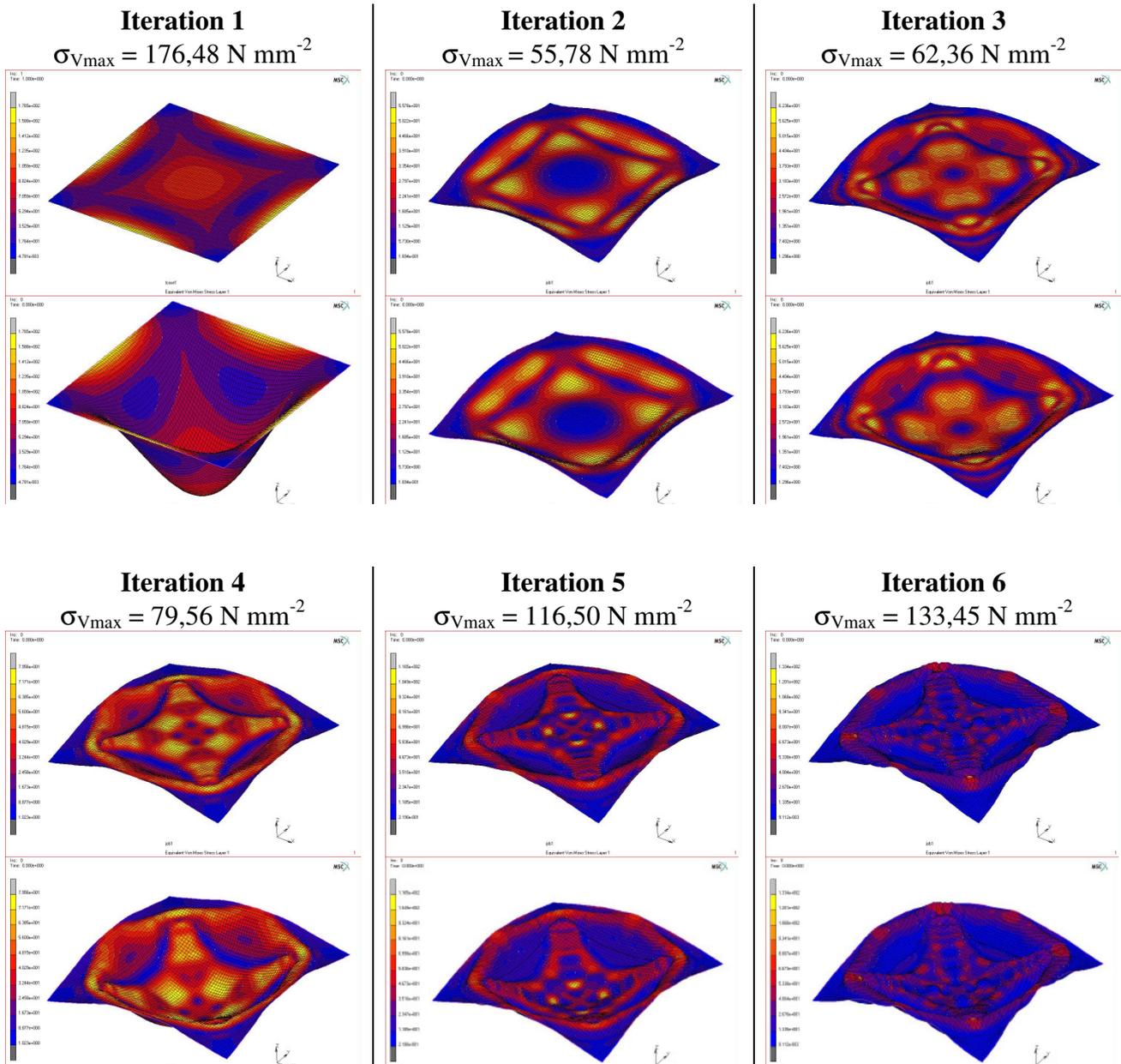
### 3 ERGEBNISSE

#### 3.1 ABLAUF DER OPTIMIERUNG

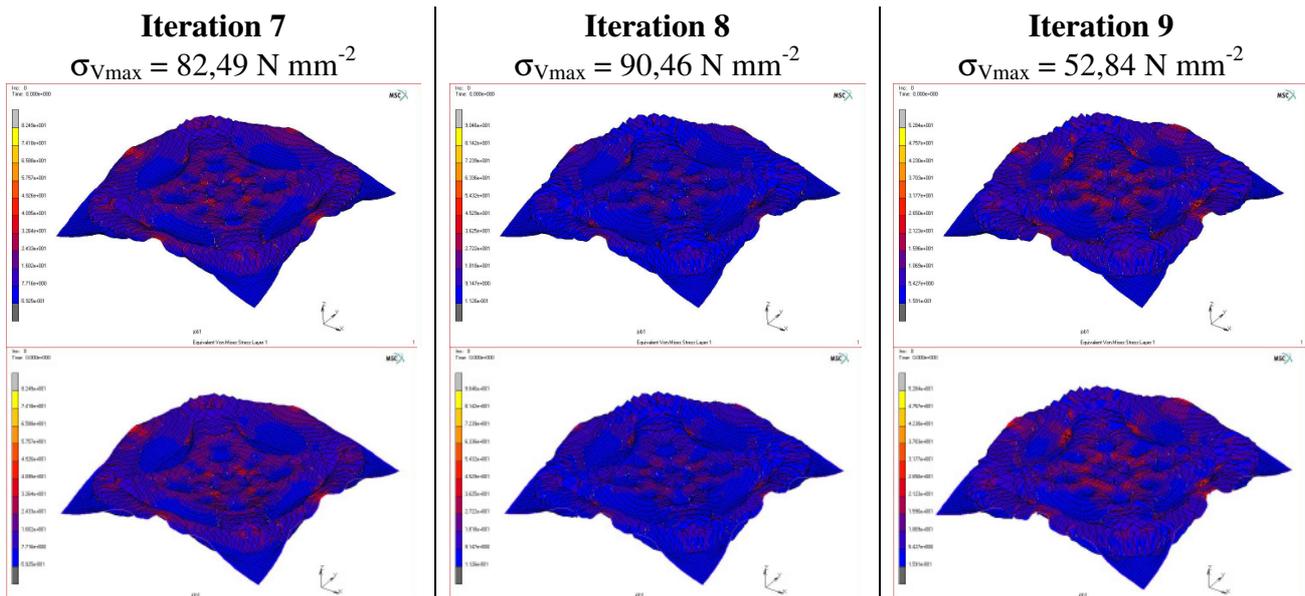
Exemplarisch für den Verlauf einer Plattenoptimierung durch Sickenbildung mit *FormUp.Sheet* werden in Abbildung 4a, 4b die nach den einzelnen Iterationen vorhandenen Vergleichsspannungen nach von Mises  $\sigma_v$  und ihre Verteilung im Plattenmodell Modell 03a gezeigt.

Während der Optimierung wandern die Spannungsspitzen von den Plattenrändern in Richtung Plattenmitte und die Bereiche hoher Spannung in der Plattenmitte zu den Rändern hin. Es kommt zur Ausbildung einer aufgewölbten Ringstruktur, innerhalb derer sich eine Kreuzstruktur bildet, die in die Ecken der quadratischen Platten ragt. In dieser entwickelt sich in der 4. Iteration wiederum ein zweites, versetztes Kreuz. Durch Bildung von vier Sicken, die ein zweites Innenquadrat beranden, sinkt die maximal auftretende Vergleichsspannung in der 2. Generation um ca. 32%. Die Sicken werden durch Anheben der übrigen Struktur eingebracht. Die Plattenränder haben sich in der 2. Iteration beispielsweise um bis zu 1,76 mm in positiver z-Richtung verschoben. In den folgenden Iterationen steigt die Maximalspannung bis zur 6. Iteration schrittweise auf ca.  $133 \text{ N mm}^{-2}$  an. In der 7. Iteration erfolgt erneut eine sprunghafte Abnahme der maximal auftretenden Spannung auf ca.  $82 \text{ N mm}^{-2}$ . Einen unregelmäßigen Spannungsverlauf zeigen die folgenden zwei Iterationen – die Vergleichsspannung wird abwechselnd größer und kleiner. Allerdings sind die einzelnen Elemente ab der 8. Iteration relativ stark verzerrt und die Geometrieconturen nicht mehr glatt. Des Weiteren ist zu beachten, dass die Flächenanteile mit extremen Spannungen ( $\sigma_v > 50 \text{ N mm}^{-2}$ , entspricht gelben Bereichen in Iteration 2) im Verlauf der Optimierung abnehmen und sich schließlich auf die Übergangsbereiche zwischen tiefen Sicken und Streben konzentrieren (Abb. 5). Nur in der 4. Iteration weisen große Flächenanteile des Modells höhere Spannungen auf als in der 2. Iteration.

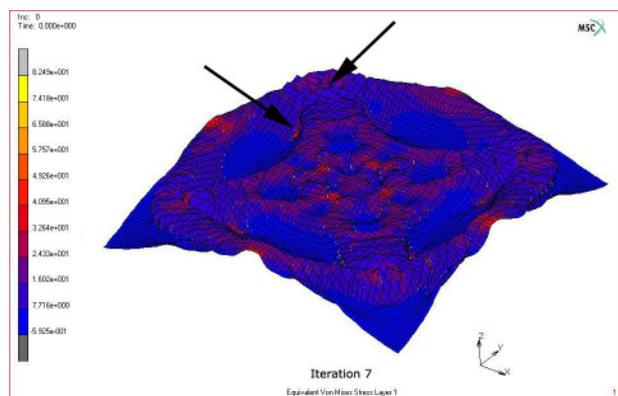
Alle Modellvarianten werden durch Aufbringen der Last sichtbar verformt, wobei jede Sickenoptimierung die Verformung gegenüber der einfachen Platte mindert. Auch hierbei zeigt sich zunächst eine sprunghafte Verbesserung in der 2. Iteration, wo die Deformation nur ca. 14% der ursprünglichen Verformung beträgt. In den folgenden Iterationen nimmt der Verformungsgrad wieder zu, bevor er ab der 7. Generation kontinuierlich sinkt.



**Abb. 4 a:** Verteilung der Vergleichsspannung  $\sigma_V$  in Modell 03a nach der 1. bis 6. Iteration der Sickenoptimierung ohne Verformung des Modells (obere Bilder) und mit Verformung (untere Bilder) durch die Belastung. Zusätzlich ist die maximale Vergleichsspannung angegeben. Die Optimierung wird mit einem Wachstumsfaktor von 0,1 und positivem Sickenwachstum durchgeführt. Durch die Sickenbildung wird die im Modell auftretende Maximalspannung verringert und eine homogenere Spannungsverteilung erreicht. Es kommt zur doppelten Ausbildung einer Ringstruktur, in der sich eine Kreuzstruktur aufwölbt.



**Abb. 4 b:** Verteilung der Vergleichsspannung  $\sigma_v$  in Modell 03a nach der 7. bis 9. Iteration der neunstufigen Sickenoptimierung ohne Verformung des Modells (obere Bilder) und mit Verformung (untere Bilder) durch die Belastung. Zusätzlich ist die maximale Vergleichsspannung angegeben. Die Optimierung wird mit einem Wachstumsfaktor von 0,1 und positivem Sickenwachstum durchgeführt. Durch die Sickenbildung wird die im Modell auftretende Maximalspannung verringert und eine homogenere Spannungsverteilung erreicht. Es kommt zur doppelten Ausbildung einer Ringstruktur, in der sich eine Kreuzstruktur aufwölbt.



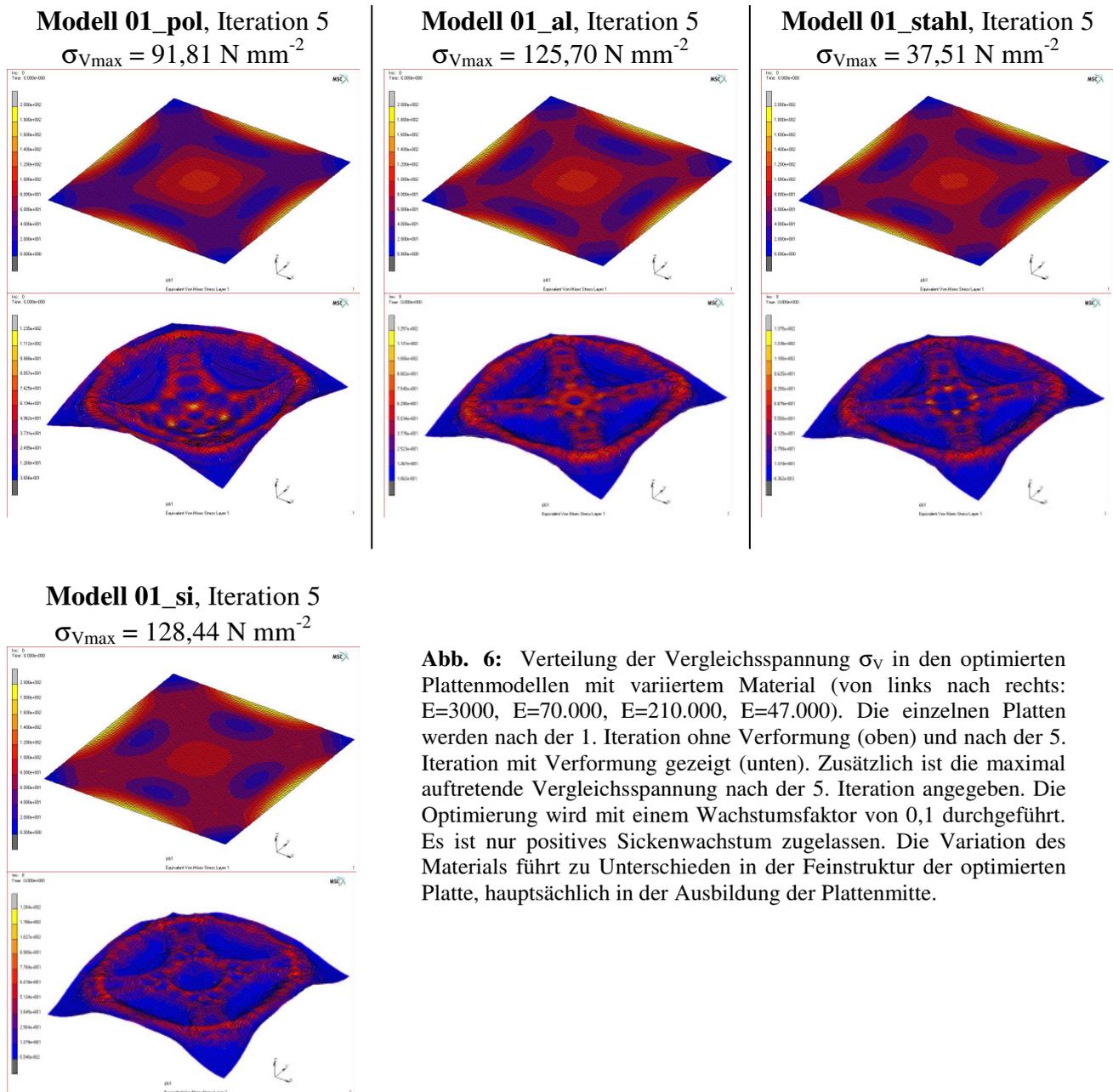
**Abb. 5:** Zu sehen ist die Verteilung der Vergleichsspannung  $\sigma_v$  im optimierten Plattenmodell 03a nach der 7. Iteration. Die schwarzen Pfeile markieren die Lage der Elemente mit  $\sigma_v > 50 \text{ N mm}^{-2}$ .

### 3.2 VARIATION DES MATERIALS

Die optimierten Platten weisen alle die oben beschriebene Topologie eines aufgewölbten Kreuzes auf, das in die Plattenecken ragt und von einem Ring umschlossen wird. In der Ausbildung der Plattenmitte herrschen Unterschiede. So bildet sich bei der Polyamidplatte beispielsweise ein zweites, versetztes Innenkreuz aus, während im Kreuzknoten der Silikatplatte ein verhältnismäßig großer Ring erscheint. Diese Unterschiede entsprechen der geringfügig variierenden Verteilung der Vergleichsspannung in den Ausgangsmodellen.

Die größten Spannungen treten an den Plattenrändern auf und betragen ungefähr das Doppelte der in der übrigen Platte vorkommenden Vergleichsspannungen. Die auftretenden Maximalspannungen der untersuchten Platten befinden sich mit ca. 123 – 137 N mm<sup>-2</sup> in einem ähnlichen Größenbereich, wobei die Platte aus Polyamid die geringste Maximalspannung, aber auch die größte Deformation unter Lasteinwirkung aufweist.

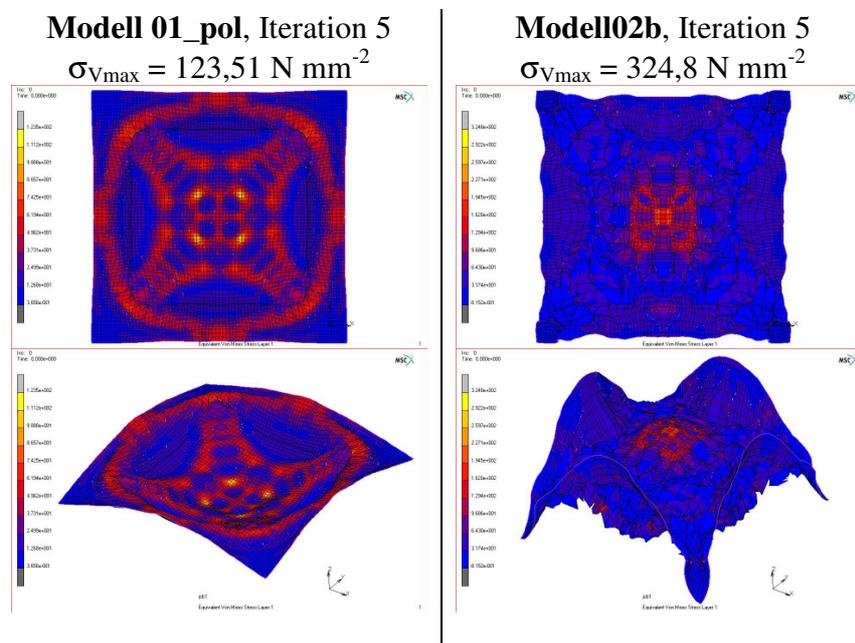
In Abbildung 6 sind die in der 5. Iteration gebildeten, deformierten Plattenformen mit der jeweiligen Spannungsverteilung, sowie die Spannungsverteilung in der ursprünglichen Platte gezeigt.



**Abb. 6:** Verteilung der Vergleichsspannung  $\sigma_V$  in den optimierten Plattenmodellen mit variiertem Material (von links nach rechts:  $E=3000$ ,  $E=70.000$ ,  $E=210.000$ ,  $E=47.000$ ). Die einzelnen Platten werden nach der 1. Iteration ohne Verformung (oben) und nach der 5. Iteration mit Verformung gezeigt (unten). Zusätzlich ist die maximal auftretende Vergleichsspannung nach der 5. Iteration angegeben. Die Optimierung wird mit einem Wachstumsfaktor von 0,1 durchgeführt. Es ist nur positives Sickenwachstum zugelassen. Die Variation des Materials führt zu Unterschieden in der Feinstruktur der optimierten Platte, hauptsächlich in der Ausbildung der Plattenmitte.

### 3.3 VARIATION DER BELASTUNGSART

Ein Vergleich der Spannungsverteilung und maximal auftretenden Spannungen zwischen dem mit Punktlast und dem mit Flächenlast belasteten, optimierten Modellen erlaubt Abbildung 7. Die optimierten Formen ähneln sich von ihrer Topologie und der Spannungsverteilung. Bei Belastung der Fläche mit senkrechten Flächenlasten tritt eine ca. zweieinhalb Mal höhere Maximalspannung pro Gesamtfläche auf als bei der Belastung mit senkrechten Punktlasten. Die Elemente der mit Flächenlasten belasteten Platte sind in der 5. Iteration extrem verzerrt, im Gegensatz zu der mit Punktlasten belasteten Platte.



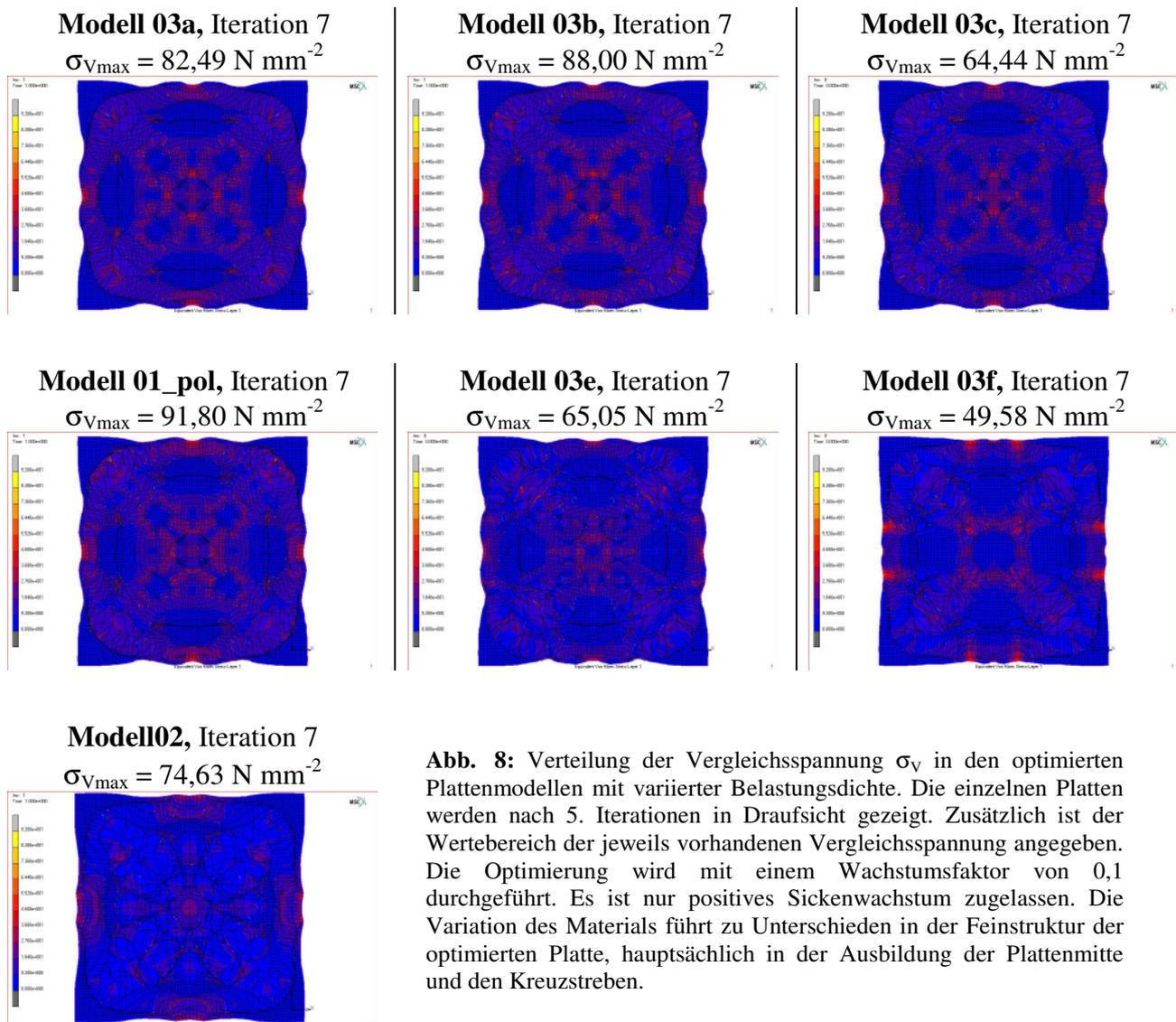
**Abb. 7:** Verteilung der Vergleichsspannung  $\sigma_v$  in den optimierten Plattenmodellen mit Punkt- (links) und Flächenlast (rechts). Die einzelnen Platten werden in Draufsicht (oben) und aus der Perspektive (unten) gezeigt. Zusätzlich ist der Wertebereich der jeweils vorhandenen Vergleichsspannung angegeben. Die Optimierung wird mit einem Wachstumsfaktor von 0,1 durchgeführt. Es ist nur positives Sickenwachstum zugelassen. Die Modelle besitzen eine ähnliche Topologie. Das mit Flächenlast belastete Modell weist höhere Spannungsspitzen, die aber über eine geringere Fläche verteilt sind, auf. Seine Elemente sind bereits in der 5. Iteration stark verzerrt.

### 3.4 VARIATION DER BELASTUNGSDICHTE

Alle optimierten Modelle besitzen eine ähnliche Grundform: einen Außenring, in dem sich eine kreuzförmige Struktur befindet, deren Arme in die Ecken der Platte weisen. Diese Form wiederholt sich, außer bei Modell 03f, in der Basis des Kreuzes. Hier bildet sich ein kleineres Kreuz aus, das um  $45^\circ$  versetzt zur größeren Kreuzstruktur liegt. Die geringste Maximalspannung nach 7 Iterationen zeigt Modell 03c, wenn nur die Modelle mit glatten Konturen (Modell 03a, 03b und 03c) betrachtet werden. Vergleicht man alle Modelle

miteinander, weist Modell 03f die niedrigsten Spannungsspitzen auf. Um für die Modelle 01\_pol, 03e, 03f und 03g ähnlich glatte Konturen zu erhalten wie bei den ersten Modellen, sind maximal 5 Iterationen möglich, die allerdings zu geringeren Formveränderungen mit höheren Spannungsspitzen führen. Die Elemente werden desto stärker mit jeder Iteration verzerrt, je weiter die belasteten Knoten auseinander liegen. Die Streben, aus denen das Hauptkreuz gebildet ist, werden mit zunehmendem Abstand zwischen den belasteten Knoten größer.

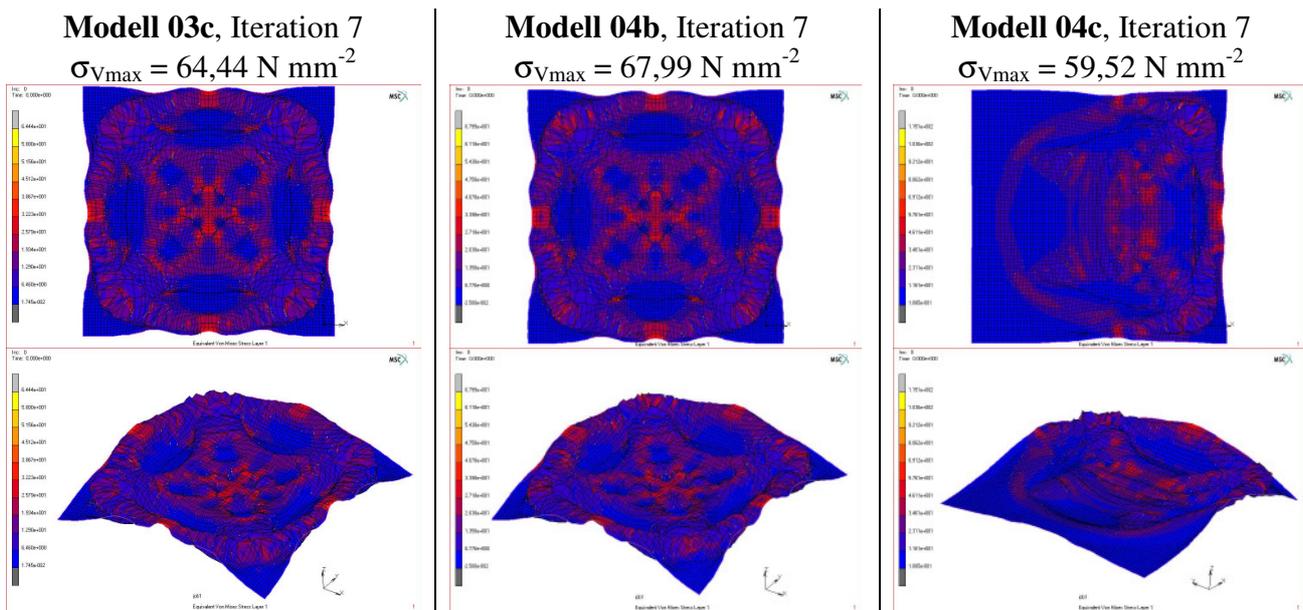
In der folgenden Abbildung (Abb. 8) ist die Spannungsverteilung in den optimierten Platten nach sieben Iterationen vergleichend dargestellt. Zusätzlich sind die minimal und maximal auftretenden Vergleichsspannungen angegeben.



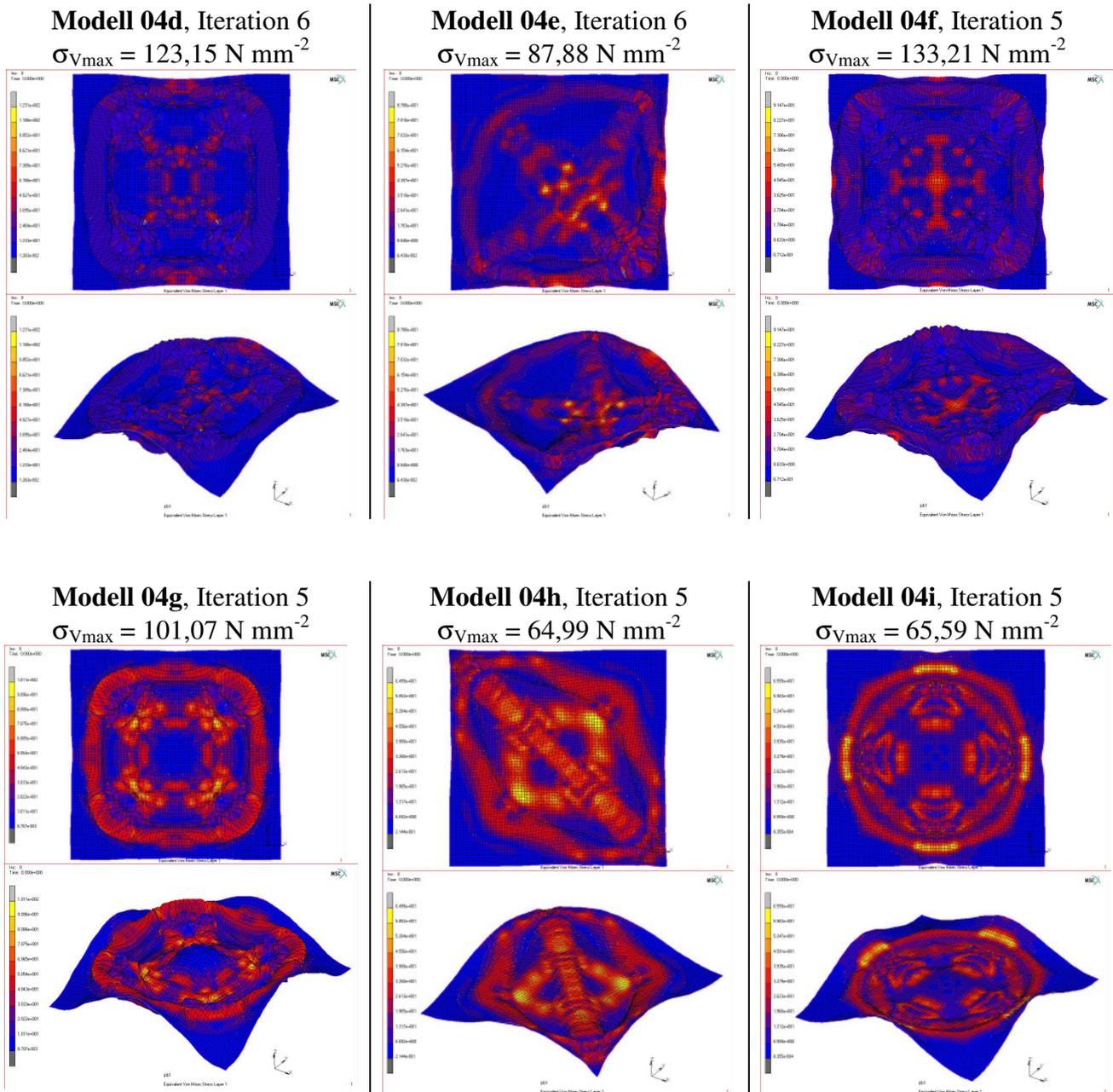
**Abb. 8:** Verteilung der Vergleichsspannung  $\sigma_V$  in den optimierten Plattenmodellen mit variiertter Belastungsdichte. Die einzelnen Platten werden nach 5. Iterationen in Draufsicht gezeigt. Zusätzlich ist der Wertebereich der jeweils vorhandenen Vergleichsspannung angegeben. Die Optimierung wird mit einem Wachstumsfaktor von 0,1 durchgeführt. Es ist nur positives Sickenwachstum zugelassen. Die Variation des Materials führt zu Unterschieden in der Feinstruktur der optimierten Platte, hauptsächlich in der Ausbildung der Plattenmitte und den Kreuzstreben.

### 3.5 VARIATION DER BELASTUNGSVERTEILUNG

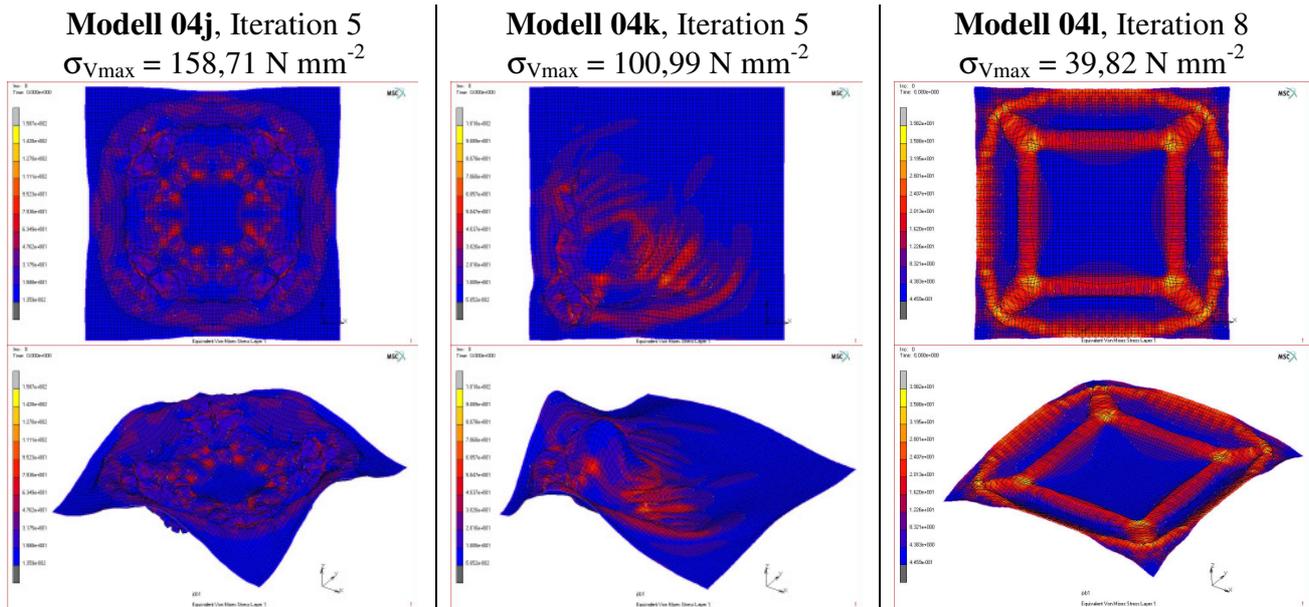
Unabhängig von den verschiedenen untersuchten Belastungsverteilungen kommt es stets zur Ausbildung einer mehr oder weniger stark ausgeprägten äußeren Ringstruktur. Diese Ringstruktur hat meist die Form eines abgerundeten Quadrates. Zudem entsteht, außer bei Modell 04i und 04k, eine typische Kreuzstruktur mit Streben, die in die Plattenecken weisen. Diese variiert je nach Modell in den Eigenschaften Länge und Breite der Streben, Symmetrie und Ausbildung der Kreuzmitte. Teilweise ist sie nur ansatzweise vorhanden, wie in Modell 04h. Bei Modell 04i bildet sich gemäß der kreuzförmigen Belastung eine kreuzähnliche Erhebung mit Streben aus, welche zu den Mitten der Plattenränder weisen. Die gehäufte Belastung in Modell 04k führt ansatzweise zwar auch zur Bildung einer Ringstruktur, es kommt aber nicht zur Ausbildung eines Kreuzes, sondern einer hügelartigen Materialerhebung an der belasteten Stelle (Vgl. Abb. 9a, b, c).



**Abb. 9a:** Verteilung der Vergleichsspannung  $\sigma_V$  in den optimierten Plattenmodellen 03c - 04c mit variiertem Belastungsverteilung. Die einzelnen Platten werden in Draufsicht (oben) und aus der Perspektive (unten) gezeigt. Zusätzlich ist der Wertebereich der jeweils vorhandenen Vergleichsspannung angegeben. Die Optimierung wird mit einem Wachstumsfaktor von 0,1 durchgeführt. Es ist nur positives Sickenwachstum zugelassen. Trotz Variation der Belastungsverteilung bildet sich bei fast allen Modellen die charakteristische Topologie aus einer aufgewölbten Kreuzstruktur, umgeben von einem ringförmigen Wall.



**Abb. 9b:** Verteilung der Vergleichsspannung  $\sigma_V$  in den optimierten Plattenmodellen 04d – 04i mit variiertem Belastungsverteilung. Die einzelnen Platten werden in Draufsicht (oben) und aus der Perspektive (unten) gezeigt. Zusätzlich ist der Wertebereich der jeweils vorhandenen Vergleichsspannung angegeben. Die Optimierung wird mit einem Wachstumsfaktor von 0,1 durchgeführt. Es ist nur positives Sickenwachstum zugelassen. Trotz Variation der Belastungsverteilung bildet sich bei fast allen Modellen die charakteristische Topologie aus einer aufgewölbten Kreuzstruktur, umgeben von einem ringförmigen Wall.

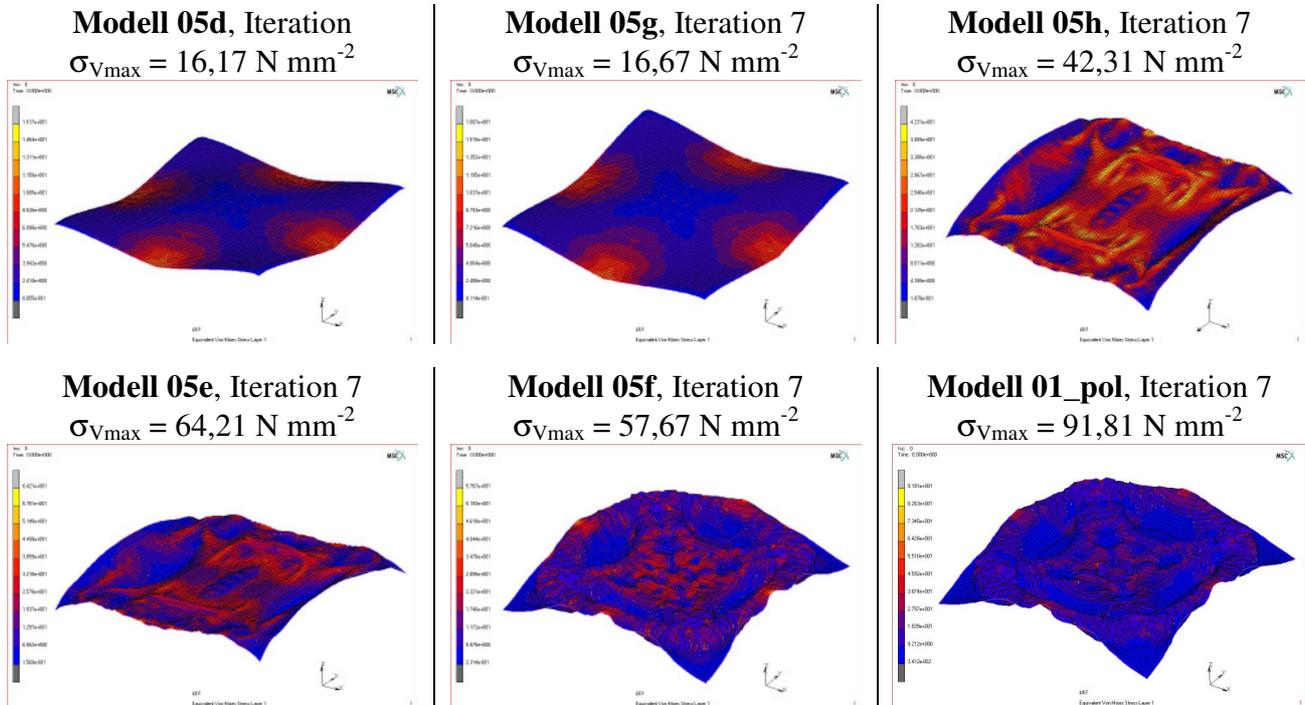


**Abb. 9c:** Verteilung der Vergleichsspannung  $\sigma_V$  in den optimierten Plattenmodellen 04j – 04l mit variiertem Belastungsverteilung. Die einzelnen Platten werden in Draufsicht (oben) und aus der Perspektive (unten) gezeigt. Zusätzlich ist der Wertebereich der jeweils vorhandenen Vergleichsspannung angegeben. Die Optimierung wird mit einem Wachstumsfaktor von 0,1 durchgeführt. Es war nur positives Sickenwachstum zugelassen. Trotz Variation der Belastungsverteilung bildet sich bei fast allen Modellen die charakteristische Topologie aus einer aufgewölbten Kreuzstruktur, umgeben von einem ringförmigen Wall.

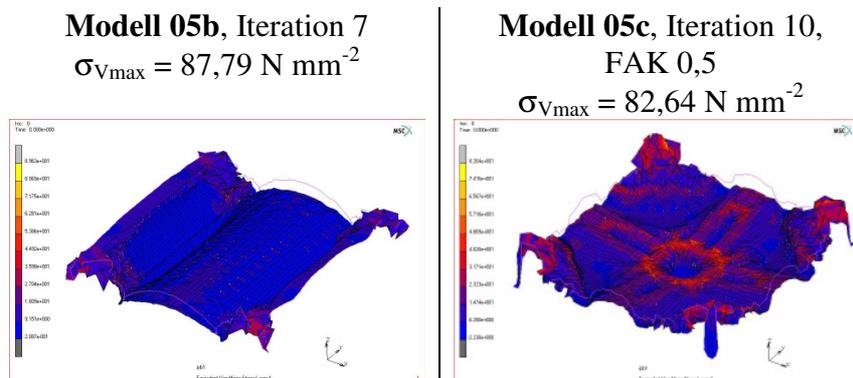
### 3.6 VARIATION DER LAGERUNG

Die Modelle weisen sehr unterschiedliche Topologieänderungen auf. Wird die Platte verschiebungsfrei gelagert, bildet sich ein vergleichsweise schwach aufgewölbtes breites Kreuz von Plattenecke zu Plattenecke (Modell 05d). Eine nahezu identische Topologie und Spannungsverteilung erhält man, wenn zusätzlich die z-Achse rotationsfrei gelagert wird (Modell 05g). Eine rotationsfreie Lagerung der x- oder y-Achse führt dagegen zu einem komplizierten achsensymmetrischen Muster (Modell 05h). Das gleiche Muster, jedoch mit höheren Maximalspannungen, entsteht, wenn die Plattenseiten verschiebungsfrei und rotationsfrei um die x- oder y-Achse plus die z-Achse gelagert werden (Modell 05e). Die bekannte Grundform mit dem versetzten Doppelkreuz tritt auf, wenn die Knoten der Plattenseiten in alle Richtungen verschiebungsfrei und rotationsfrei um mindestens die x- und y-Achse gelagert werden (Modell 05f und 01\_pol). Werden nur 2 Plattenseiten verschiebungs- und rotationsfrei gelagert (Modell 05b), bildet sich eine Art Wellblech aus. Bei verschiebungs- und rotationsfreier Lagerung der Plattenecken entsteht ein Kreuz, das mit den Streben in die Seitenmitten zeigt (Modell 05c). Die auftretenden Maximalspannungen steigen mit jeder Einschränkung eines Freiheitsgrades an. Bei den Modellen mit sowohl verschiebungs- als auch rotationsfreier Lagerung ist die maximal auftretende

Vergleichsspannung umso geringer, je weniger Knoten auf diese Weise fest eingespannt sind. Die Abbildungen 10a, 10b geben eine Übersicht über die optimierten Modelle mit variiertem Lagerung.



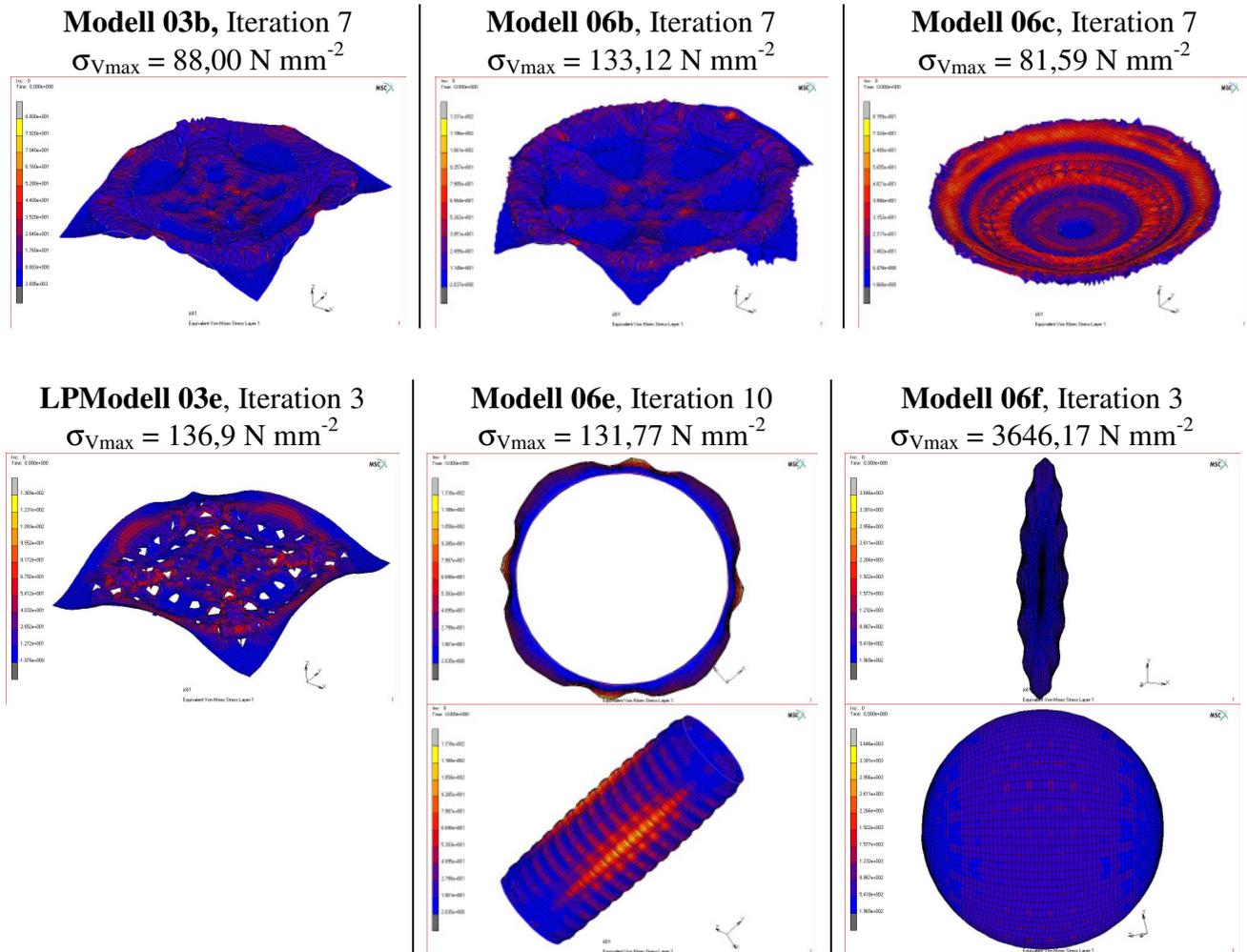
**Abb. 10a:** Verteilung der Vergleichsspannung  $\sigma_v$  in den optimierten Plattenmodellen mit variiertem Lagerung der 4 Seiten. Zusätzlich ist die maximale Vergleichsspannung angegeben. Die Optimierung wird mit einem Wachstumsfaktor von 0,1 durchgeführt. Es ist nur positives Sickenwachstum zugelassen. Die optimierten Modelle unterscheiden sich in ihrer Topologie. Werden x- und y-Achse nur verschiebungsfrei gelagert (Modell 05d, 05g) entsteht ein schwach aufgewölbtes Kreuz. Rotationsfreie Lagerung der x- oder y-Achse führt zu einer komplizierten achsensymmetrischen Topologie. Die aufgewölbte Kreuz-Ring-Struktur, welche ein charakteristisches Merkmal der optimierten Platten mit variierten Materialeigenschaften und variiertem Belastungsart, -dichte und -verteilung war, entsteht nur, wenn das Modell verschiebungsfrei und rotationsfrei um mindestens die x- und y-Achse gelagert wird (Modell 05f & 01\_pol).



**Abb. 10b:** Verteilung der Vergleichsspannung  $\sigma_v$  in den optimierten Plattenmodellen mit 2-Seiten-Einspannung (links) und Ecken-Einspannung (rechts). Zusätzlich ist der Wertebereich der jeweils vorhandenen Vergleichsspannung angegeben. Die Optimierung wird mit einem Wachstumsfaktor von 0,1 durchgeführt. Es ist nur positives Sickenwachstum zugelassen. Die optimierten Modelle unterscheiden sich in ihrer Topologie vom Ausgangsmodell. Die aufgewölbte Kreuz-Ring-Struktur entsteht nur bei Modell 05c, allerdings um 45° versetzt.

### 3.7 VARIATION DER GEOMETRIE

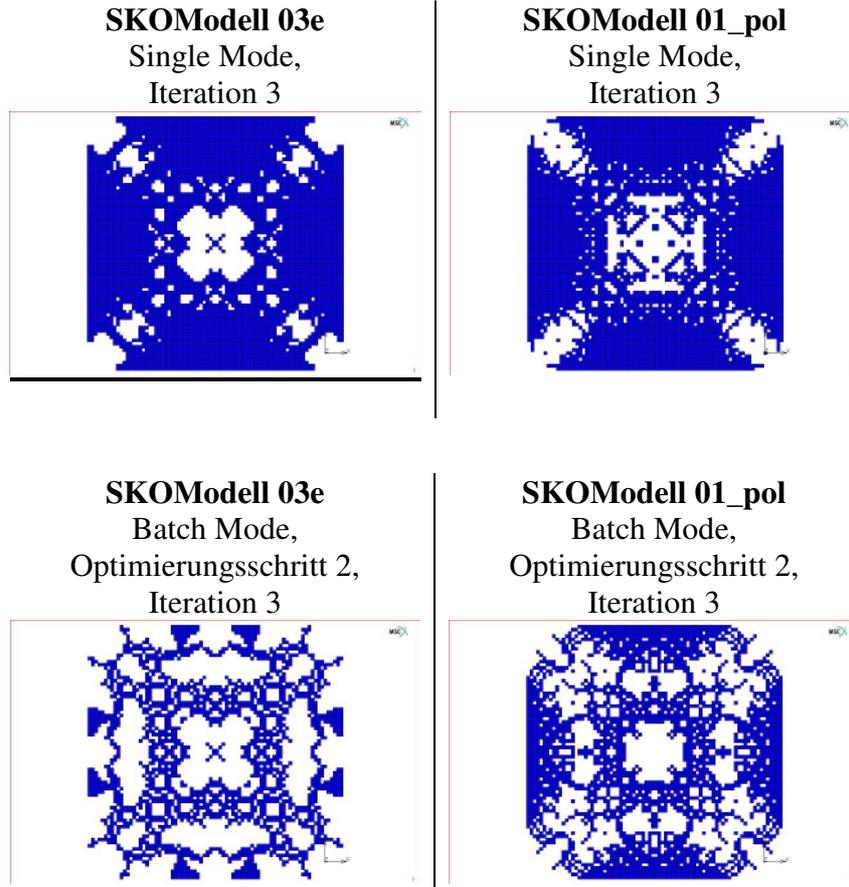
Bei den mehreckigen Platten bilden sich ein aufgewölbter Außenring, Streben, die in die Plattenecken weisen, sowie eine verkleinerte Wiederholung dieser optimierten Struktur in der Plattenmitte. So entsteht bei der viereckigen Platte ein versetztes Doppelkreuz und bei der sechseckigen Platte eine zweifache Bienenwabenstruktur. Die Spannungsspitzen in der quadratischen Platte sind höher als in der sechseckigen. Die runde Platte erfährt runde Aufwölbungen. Spannungskonzentrationen finden sich ringförmig über ungefähr die halbe Fläche verteilt. Bei der Lochplatte erscheint das bekannte Grundmuster verschiebungs- und rotationsfrei eingespannter Platten bei quadratischen Platten. Das Material an den Löchern ist vulkanartig hochgewachsen, insofern die Löcher nicht verzerrt sind. Die gleichmäßige Belastung des Zylinders führt zur Bildung eines in Querrichtung gewellten Rohres. Dieses weist über die Länge viermal zwei Einkerbungen auf, in denen sich die Spannungen konzentrieren. Die optimierte Kugel ist im Umfang stark zusammengestaucht und mit gewellter Oberfläche. Die Ausdehnung von Pol zu Pol ist gleich geblieben. Abbildung 11 auf der folgenden Seite gibt eine Übersicht über die Ergebnisse der Optimierung unterschiedlicher Geometrien.



**Abb. 11:** Verteilung der Vergleichsspannung  $\sigma_v$  in den optimierten Modellen mit unterschiedlicher Geometrie. Zusätzlich ist der Wertebereich der jeweils vorhandenen Vergleichsspannung angegeben. Die Optimierung wird mit einem Wachstumsfaktor von 0,1 durchgeführt. Es ist nur positives Sickenwachstum zugelassen. Die optimierten Plattenmodelle (oben) zeigen, dass die Ausbildung der Sicken stark von der äußeren Geometrie abhängt. Bei beiden Modellen entstehen wellblechähnliche Sicken, die Kugel ist zudem gestaucht.

### 3.8 OPTIMIERUNG MITTELS SKO-METHODE

Die mittels SKO-Methode optimierten Modelle 03e und 01\_pol weisen bei denselben Parametereinstellungen untereinander Formähnlichkeiten auf (Vgl. Abb. 12 links und rechts). Es wird hauptsächlich in der Plattenmitte und an den Querachsen von Ecke zu Ecke Material reduziert. Die bei der Sickenoptimierung auftretende charakteristische Topologie ist erkennbar. Bei der Optimierung im Single-Modus tritt sie noch als entfernte Struktur in den Vordergrund, bei der mehrstufigen Optimierung im Batch-Modus erscheint sie als die zurückbleibende Struktur.



**Abb. 12:** Killoption-Dateien der optimierten SKO-Modelle 03e und 01\_pol. Für die Optimierung wird der Gewichtungsfaktor auf 300, der Killoption-Faktor für das E-Modul (KOEFAK) auf 0,01 gesetzt. Die oberen Modelle sind im Single Modus mit 3 Iterationen berechnet. Die Optimierung der unteren Modelle erfolgte im Batch Modus mit 20 Optimierungsschritten bei 3 Iterationen.

## 4 DISKUSSION

### 4.1 MODELL 03A – ABLAUF DER OPTIMIERUNG

Durch eine Optimierung mit *FormUp.Sheet* kann eine homogenere Spannungsverteilung mit niedrigeren Maximalspannungen im Modell erreicht werden. Der Erfolg der Optimierung ist teilweise von der Auswahl der richtigen Anzahl an Iterationen abhängig, wie man zum Beispiel an der Verschlechterung der Spannungs- und Verformungszustände des Plattenmodells der 4. Iteration gegenüber denen aus der 2. Iteration sehen kann (s. Abb. 4a, 4b).

Ein direkter Vergleich der maximal auftretenden Vergleichsspannungen ist unter Umständen nicht sinnvoll, da in höheren Iterationen durch eine stärkere Verzerrung der Elemente und weniger glatte Übergänge eventuell Spannungsspitzen auftreten, welche formunabhängig sind und leicht korrigiert werden könnten. Dies wird deutlich, wenn man die Ergebnisse aus Iteration 2 und Iteration 7 miteinander vergleicht. Nach der 7. Iteration weist das Modell mit maximal ca.  $74\text{-}82 \text{ N mm}^{-2}$  noch deutlich höhere Vergleichsspannungen auf als nach der 2. Iteration (ca.  $50\text{-}56 \text{ N mm}^{-2}$ ). Allerdings handelt es sich bei den Elementen aus Iteration 7 mit Spannungen, welche größer als  $50 \text{ N mm}^{-2}$  sind, um gerade einmal 2,3% aller Elemente, welche zudem nur an den Übergängen der Sicken zu den Kreuzstreben und an zwei Übergängen von Kreuzstreben zur Ringstruktur (s. Abb. 5) auftreten. Es ist gut möglich, dass die genannten Spannungsspitzen durch Glätten und Änderung des Übergangsradius verschwinden würden. Dann wäre die in Iteration 7 erhaltene Struktur bezüglich der auftretenden Spannungen und Deformationen eindeutig der aus Iteration 2 vorzuziehen.

Beachtet werden sollte auch, dass sich die Plattenränder während der Optimierung verschieben, selbst wenn sie im Vorfeld sowohl verschiebungs-, als auch rotationsfrei gelagert werden. Im Realfall wäre dies nicht zulässig und könnte bei der Dimensionierung des entsprechenden optimierten Bauteils zu Problemen führen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass schon wenige Iterationen einer Sickenoptimierung und entsprechend geringe Topologieänderungen zu einer deutlichen Verbesserung der Spannungsverteilung in einem Bauteil führen können. Die optimale Form des Bauteils ist möglicherweise aber vom Anwender des Programms zu definieren beziehungsweise nur durch Nachbearbeiten der gefundenen Lösung oder als lokales Optimum erhältlich.

## 4.2 VARIATION DES MATERIALS

Sowohl die Topologie der optimierten Platten mit variierendem Material, als auch die Spannungsverteilung in diesen Platten, weisen von der 1. Iteration an eine große Ähnlichkeit auf. Dies ist nicht verwunderlich, da die Platten für gleiche Lasten und mit gleichen Randbedingungen optimiert werden. Einen dominierenden Einfluss auf die Spannungsverteilung scheint die Lagerung zu haben, welche in den Ausgangsmodellen doppelt so hohe Vergleichsspannungen an den Plattenrändern bewirkt wie im Plattenrest. Die Unterschiede in der Ausbildung der Plattenmitte lassen sich anhand der Funktionsweise des verwendeten Optimierungsprogramms *FormUp.Sheet* erklären. Die unterschiedlichen Materialeigenschaften der Platten wie Steifigkeit (E-Modul) und Querdehnung (Poissonzahl) bewirken eine leicht variierende Spannungsverteilung in den Ausgangsplatten (s. Abb. 6: Iteration 1). Da diese Spannungsverteilung während der Optimierung in eine Knotenverschiebung umgerechnet wird, wirken sich die Unterschiede auf die Form der erhaltenen Platten aus. In den folgenden Iterationen wird die Platte auf Grundlage der Ergebnisse der vorhergehenden Iteration weiteroptimiert, ähnlich der ebenfalls nur in eine Richtung arbeitenden natürlichen Evolution, so dass sich anders geartete Plattenmitten bilden.

## 4.3 VARIATION DER BELASTUNGSART

Die Ergebnisse der Variation der Belastungsart weisen darauf hin, dass bei einer Flächenbelastung entweder vielfach höhere Spannungen als bei vergleichbaren Punktbelastungen auftreten oder dass das Optimierungsprogramm nicht für Flächenbelastungen ausgelegt ist. Die Platte mit Flächenlast weist nicht nur ca. 2,5-fach höhere Vergleichsspannungen auf, sondern bereits in der 5. Iteration extrem verzerrte Elemente. Dennoch lassen sich, besonders in der Draufsicht, analoge Verformungsprinzipien für die Topologie erkennen (Vgl. Abb. 7).

## 4.4 VARIATION DER BELASTUNGSDICHTE

Die Topologie der optimierten Platten hängt nur unwesentlich von der Belastungsdichte ab. Dies zeigt die Tatsache, dass alle Plattenmodelle die typische, oben beschriebene Kreuz-Ring-Struktur aufweisen. Besonders bei dichter Flächenbelastung, wenn jeder 2. – 5. Knoten belastet wird (Modelle 03a, 03b, 03c, 01\_pol), sind kaum Formunterschiede zwischen den Modellen erkennbar. Bei weniger dichter Flächenbelastung (höchstens jeder 10. Knoten, Modelle 03e, 03f, 03g) verändert sich zwar die Strebenform des Kreuzes. Interessanter ist

jedoch, dass sich im Kreuzknoten scheinbar nur eine zweite Struktur entwickelt, wenn das Plattenzentrum direkt belastet wird. In Modell 03f liegen im Gegensatz zu den anderen Modellen alle belasteten Knoten außerhalb des Zentrums. Dementsprechend bildet sich ein zweiter Ring ohne innere Kreuzstruktur aus (Vgl. Tab. 3, Abb. 8).

Die stärkere Verzerrung der Elemente in den Platten mit geringer Belastungsdichte lässt sich wie folgt erklären. Bei den Modellen mit geringer Belastungsdichte wirkt pro belasteten Knoten eine größere Kraft als bei den Modellen mit hoher Belastungsdichte. Dies führt zu höheren lokalen Spannungen, welche zu einer größeren Knotenverschiebung während des Optimierungsablaufs führen. Um die Verzerrung der Elemente zu verringern, könnte der vom Benutzer einstellbare Wachstumsfaktor, der hier zu Vergleichszwecken auf 0,1 gesetzt ist, entsprechend angepasst werden.

#### **4.5 VARIATION DER BELASTUNGSVERTEILUNG**

Die Variation der Belastungsverteilung bewirkt zwar Unterschiede in der Topologie der optimierten Plattenmodelle. Diese stellen jedoch nur Varianten der bekannten Kreuz-Ring-Struktur da. So führt beispielsweise eine halbseitige Lastaufbringung zu einer ähnlichen Verteilung der Vergleichsspannung in den nicht belasteten Elementen wie eine direkte Belastung derselben, allerdings in kleinerem Maßstab (siehe Abb. 9a & 9b: Modelle 04c, 04d, 04e). Es gibt folglich einen Faktor, der die Belastungsverteilung und damit die Optimierung stärker beeinflusst als die Parameter Material, Belastungsart, Belastungsdichte und Belastungsverteilung.

#### **4.6 VARIATION DER LAGERUNG**

Die Lagerung des Modells beeinflusst wesentlich seine optimierte Topologie. Unterschiede in der Lagerung führen zu anderen Spannungsverteilungen im Ausgangsmodell, welche sich wie in Abschnitt 3.6 beschrieben in der Topologie des optimierten Modells niederschlagen. An den gelagerten Plattenrändern ist die Verschiebungs- und Rotationsfreiheit der Knoten eingeschränkt. Dadurch wird der aufgebrachten Last in den benachbarten Elementen ein größerer Widerstand entgegengesetzt als es der Fall wäre, wenn die Elementknoten nicht gelagert wären. Da die innere Spannung dem Verhältnis aus Belastung und dem der Belastung entgegen gesetzten Widerstand entspricht, herrschen an den gelagerten Plattenrändern relativ hohe Spannungen. Je weniger die Knoten der Plattenränder in ihren Freiheitsgraden eingeschränkt werden, desto geringer sind die auftretenden Spannungen. Verdeutlicht wird

dies durch die Modellreihe 05d (völlige Rotationsfreiheit), 05h (Rotationsfreiheit um zwei Achsen), 05e (Rotationsfreiheit um eine Achse), 01\_pol (keine Rotationsfreiheit) in Abb. 10a. Die Einschränkung der Rotationsfreiheit um die z-Achse bewirkt kaum Veränderungen in der Spannungsverteilung, da auch die Last in z-Richtung aufgebracht wird (vgl. Modell 05d, 05g). Auch in der Plattenmitte herrschen hohe Vergleichsspannungen, da die Elemente in der Plattenmitte von deutlich mehr umliegenden Elementenreihen in ihrer Reaktionsfreiheit eingeschränkt werden als weiter außen liegende Elemente.

#### **4.7 VARIATION DER GEOMETRIE**

Die Ergebnisse der Geometrievariation stimmen mit den Ergebnissen aus den anderen durchgeführten Untersuchungen überein. Wie bereits festgestellt hat die Lagerung der Randknoten den größten Einfluss auf die ausgebildete Plattentopologie. Eine verschiebungs- und rotationsfreie Lagerung führt bei Variation der Belastung oder des Materials stets zu einer ähnlichen optimierten Struktur. Da bei den quadratischen Platten ein Kreuz mit vier Streben in Richtung der Plattenecken entsteht, bildet sich bei der hexagonalen Platte folgerichtig ein Stern mit sechs Streben und bei der Kreisscheibe, die keine Ecken besitzt, entstehen dementsprechend reine Ringstrukturen. Lochplattenvariationen müssten in weitergehenden Sickenuntersuchungen nicht betrachtet werden, da die Topologieänderungen mit denen entsprechender Vollplatten übereinstimmen. Die über die Längsachse des Zylinders ausgebildeten, quer verlaufenden Riefen erinnern ansatzweise an die Verteilung der Riefen bei pennaten Diatomeen. Dennoch erscheint es sinnvoller, in einem nächsten Schritt die SKO-Methode zur Topologieoptimierung zu verwenden. Bei weiteren Kugelberechnungen wäre es wichtig, die Vernetzung zu verändern. Die in dieser Berechnung verwendete automatische Vernetzung bei gleichzeitig regelmäßiger Belastung bewirkt, dass die angreifende Kraft pro Fläche an den Polen größer ist als am Äquator. Dementsprechend wird die Kugel im Umfang wellenförmig zusammengestaucht, während die Ausdehnung von Pol zu Pol konstant bleibt (Vgl. Abb. 11).

#### **4.8 OPTIMIERUNG NACH DER SKO-METHODE**

Die in dieser Arbeit präsentierten Ergebnisse der Plattenoptimierung mittels SKO-Methode deuten darauf hin, dass sich bei entsprechenden Parametereinstellungen formähnliche Strukturen zu denen der Sickenoptimierung ausbilden würden. Weitere hier nicht wiedergegebene Optimierungsergebnisse lassen erahnen, wie schwierig beziehungsweise

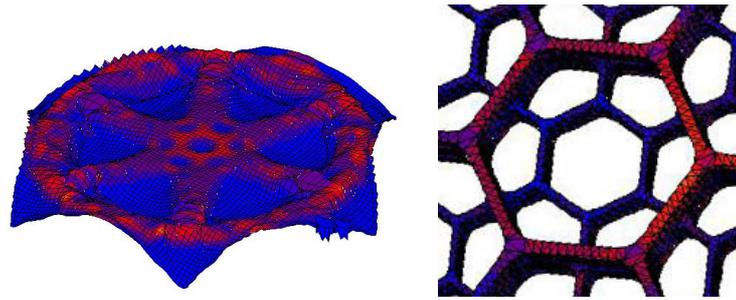
langwierig die Feineinstellung dieser Parameter sein kann, um ein sinnvolles und technisch umsetzbares Optimierungsergebnis zu erhalten. Könnte man in solch einem Fall auf die voroptimierte Struktur von Diatomeen zurückgreifen, ließen sich Zeit und Kosten sparen.

#### 4.9 ABSCHLIEßENDE BETRACHTUNG

Die Frage, ob und an welche Art von Belastungsfällen sich Diatomeen im Lauf der Evolution angepasst haben, kann durch einen Vergleich mit den sickenoptimierten Platten nicht abschließend beantwortet werden. Es hat sich gezeigt, dass die Art der Lagerung den größten Einfluss auf die Topologie der mit *FormUp.Sheet* optimierten Platten besitzt und die Auswirkungen verschiedener Belastungsvarianten vergleichsweise gering sind. Infolgedessen spielt die Plattengeometrie, welche über die gelagerten Randknoten die Spannungsverteilung im Ausgangsmodell bestimmt, eine wichtige Rolle bei der Sickenbildung.

Nach den Ergebnissen der Sickenoptimierung mit *FormUp.Sheet* zu urteilen, ist es sinnvoll, mehreckige Formen durch Streben zwischen den gegenüberliegenden Ecken, sowie eine Wiederholung der Struktur in der Objektmitte zu verstärken. Würde man die Frustelwaben als Aneinanderreihung mehrerer optimierter Platten verstehen, sollte dementsprechend die wabenförmige Frustelstruktur erster Ordnung mit einer wabenförmigen Struktur zweiter Ordnung versehen werden, um eine homogenere Verteilung geringerer Spannungen zu erhalten und die Formfestigkeit zu erhöhen. In der Natur ist dieses Prinzip umgesetzt, allerdings bestehen die Strukturen höherer Ordnung (Siebplatten) teilweise aus einer Vielzahl von Silikatwaben [8, s. a. Abb. 2].

Abstrahierte Diatomeenstrukturen, wie sie am *Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung (AWI)* in Bremerhaven zur Entwicklung von Leichtbaukonstruktionen verwendet werden, weisen eindeutig Analogien zu den mit *FormUp.Sheet* optimierten Plattenmodellen auf. In Abbildung 13 sind beispielhaft das Ergebnis der Sickenoptimierung des sechseckigen Modells 06b (Iteration 6) und ein 3-D-Modell eines abstrahierten Frustelausschnitts gegenübergestellt. Bei beiden Modellen sind die gröberen Strukturen durch Streben versteift und es ist eine selbstähnliche Struktur 2. Ordnung zu erkennen. Im Fall der sechseckigen Platte sind die Strukturen 1. und 2. Ordnung nicht gegeneinander versetzt, im Gegensatz zur abstrahierten Frustelstruktur und den Ergebnissen der Sickenoptimierung quadratischer Platten.



**Abb. 13:** Dargestellt ist links die mit *FormUp.Sheet* bezüglich ihrer Topologie optimierte, sechseckige Platte von Modell 06b nach sechs Iterationen bei positivem Sickenwachstum und einem Wachstumsfaktor von 0,1. Rechts ist ein Ausschnitt aus einem dreidimensionalen Plattenmodell mit abstrahierter Frustelstruktur zu sehen, wie es am Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung zu Forschungszwecken und für die Entwicklung von Produkten nach Diatomeenvorbild eingesetzt wird [Hamm, unpubliziert]. Es bestehen Analogien bezüglich der Versteifung durch Streben und die Ausbildung einer selbstähnlichen Struktur 2. Ordnung. Im Fall der sechseckigen Platte sind die Strukturen 1. und 2. Ordnung allerdings nicht gegeneinander versetzt, im Gegensatz zur abstrahierten Frustelstruktur und den Ergebnissen der Sickenoptimierung quadratischer Platten.

Geht man davon aus, dass die Auswirkungen der unterschiedlichen Lastfälle nicht komplett von denen der Einspannung überdeckt werden, so ist die selbstähnliche, durch Streben versteifte Ringstruktur optimal für eine Vielzahl von Belastungen ausgelegt. Diatomeen mit solch einer Frustelstrukturierung wären gleichzeitig gegen verschiedene Prädatorenarten mit ihren spezifischen Beutefangwerkzeugen geschützt. Es sollte untersucht werden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Frustelstruktur einer Diatomeenart und ihren Prädatoren gibt. Aufschlussreich wäre beispielsweise, ob Diatomeenarten mit vielen verschiedenen Prädatoren eher solche Muster auf wie die optimierten Platten, als Diatomeenarten, die bestimmte Hauptprädatoren besitzen oder ob sich Diatomeen anhand ihrer Hauptprädatoren in morphologisch ähnliche Klassen unterteilen lassen?

Daneben wäre es interessant, zu welchen Ergebnissen eine Optimierung mit der Methode *Soft Kill Optimization (SKO)* führen würde. Hierfür sollte ein mit der abstrahierten Diatomeenplatte vergleichbares dreidimensionales Modell unter gleicher Belastung mittels SKO-Methode optimiert werden, um die auftretenden Spannungen direkt miteinander vergleichen und konkrete Aussage über die Leichtbauqualität von Diatomeen und die Leistung des Optimierungsprogramms treffen zu können. Die in dieser Arbeit durchgeführten Vorversuche zur SKO-Optimierung weisen darauf hin, dass zu den optimierten Plattenmodellen analoge Strukturen entstehen könnten.

Um die auftretenden Spannungen realistisch miteinander vergleichen zu können, sollten sowohl die mittels Sickenbildung, als auch die mittels SKO-Methode optimierten Modelle geglättet werden, da Elementverzerrungen (Sicken) beziehungsweise grobe Elementkanten

(SKO) die Spannungswerte lokal erhöhen und nicht immer der allgemeinen Spannungsverteilung im Modell entsprechen.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte das Plattenmodell nur für eine kleine Auswahl unendlich vieler denkbarer Belastungsmöglichkeiten optimiert werden, für welche auch Diatomeen evolutiv optimiert sein könnten. Da sich die verschiedenen Belastungsvariationen als weniger einflussreich auf die Optimierungsergebnisse erwiesen haben als die Lagerung, ist eine verallgemeinernde Aussage bezüglich der optimalen Form dennoch zulässig.

Die Ergebnisse der Topologieoptimierung verschiedener Platten mittels *FormUp.Sheet* unterstützen die Vermutung, dass Diatomeen evolutiv optimierte Leichtbaukonstruktionen darstellen. Dafür spricht auch die Tatsache, dass die Diatomeenfrustel aus dem häufig bei natürlichen Festigkeitsproblemen verwendeten Material Silikat besteht und sich in der ebenso bekannten hexagonalen Form aufbaut [5, 6, 11]. Zusätzliche Funktionen der komplexen Frustelstruktur lassen sich nicht ausschließen und sind angesichts der Tatsache, dass die Evolution viele multifunktionale Strukturen hervorgebracht hat, nicht unwahrscheinlich [11]. Die hexagonale Grundstruktur ist in der Natur, aber auch in der Technik weit verbreitet und wird als besonders stabil angesehen [9]. So weisen auch Bienenwaben und Strukturbleche ein sechseckiges Muster auf. Die hexagonalen Löcher in der Diatomeenfrustel könnten sich zu Beginn der Evolution als Leichtbaustruktur bewährt und dann in die bekannte Formenvielfalt ausdifferenziert haben. Hier kommen die Koevolution mit Fressfeinden [5], die Weiterentwicklung der Filterfunktion unter Ausnutzung der Strömungsgesetze [12] und die Maximierung der Lichtausbeute [13, 14, 15] als treibende Kräfte in Betracht.

Diatomeen besitzen eine in Experimenten nachgewiesene hohe Festigkeit [5]. Mit einem herkömmlichen Optimierungsprogramm wie *FormUp.Sheet* erhält man für verschiedenste Belastungen von Platten analoge Topologiengrundmuster zu denen der Diatomeen. Jedes Optimierungsprogramm besitzt jedoch durch seine Funktionsweise gesetzte, intrinsische Grenzen bezüglich seiner Effektivität und Leistung. Bei *FormUp.Sheet* hat sich dies beispielsweise an dem starken Einfluss der Lagerung auf das Optimierungsergebnis gezeigt. Es ist daher in jedem Fall lohnenswert, Diatomeen als voroptimierte Grundlage für Leichtbaukonstruktionen einzusetzen, besonders angesichts der weiterhin steigenden wirtschaftlichen und ökologischen Bedeutung von Leichtbaukonstruktionen [24]. Dazu ist weitere Forschungsarbeit notwendig, um die Auswirkung der Strukturunterschiede von Diatomeenfrusteln auf ihre Festigkeit zu untersuchen, sowie die Beziehung zwischen Diatomeen und ihren Beutegreifern näher zu analysieren. Dies ist experimentell mittels Rasterkraftmikroskop (AFM) und virtuell mittels Finite Elemente Simulation möglich [26].

## 5 Ausblick

Die unglaubliche Vielzahl an unterschiedlichen Frustelformen stellt der Bionik ein großes Reservoir an potentiellen Leichtbaustrukturen zur Verfügung. Diese sind besonders für den Flugzeug- und Automobilbau, sowie die Raumfahrttechnik interessant. Angesichts der zunehmenden Ressourcenknappheit und dem ästhetisch ansprechenden Design können aber auch andere technische Bereiche davon profitieren, Diatomeen als Vorbild bei der Produktentwicklung zu nutzen. Eine Katalogisierung der bekannten Frustelstrukturen gemäß ihrer mechanischen Eigenschaften, auf die während des Entwicklungs- und Optimierungsprozess zurückgegriffen werden kann und wie sie vom *Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung* angestrebt wird, könnte helfen, hochentwickelte technische Produkte zeit- und kostensparend umzusetzen.

## 6 Quellenverzeichnis

1. [www.biokon.net](http://www.biokon.net), Juli 2008.
2. **Naik, R. R. & Stone, M. O.** (2005): Integrating biomimetics. *Materialstoday* **8** (9): 18-26.
3. **Würth, S.** (2006): „Einführung in die Sickenoptimierung für MSC.MARC/MENTAT2005 (Windows XP) – FormUp.Sheet V2.0“. sachs engineering gmbh (Hrsg), Engen.
4. **Harzheim, L.** (2007): *Strukturoptimierung, Grundlagen und Anwendungen.* Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH, Frankfurt am Main.
5. **Hamm, C. et al** (2003): Architecture and material properties of diatom shells provide effective mechanical protection. *Nature* **42**, p. 841-843.
6. **Losic, D. et al** (2007): Atomic force microscopy (AFM) characterisation of the porous silica nanostructure of two centric diatoms. *J. Porous Mater.* **14**: 61-69.
7. **Hustedt, F.** (1969): *Kieselalgen (Diatomeen).* 4. Aufl., Frankh'sche Verlagshandlung, W. Keller & Co (Hrsg.), Stuttgart.
8. **Krammer, K.** (1986): *Kieselalgen: Biologie, Baupläne der Zellwand, Untersuchungsmethoden.* Frankh'sche Verlagshandlung, W. Keller & Co (Hrsg.), Stuttgart.
9. **Helmcke, J.-G.** (1984): *Diatomeen. Morphogenetische Analyse und Merkmalsynthese an Diatomeenschalen (ein Versuch).* In: *IL 28: Diatomeen | Schalen in Natur und Technik.* Bach, Klaus (Red.), Karl Krämer Verlag, Stuttgart.
10. **Lopez, P. J. et al** (2005): Prospects in diatom research. *Current Opinion in Biotechn.* **16**: p. 180-186.
11. **Weiner, S. et al** (2000): Materials design in biology. *Mater. Sc. & Eng. C* **11**: p. 1-8.
12. **Hale, M. S. & Mitchell, J. G.** (2001): Functional morphology of diatom frustule microstructures: hydrodynamic control of Brownian particle diffusion and advection. *Aquat. Microbial Ecol.* **24**: 287-295.
13. **Fuhrmann, T. et al** (2004): Diatoms as living photonic crystals. *Appl. Phys. B* **78**: 257-260.
14. **Townley, H. E. et al** (2007): Modification of the physical and optical properties of the Frustele of the diatom *Coscinodiscus wailesii* by nickel sulphate. *Nanotechnol.* **18**: 1-5.
15. **De Stefano, L. et al** (2007): Lensless light focusing with the centric marine diatom *Coscinodiscus wailesii*. *Optics Express* **15** (26): 18082-18088.

16. **Schmid, A.-M. M.** (1984): Schalenmorphogenese in Diatomeen. In: *IL 28: Diatomeen I Schalen in Natur und Technik*. Bach, Klaus (Red.), Karl Krämer Verlag, Stuttgart.
17. **Hemsley, A. R. et al** (2004): Soft and sticky development: some underlying reasons for microarchitectural pattern convergence. *Rev. Palaeobotany & Palynology* **130**: 105-119.
18. **Schröder, H. C. et al** (2008): Biofabrication of biosilica-glass by living organisms. *Natural Products Reports* **25** (3): 455-473.
19. [http://www.awi.de/de/aktuelles\\_und\\_presse/pressemitteilungen/detail/item/hightech\\_aus\\_dem\\_mikrokosmos/?cHash=593e2e8f4e](http://www.awi.de/de/aktuelles_und_presse/pressemitteilungen/detail/item/hightech_aus_dem_mikrokosmos/?cHash=593e2e8f4e), Juli 2008.
20. **Erhard, G.** (2004): Konstruieren mit Kunststoffen. 3. Aufl., Carl Hanser Vlg., München.
21. **Tipler, P. A.** (1994): Physik. 3. korrig. Nachdruck, Gerlich, D. & Jerke, G. (Hrsg.), Spektrum Akadem. Verl., Heidelberg, Berlin (2000).
22. **Petzold, A.** (1992): „Anorganisch-nichtmetallische Werkstoffe: Charakteristik, Eigenschaften, Anwendungsverhalten. 3. überarb. Aufl.. Dt. Verl. Für Grundstoffindustrie, Leipzig.
23. **Würth, S.** (2006): „Einführung in die SKO-Methode für MSC.MARC/MENTAT2005 (Windows XP) – FormUp.Topologie V2.0“. sachs engineering gmbh (Hrsg), Engen.
24. **Meier M. & Ermanni, P.** (2007): Skript zur Vorlesung Dimensionieren 1. Version 2.0, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich.
25. **Klein, B.** (1990): FEM: Grundlagen und Anwendungen der Finite-Elemente-Methode. 4. Aufl., Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesell. mbH, Braunschweig/Wiesbaden (2000).
26. **Almqvist, N. et al** (2001): Micromechanical and structural properties of a pennate diatom investigated by atomic force microscopy. *J. Microscopy* **202** (3): 518-532.

## **7 DANKSAGUNG**

Ich danke besonders Herrn Dr. Christian Hamm vom Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung (AWI) in Bremerhaven und Frau Prof. Dr.-Ing. Susanna Labisch für die Vergabe und die Betreuung meiner Bachelorarbeit.

Mein Dank gilt auch Herrn Dipl.-Ing. Cuma Kara vom Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung (AWI) für seine engagierte Unterstützung vor Ort.

Bei Bastian Tietjen, Joshua Tagoe und Karsten Isakovic möchte ich mich für das Korrekturlesen der Arbeit bedanken.

Madlen Baumert gebührt ein herzlicher Dank für die nette Unterkunft in der Abschlussphase.

Und nicht zuletzt danke ich meiner Familie und meinen Freunden für ihre interessierte Anteilnahme und Unterstützung in jedweder Form.