Mitteilungen

Zur Bestimmung der Deformation des grönländischen Inlandeises bei Crête

Von Manfred Stober *

Zusammenfassung: Im Nachtrag zu [1] wird die dort unrichtige Berechnung der Hauptverzerrungen für das Pentagon Crête neu durchgeführt. Die verbesserte Methode eignet sich für Netzfiguren jeder Art.

Summary: In addition to [1], a corrected method for calculating the strain-rates in the polygon Crête is given. The proposed method is applicable to deformation-figures of every pattern.

In [1] wurde über die Deformationsmessungen während der EGIG-Sommerkampagne 1974 auf dem grönländischen Inlandeis berichtet und aus dem Vergleich mit früheren Messungen die Verformung für die Deformationsvierecke bei Milcent und Station Centrale sowie für das Pentagon bei Crête berechnet. Leider ist bei der Rechenmethode für das Pentagon Crête ein Fehler unterlaufen, auf den Herr Dr. I. M. Whillans, Ohio State University, hingewiesen hat, so daß die am Schluß von [1] mitgeteilten Hauptverzerrungen von Crête falsch sind. Selbstverständlich nehmen unter einer Spannung nicht die einzelnen relativen Strecken ä n d e r u n g e n die Form einer Ellipse an, sondern der zugrunde gelegte Einheitskreis wird zur Ellipse, deren Hauptachsen nach Betrag und Richtung interessieren, deformiert. Die verbesserte Rechenmethode und die Ergebnisse sollen im folgenden mitgeteilt werden.

Die geodätisch vermessene Figur kann als differentieller Bereich der Inlandeisoberfläche betrachtet werden. Wäre sie ein Kreis mit Radius R, so würde sie unter dem herrschenden Spannungszustand affin zu einer Ellipse verformt werden. Die Hauptspannungsrichtungen fallen dabei mit den Richtungen der Hauptachsen der Deformationsellipse zusammen, [2] S. 301. Wegen der affinen Beziehungen zwischen ursprünglicher und verzerrter Figur werden parallele Strecken in gleichem Maß verzerrt, die Streckenverzerrung ist also nur vom Azimut der Strecke abhängig. Wenn — wie im Falle der vorliegenden Verhältnisse — die Streckenänderungen E klein sind gegenüber den Strecken S, so dürfen wir unter Vernachlässigung der Komponente quer zum Streckenazimut vereinfacht für die verzerrte Strecke S' schreiben

$$S' = S\,(1+\varepsilon) = S+E \tag{1}$$

Hierin bezeichnet $\varepsilon = \dfrac{E}{S}$ die relative Streckenänderung (Dehnung oder Stauchung).

Nun besteht unsere Figur (Pentagon mit Zentralpunkt, vgl. Abb. 3 in [1]) aus 10 Strecken S_i verschiedener Länge zwischen $6{,}9 \leq S_i \leq 8{,}4$ km. Um dem Einheitskreis analoge Verhältnisse zu schaffen, normieren wir alle Strecken S_i einschließlich ihrer aus den Messungen abgeleiteten Streckenänderungen E_i bzw. die zugehörige relative Streckenänderung ε_i auf den Einheitsradius $R_i = 1$ und erhalten damit analog zu (1)

$$R'_i = R_i\,(1+\varepsilon_i) = 1+\varepsilon_i = 1 + \frac{E_i}{S_i} \tag{2}$$

In einem örtlichen Koordinatensystem mit Ursprung im Ellipsenmittelpunkt wird durch jede Pentagonstrecke S_i mit dem nach (2) gegebenen verzerrten Radius R'_i und zugehörigem Azimut α_i der Seite S_i je ein Punkt der Deformationsellipse in Polarkoordinaten (R'_i, α_i) bestimmt. Nach Transformation in rechtwinkelige Koordinaten (x_i, y_i) bleibt nun nur noch, die Parameter der Ellipse mit dem Mittelpunkt $x_0 = y_0 = 0$ zu berechnen. Die

* Dipl.-Ing. Manfred Stober, Geodätisches Institut der Universität (TH), Englerstraße 7, 7500 Karlsruhe.

Längen der Ellipsenhalbachsen (a, b) ergeben dann die Hauptverzerrungen (ε_{max}, ε_{min}) aus der Beziehung (2)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{max} &= R'_{max} - 1 = a - 1 \\ \varepsilon_{min} &= R'_{min} - 1 = b - 1 \end{aligned} \tag{3}$$

Das Azimut $\alpha_{\varepsilon_{max}}$ der großen Halbachse zeigt in die Richtung der maximalen Streckenverzerrung. Mit 10 Seiten bzw. Ellipsenpunkten ist das Problem überbestimmt. Die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Fehlerquadratsumme liefert Werte und mittlere Fehler für die Hauptverzerrungen (bzw. die auf eine Zeiteinheit bezogenen Deformationsgeschwindigkeiten $\dot{\varepsilon}$) und für das Azimut. Wird die Untersuchung auf die einzelnen Teildreiecke (vgl. Abb. 3 in [1]) beschränkt, so definieren die 3 Ellipsenpunkte jeweils exakt eine Ellipse, Genauigkeitsangaben sind dann nicht möglich. Der hier beschrittene Rechenweg hat den Vorteil, nicht an bestimmte geometrische Netzfiguren gebunden zu sein, wie zum Beispiel die Methode von Haefeli und Brandenberger in [2], S. 301 ff. oder das Verfahren von Nye [3], die sich auf die Verformung rechtwinkliger Dreiecke beziehen.

Im Einzelnen ergab die Berechnung im Pentagon Crête zwischen 1968 und 1974 folgende Ergebnisse:

verwendete Elemente	Deformationsgeschwindigkeiten $\dot{\varepsilon}_{max}$ [$^0/_{00}$ a^{-1}]	$\dot{\varepsilon}_{min}$ [$^0/_{00}$ a^{-1}]	Azimut der maximalen Verzerrung $\alpha_{\varepsilon_{max}}$ [^{0}]
vollständiges Pentagon (10 Seiten)	0.115 ± 0.003	0.011 ± 0.003	72.2 ± 1.3
Dreieck T43—R4—R5	0.111	0.015	73.0
T43—R5—R1	0.104	0.010	69.5
T43—R1—R2	0.109	0.004	67.8
T43—R2—R3	0.128	0.007	75.5
T43—R3—R4	0.125	0.010	72.8

Es ist noch darauf hinzuweisen, daß die mittleren Fehler bei der Ellipsenausgleichung des gesamten Pentagons in der Hauptsache die unterschiedlichen Verzerrungsverhältnisse in einzelnen Teilbereichen des Pentagons zum Ausdruck bringen. Die Fehler der geodätischen Messung sind von untergeordneter Bedeutung, weil die Netze jeder Meßepoche sowohl Strecken- als auch Richtungsmessungen enthalten, die vor der Deformationsberechnung je für sich ausgeglichen wurden, und da diese Netzausgleichungen relativ kleine mittlere Fehler der Pentagonstrecken im Vergleich zu den Streckenänderungen zwischen 1968 und 1974 ergaben (vgl. Tab. 4 in [1]).

Literatur

[1] Karsten, A. u. M. Stober: Deformationsmessungen auf dem grönländischen Inlandeis während der Internationalen Glaziologischen Grönlandexpedition 1974. Polarforschung 45 (1):45—50, 1975.

[2] Haefeli, R. u. F. Brandenberger: Rheologisch-Glaziologische Untersuchungen im Firngebiet des Grönländischen Inlandeises. Medd. om Grønland 177, Nr. 1, 1968.

[3] Nye, J. F.: A method of determining the strain-rate tensor at the surface of a glacier. J. of Glaciology 3(25):409—418, 1959.