

Leitfähigkeits- und Dichtemessung an Eisbohrkernen

Measuring the Conductivity and Density of Ice Cores

Frank Wilhelms

Frank Wilhelms
Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung
Columbustraße
Postfach 120161
D-27515 Bremerhaven
email: fwillhelm@awi-bremerhaven.de

Die vorliegende Arbeit ist die im Anhang gekürzte Fassung einer Diplomarbeit im Fach Physik, die 1995 der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn vorgelegt wurde.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	4
Abstract	5
1 Einführung	6
1.1 Messungen an Eiskernen	6
1.1.1 Einführung	6
1.1.2 Einordnung der Eiskernmessungen in die Glaziologie	8
1.1.3 Standardmessungen an Eiskernen	11
1.2 Die Nordgrönlandtraverse (NGT)	14
1.2.1 Route und Ziele	14
1.2.2 Das Feldprogramm	14
1.2.3 Begleitende Messungen	19
1.3 Meßdatenerfassung mit der “GRIP-Meßbank”	20
1.3.1 Das Bussystem und die Meßdatenerfassungsrechner	21
1.3.2 Die Steuersoftware	21
1.3.3 Die “GRIP-Meßbank”	21
2 Bestimmung der Leitfähigkeit von Eiskernen	24
2.1 Bestehende Methoden	25
2.1.1 ECM	25
2.1.2 Wechselstromleitfähigkeit mit kratzenden Elektroden	26
2.1.3 LCR-Meter zur Wechselstrommessung an Eiskernen	33
2.2 Neuentwickelte DEP-Apparatur	38
2.2.1 Einführung	38
2.2.2 Konzepte	39
2.2.3 Beschreibung der Apparaturen	43
2.2.4 Ableitung von Materialkonstanten aus DEP-Meßdaten	46
2.3 Theoretische Behandlung und Messungen an der AWI-DEP-Apparatur	52
2.3.1 Einführung	52
2.3.2 Die Berechnung der Potentialverteilung mit der Methode der Greenschen Funktionen	53
2.3.3 Berechnung des Feldeintritts in die Eisprobe und Abschätzung von Oberflächenströmen	66
2.3.4 Berechnung und Messung der Leerkapazität	68

2.3.5	Kernrandeffekte	76
3	Bestimmung der Dichte von Eiskernen	79
3.1	Dichtemessungen an Eiskernen	79
3.1.1	Einführung	79
3.1.2	Meßprinzip	80
3.1.3	Behandlung der physikalischen Effekte	83
3.1.4	Massenabsorptionskoeffizient für Wasser bei der γ -Energie der ^{137}Cs -Linie	87
3.1.5	Das γ -Densimeter nach Fritz Löffel	92
4	Messungen und Ergebnisse	97
4.1	Dielektrische Eigenschaften polarer Eiskerne mit der AWI-DEP- Apparatur	97
4.1.1	Einführung	97
4.1.2	Frequenzgang	98
4.1.3	DEP-Feldmessungen der Kerne B26 bis B30	101
4.1.4	Vergleich der Dichten nach dem Looyengamodell mit γ - Streudichten	104
4.1.5	Zu den Datensätzen der Kerne B26 bis B30 aus der Feld- messung 1995	110
4.1.6	Diskussion und Ausblick zur AWI-DEP-Apparatur	112
4.2	Dichteberechnung aus Kernbeschreibungsdaten	113
4.2.1	Fehler in der Tiefenskala	114
4.2.2	Fehler der Erfassung eines Kernstücks	115
4.3	Dichtemessungen mit dem γ -Densimeter	116
4.3.1	Vorbereitung der Kerne	116
4.3.2	Durchführung der Messung	117
4.3.3	Ableitung der Dichte aus den Spannungsmeßwerten	118
4.3.4	Fehlerbetrachtung für die Dichtemessung von B21, B17 und B19 (bis 100m)	122
4.3.5	Aufarbeitung von B16- und B18-Dichtemeßdaten	125
4.3.6	Vergleich der Dichte aus γ -Streumessungen mit Dichtemes- sungen bei der Kernbeschreibung	135
4.3.7	Diskussion	139
4.4	Standardinterpretation der Ergebnisse	140
4.4.1	Bestimmung der Tiefe von Vulkanhorizonten	140
4.4.2	Interpretation der γ -Dichteprofile	142
4.4.3	Bestimmung von Akkumulationsraten	144
4.4.4	Diskussion und Ausblick	147
Anhang		149
A.1	Eis I_h als Festkörper und Leitfähigkeitstheorie	151
A.1.1	Einleitung	151
A.1.2	Die Kristallstruktur von hexagonalem Eis I_h	151
A.1.3	Protonendefekte in Eis	154

A.1.4	Jaccard-Theorie	156
A.1.5	Konzentrationen von Ladungsträgern in Eis	163
A.1.6	Diskussion	164
A.2	Instrumentierung zur Gammadichtemessung	169
A.2.1	Radioaktive Strahlungsquellen	169
A.2.2	Detektoren zur Messung radioaktiver Strahlung	170
A.2.3	Szintillationsdetektoren	172
A.2.4	Gepulste optische Stabilisierung	178
A.3	B26-Datensatz aus DEP-Messungen	181
A.4	Dichtedatensätze aus der Kernbeschreibung	195
A.5	B21-Dichtedatensatz aus γ -Streumessungen	203
Abbildungsverzeichnis		209
Tabellenverzeichnis		213
Literaturverzeichnis		215

Zusammenfassung

Polare Eiskerne sind ein Archiv über den Zustand der Atmosphäre und des Klimas in früherer Zeit. Die Messung der Leitfähigkeit von Eiskernen ermöglicht über zeitlich datierte Horizonte mit vulkanogenen Spurenstoffen, in denen die Leitfähigkeit erhöht ist, eine Datierung der Eiskerne. Aus der Dichte datierter Eiskerne kann die Akkumulationsrate bestimmt werden. In der vorliegenden Arbeit werden Meßmethoden zur hochauflösenden zerstörungsfreien Messung von Leitfähigkeit und Dichte von Eiskernen beschrieben.

Das bearbeitete Eiskernmaterial stammt von der vom Alfred-Wegener-Institut in den Sommern 1993 bis 1995 durchgeführten Nordgrönlandtraverse aus einem Gebiet zwischen 73.9° N bis 80.0° N und 36.5° W bis 49.2° W. Die Kerne wurden zwischen 100 m und 175 m abgeteuft. Die Feldarbeiten der Nordgrönlandtraverse und Ergebnisse der Standardinterpretation von Leitfähigkeits- und Dichtedaten der bis September 1995 bearbeiteten Eiskerne werden kurz vorgestellt. Mittlere Akkumulationsraten über den Zeitraum der letzten 200 Jahre werden für alle zwölf Bohrpunkte abgeleitet.

Zur Messung der Leitfähigkeit verfügbare Methoden werden vorgestellt. Ergebnisse einer am Alfred-Wegener-Institut entwickelten Methode zur Messung der Leitfähigkeit von Eiskernen werden präsentiert. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Feldapparatur für das schon länger bekannte Verfahren des Dielectric Profiling (DEP), eine Methode zur kapazitiven Messung dielektrischer Materialkonstanten von Eiskernen, am Alfred-Wegener-Institut gebaut. Die früher in der Literatur beschriebene Methode wurde in wesentlichen Punkten modifiziert, und die neu gebaute Apparatur erlaubt quantitative Messungen mit einigen Prozent Fehler. Die Potentialverteilung zwischen den Elektroden der DEP-Apparatur wird ausführlich theoretisch berechnet. Mit Hilfe der berechneten Potentialverteilung werden die Messung störende Effekte quantitativ diskutiert. Eine auf 0.05 % genau theoretisch berechnete und 2 % genau experimentell bestimmte Leerkapazität der Apparatur wird angegeben.

Ein γ -Densimeter zur hochaufgelösten zerstörungsfreien Messung der Dichte von Eiskernen mit Fehlern in der Größenordnung von 1 % wird ausführlich beschrieben. Der in die Ableitung der Dichte aus Intensitätsmessungen eingehende Massenabsorptionskoeffizient wird aus der Theorie zur im Energiebereich der verwendeten ^{137}Cs -Strahlung dominierenden Comptonwechselwirkung zwischen γ -Quanten und Eis berechnet. Ein Vergleich mit Literaturdaten verifiziert den bestimmten Wert auf besser als 0.1 % genau.

Die Messung des Frequenzgangs eines Eiskerns mit der DEP-Apparatur, der mit Literaturdaten übereinstimmt, wird als Anwendung vorgestellt. Ein Vergleich der mit dem γ -Densimeter gemessenen Dichten mit aus der mit der neuen DEP-Apparatur gemessenen Dielektrizitätskonstanten nach dem Looyenga-Mischungs-

modell berechneten Dichten zeigt absolute und strukturelle Übereinstimmung der Meßreihen.

Abstract

Polar ice-cores are an archive of the past climate and atmospheric condition. Past volcanic eruptions, for example, have left impurity layers with increased conductivity. These may be measured and correlated against known eruptions to date an ice core, and then combined with density measurements, to determine the past accumulation rate. This thesis presents methods for non-destructive, high-resolution conductivity- and density-measurements of ice-cores.

Between 1993 and 1995, twelve 100–175 m long ice cores were obtained by the Alfred Wegener Institute in the North Greenland Traverse within 73.9° N to 80.0° N and 36.5° W to 49.2° W. This thesis briefly summarizes the fieldwork as well as the usual measurements and interpretations of the ice cores' conductivity and density, as of September 1995. It also presents average accumulation rates for the last 200 years for all twelve drilling-sites.

The thesis then turns to the principal products of the research: 1) high-resolution measurement of ice core electrical admittance, with only a few percent error, using a substantially improved, in-field dielectric profiling (DEP) unit developed at the Alfred Wegener Institute and 2) high-resolution, non-destructive measurement of ice core density, to better than 1 % accuracy, using a γ -densiometer.

It derives from first principles, the potential-function for the area between the electrodes of the DEP-apparatus; from the function, it quantifies side effects and predicts an air capacity for the device with an 0.05 % error that is confirmed by experiment to within 2 %.

The thesis calculates density from γ -densiometer intensities. From theory, it calculates the mass absorption coefficient for the compton-interaction between photons and ice. This is the dominant process over the energy range of the ^{137}Cs -radiation source. Published values show the coefficient is within 0.1 % of the true value.

The thesis applies the DEP-apparatus to measure the frequency response of an ice core and obtains results consistent with published values for pure ice. It also compares γ -densiometer densities with Looyenga mixing model densities calculated from the permitivities measured with DEP. The signals show structural and quantitative consistency.

Kapitel 1

Einführung

1.1 Messungen an Eiskernen

1.1.1 Einführung

Die größte Entwicklung in neuerer Zeit hat die Glaziologie durch die wertvollen Ergebnisse aus der Analyse polarer Eiskerne erfahren [Paterson, 1994]. Polare Eiskappen sind ein Archiv für Klima und Umwelt. Eis ist ein direktes Abbild der Atmosphäre zum Zeitpunkt des Niederschlags. Dort, wo Schmelzen nicht vorkommt (dry-snow-zone), werden mit dem Schnee gesammelte Spurenstoffe mit ins Eis genommen. Auf diese Weise werden die Spurenstoffe dann Jahresschicht für Jahresschicht für einige 10 bis 100 Tausend Jahre archiviert.

Wegen der Temperaturabhängigkeit der Verhältnisse von schweren zu leichten Isotopen von Sauerstoff und Wasserstoff im Niederschlag können aus den Änderungen dieser Verhältnisse mit der Tiefe in Eiskernen Rückschlüsse auf die Temperatur zur Zeit des Niederschlags gezogen werden.

Lufteinschlüsse in Gasblasen und Clathraten im Eis gestatten die Atmosphäre zum Zeitpunkt des Lufteinschlusses im Eis zu rekonstruieren. Die Entwicklung von Treibhausgasen, wie z.B. Kohlendioxid oder Methan, kann verfolgt und das Stickstoff/Sauerstoff-Verhältnis bestimmt werden.

Eiskerne enthalten kleine Mengen aus der Atmosphäre abgeschiedener Spurenstoffe, wie z.B. Seesalz, Pollen, windtransportiertem Staub, Vulkanasche, oder auch Spurenelemente aus natürlichen Quellen, durch Umweltverschmutzung und Atombombentests. Auf diese Weise können die Konzentrationen der Spurenstoffe in der vorindustriellen Zeit gemessen und mit heutigen Daten verglichen werden. Auch Änderungen im Spurenstoffniederschlag und der Temperatur nach Vulkanausbrüchen können verfolgt werden. Spurenstoffe in Eiskernen sind eng mit den elektrischen Eigenschaften der Kerne verknüpft. Elektrische Eigenschaften von

Eiskernen sind aber, wie in Abschnitt 2.1 diskutiert, relativ einfach zu messen. Die jahreszeitliche Variation einiger Spurenstoffe, der Eisdichte und bekannte datierte Ereignisse, wie z.B. Vulkanausbrüche, ermöglichen eine absolute Datierung der Eiskerne. Dies reicht aber maximal einige 10 000 Jahre zurück.

Aus Eiskernen lassen sich viele interessante Parameter bestimmen, die wertvolle Informationen über den Zustand der Atmosphäre und den bio-geochemischen Kreislauf liefern. An Tiefbohrkernen aus Grönland lassen sich Zeitreihen bis zu 100 000 Jahre gewinnen, von zukünftigen antarktischen Kernen sind bis zu 500 000 Jahre zurückreichende Zeitreihen zu erwarten. Eiskerne auf diesen Zeitskalen umfassen mehrere Eiszeitzyklen und eröffnen Einblicke in tiefgreifende Klimaveränderungen.

Im Anschluß an die GRIP (Greenland Ice-core Project) Tiefbohrung wurde vom Alfred-Wegener-Institut in den Feldsaisons 1993 bis 1995 eine Traverse in Nordgrönland unternommen. Bei dieser Traverse standen die Bestimmung der Akkumulationsraten und die Probennahme für chemische und Isotopenanalysen im Vordergrund. Es wurden fünfzehn 100 m bis 175 m lange Eiskerne und siebenundzwanzig 15 m Firnkerne erbohrt. In der vorliegenden Arbeit werden Ergebnisse, die an einigen dieser Kerne gewonnen wurden, vorgestellt.

Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt in der Meßtechnik. Aus dem Spektrum der an Eiskernen angewandten Methoden werden kontinuierliche zerstörungsfreie Meßmethoden der physikalischen Eigenschaften Dichte und elektrische Leitfähigkeit vorgestellt.

Die Dichte wird direkt nach dem Bohren bei der Kernbeschreibung, durch Wägung und Vermessung der Kerne bestimmt. Sie ist ein fundamentaler Parameter für die Beschreibung der Transformation von Schnee zu Eis. Das Verfahren der Dichteberechnung aus bei der Kernerfassungen gemessenen Größen ist in Abschnitt 4.2 beschrieben. Zusammen mit datierten Referenzhorizonten, wie z.B. Vulkanhorizonten, kann man mit Hilfe der Dichte die mittlere Akkumulationsrate, die in etwa der Niederschlagsmenge pro Jahr entspricht, ausrechnen. In Abschnitt 4.4 werden Akkumulationsraten aus den Kernbeschreibungsprotokollen der Eiskerne berechnet. In Abschnitt 3.1 wird ein wesentlich leistungsfähigeres Verfahren zur Dichtemessung beschrieben, die quasikontinuierliche Messung der Dichte aus der Streuung von γ -Quanten, auch als γ -Absorptionsmessung bezeichnet. Man erhält einen Dichtedatensatz in Millimeterauflösung. In dieser hohen Auflösung werden Schwankungen in der Dichte sichtbar, die als jahreszeitlich interpretiert werden können. Durch Abzählen von Jahresschichten wird so eine noch genauere Datierung der Kerne möglich. Für die Dichtemessung aus der Streuung γ -Quanten wurde der Massenabsorptionskoeffizient sehr genau bestimmt. Die verwendete Apparatur und die Stabilisierungselektronik wird eingehend beschrieben.

Methoden zur Messung elektrischer Eigenschaften des Eises, die von den eingelagerten Spurenstoffen bestimmt werden, werden vorgestellt. Abschnitt 2.1 gibt einen Überblick über Methoden zur Messung von Leitfähigkeit und relativer Di-

elektrizitätskonstante von Eiskernen. In Abschnitt 2.2 wird DEP (Dielectric Profiling) behandelt. Eine portable DEP-Apparatur zur Messung elektrischer Parameter an Eiskernen wurde gebaut und erstmals theoretisch behandelt.

Beide oben beschriebenen Verfahren, sowohl das DEP als auch die γ -Absorptionsmessung, sind vollkommen zerstörungsfrei, so daß der Kern für weitere Analysen erhalten bleibt. Beide Verfahren liefern Informationen über den Kern bevor die Analysen, für die der Kern zersägt wird, beginnen. So ist es möglich, die vorhandenen Meßkapazitäten besser zu nutzen und ganz gezielt interessante Bereiche, z.B. Vulkanereignisse, in höherer Tiefenaufösung zu analysieren.

Ein Aspekt, der die Arbeit in sich abrundet, sei noch kurz dargelegt. Viele physikalische Meßmethoden beruhen auf der Theorie des Elektromagnetismus. Die Art der Wechselwirkung des elektromagnetischen Strahlungsfeldes mit Materie läßt Rückschlüsse auf die Struktur der Materie zu. Diese Struktur wird durch Materialkonstanten beschrieben, die in den Gleichungen für die Wechselwirkung auftreten. Durch geeignete Wahl von Meßgrößen lassen sich also aus den Gleichungen die Materialgrößen bestimmen. In dieser Arbeit werden Messungen in zwei Extrembereichen des elektromagnetischen Spektrums vorgestellt. Zum einen im Nieder- bis Hochfrequenzbereich (20Hz bis 1MHz) in Leitfähigkeitsmessungen an Eisbohrkernen. Zum anderen im Röntgen- und γ -Strahlungsbereich zur Dichtemessung der Eiskerne durch Streuung von Photonen, die einer Frequenz im Bereich von 100EHz ($1\text{EHz} \triangleq 10^{18}\text{Hz}$ bezeichnet Exa Hertz) entsprechen. In der Tabelle 1.1 und der Grafik 1.1 ist das elektromagnetische Spektrum mit seinen technischen Anwendungen dargestellt.

Neben diesen beiden elektromagnetischen Methoden gibt es zur Erkundung von Gletschern noch weitere, wie z.B. luft- und bodengestützte Radarmethoden und andere Flug- und Satellitenfernerkundungsmethoden in nahezu allen Frequenzbereichen des elektromagnetischen Spektrums. Nach dieser kurzen Vorstellung der Möglichkeiten, die die Messungen an Eiskernen eröffnen, sollen die Eiskernstudien im folgenden Abschnitt 1.1.2 in das Feld der Glaziologie eingeordnet werden.

1.1.2 Einordnung der Eiskernmessungen in die Glaziologie

Nach Paterson [1994] studiert die Glaziologie Eis in allen seinen Erscheinungsformen. Dazu führt die Glaziologie, als interdisziplinäre Wissenschaft, Untersuchungen im Bereich von nahezu allen auf der Erde realisierten Größenskalen durch. Molekülphysik und Chemie sind mit dem Wassermolekül als Baustein des Eiskristalls befaßt [Fletcher, 1970; Hobbs, 1974; Petrenko, 1993b]. Die Festkörperphysik untersucht die realisierten Kristallformen, Fehlordnungen, Verunreinigungen und Defekte des Kristalls [Petrenko, 1993a]. In der Kristallographie studiert man Kristallwachstum und die Umordnung bzw. Rekristallisation von Ensembles von Kristallen. Alpine Gletscher und kontinentale Eisschilde sind ein Teil der

Elektromagnetische Wellen (Wellenlängen-, Frequenz- und Energiebereiche)				
Wellenlängenbereich	Frequenzbereich	Energiebereich	deutsche Bezeichnung [internationale Abk.]	Verwendung
18 000 km	$16\frac{2}{3}$ Hz	69 f eV	techn. Wechselstrom	elektr. Bahnen
6000 km	50 Hz	206 f eV		elektr. Energieversorgung
18800 - 15 km	16 - 20000 Hz	66 f eV - 83 peV	Tonfrequenz [AF]	Übertragung von Sprache und Musik
∞ - 30000 m	0 - 120 kHz	0 - 496 peV	Niederfrequenz(NF)	Regeltechnik, Telegraphie, induktive Heizung
Hochfrequenz(HF)				
30000 - 10000 m	10 - 30 kHz	41.4 - 124 peV	Längstwellen Myriameterwellen [VLF]	Überseetelegrafie, Frequenznormale, Boden-Unterwasser-Verbindungen
10000 - 1000 m	30 - 300 kHz	124 - 1240 peV	Langwellen(LW) Kilometerwellen [LF]	Kontinentaltelegraphie Rundfunk, See-, Navigations- und Wetterfunk
1000 - 182 m	300 - 1650 kHz	1.24 - 6.82 neV	Mittelwellen(MW) [MF]	Rundfunk, Seefunk
182 - 100 m	1.650 - 3 MHz	6.82 - 12.4 neV	Grenzwellen	feste u. bewegl. Funkdienste
100 - 10 m	3 - 30 MHz	12.4 - 124 neV	Kurzwellen(KW), Dekameterwellen [HF]	Überseetelegraphie und Telefonie, Rundfunk, Seefunk, Flugfunk, Amateurfunk
10 - 1 m	30 - 300 MHz	124 - 1241 neV	Ultrakurzwellen(UKW), Meterwellen [VHF]	Rundfunk, Fernsehen, Flugfunk, Polizei- und Richtfunk
1 m - 1 dm	300 - 3000 MHz	1.24 - 12.4 μ eV	Dezimeterwellen [UHF]	Fernsehen, Richtfunk, Militär, Satellitensteuerung, Diathermie
Mikrowellen				
10 - 1 cm	3 - 30 GHz	12.4 - 124 μ eV	Zentimeterwellen [SHF]	Richtfunk, Radar, Satellitenfunk, Maser, Mikrowellenerwärmung
10 - 1 mm	30 - 300 GHz	124 - 1241 μ eV	Millimeterwellen [EHF]	aerolog, Funkmeßtechnik
1 - 0.1 mm	300 - 3000 GHz	1.24 - 12.4 meV	Submillimeterwellen	noch nicht technisch ausgenutzt
1 mm - 0.78 μ m	300 GHz - 380 THz	1.24 meV - 1.57 eV	Infrarot [IR]	Wärmeortung, Infrarot-Nachrichtentechnik, Laser
0.78 - 0.38 μ m	380 - 790 THz	1.57 - 3.27 eV	[sichtbares] Licht	Lichttelefonie, Lasertechnik, elektroopt. Entfernungsmessung
0.38 - 0.01 μ m	790 THz - 30 PHz	3.27 eV - 124 eV	Ultraviolett [UV]	
Röntgenstrahlen				
30 - 0.3 nm	10 PHz - 1 EHz	41.4 - 4136 eV	sehr weich	Röntgendiagnostik und -therapie, Röntgenspektroskopie,
0.3 - 0.06 nm	1 - 5 EHz	4.14 - 20.7 keV	weich	Kristallstrukturanalyse,
0.06 - 0.01 nm	5 - 30 EHz	20.7 - 124 keV	mittel	Materialprüfung,
0.01 - 0.003 nm	30 - 100 EHz	124 - 414 keV	hart	Kernreaktionen
3×10^{-3} - 10^{-4} nm	100 - 3000 EHz	414 keV - 12.4 MeV	sehr hart	Elementarteilchenprozesse
10^{-4} - 10^{-8} nm	3000 EHz - 3×10^{25} Hz	12.4 MeV - 124 GeV	ultrahart	
$0.4 - 10^{-4}$ nm	800 PHz - 3000 EHz	3.31 keV - 1.24 MeV	Gammastrahlen [γ]	Strahlentherapie, Materialuntersuchung, Kernreaktionen
$< 10^{-5}$ nm	$> 10\ 000$ EHz	> 41.4 MeV	sekundäre Höhenstrahlen	-

Tabelle 1.1: Elektromagnetisches Spektrum

Nach BROCKHAUS [1988]. Die Energiebereiche sind nach der Einsteinbeziehung $E = h\nu$, mit der Frequenz ν und dem Planckschen Wirkungsquantum $h = 4.135701 \times 10^{-15}$ eV s (Zahlenwert entnommen aus Leo [1994]) berechnet.

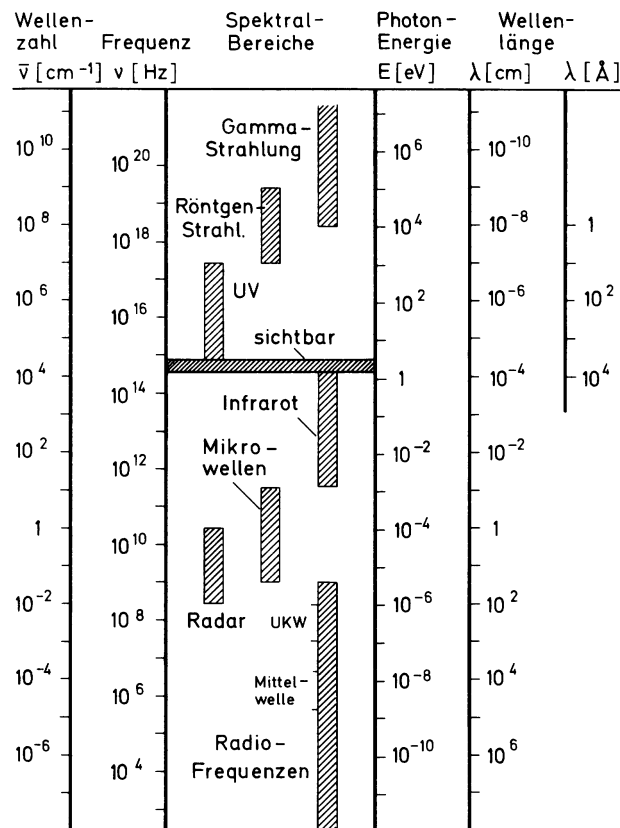


Abbildung 1.1: Bereiche und Einheiten des elektromagnetischen Spektrums
Nach Haken und Wolf [1990].

Geosphäre, die das Forschungsobjekt der Geowissenschaften ist. Die Geosphäre, oder Erdhülle, umfaßt die sich berührenden und durchdringenden Teile von Lithosphäre, Hydrosphäre und Atmosphäre [BROCKHAUS, 1988].

Für die Untersuchung von Eisproben kommt eine ganze Reihe von physikalischen und chemischen Standardmethoden zum Einsatz. Dazu gehören z.B. spektroskopische Methoden zur Moleküluntersuchung, sowohl des Wassermoleküls als Kristallbaustein als auch an in Clathraten im Eis eingeschlossenen Gasmolekülen mit Hilfe der Ramanspektroskopie. Streumethoden, wie z.B. Neutronendiffraktion zur Kristallstrukturaufklärung oder Photonenstreuung zur Dichtebestimmung, kommen zum Einsatz. Weite Bereiche des elektromagnetischen Spektrums werden für Messungen an Eisproben und ganzen Gletschern genutzt. Die Leitfähigkeit des Eises wird von Gleichstrom bis in den Gigahertzbereich gemessen. Fernerkundungsmethoden im Mikrowellenbereich geben Aufschluß über Eigenschaften des Gletscheruntergrunds und ermöglichen die Detektion von Eisschichten mit Spurenstoffgehalt. Optische Methoden in der Kristallographie, optische Streumessungen zur Bestimmung des Staubgehaltes und die optisch abbildenden Fernerkundungsmethoden beruhen auf der Verwendung der elektromagnetischen Strahlung im Bereich des Lichts. Im γ -Strahlungsbereich wird die Dichte von Eisproben

durch Photonenstreuung bzw. -absorption gemessen. Die Schneebedeckung kann durch Detektion natürlicher Strahlung flugzeuggestützt gemessen werden [Offenbacher und Colbeck, 1991].

Eine wichtige Anwendung chemischer Methoden ist die Analyse von Spurenstoffen im Eis. Da diese in der Regel in sehr geringen Konzentrationen vorliegen, sind z.B. Methoden wie Ionenchromatographie, Gaschromatographie und Farbstofffluoreszenzmessungen in der Anwendung. Isotopenverhältnisse von Wasserstoff- und Sauerstoffisotopen und von Gasen in Luftblasen können mit Hilfe der Massenspektrometrie bestimmt werden.

Eisbohrkerne verknüpfen die Längen- und Zeitskala eines Gletschers von großer räumlicher Ausdehnung und langer Bildungsgeschichte mit Einzelproben kleiner Abmessung und im Vergleich zum Alter des Gletschers kurzen Zeitintervallen der Deposition des Niederschlags, aus dem das beprobte Eis gebildet wurde. Ergebnisse, die aus Untersuchungen des gesamten Gletschers gewonnen wurden, können an Eiskernen nachvollzogen werden, und umgekehrt lassen Untersuchungen an Eiskernproben Schlüsse auf das Verhalten des ganzen Gletschers zu. Mit Mikrowellen detektierte Reflexionshorizonte im Gletscher findet man bei Leitfähigkeitsmessungen an Eiskernen wieder. Aus Untersuchungen der Kristallachsenorientierung kann man Rückschlüsse auf mechanische Deformation des Eises ziehen, die mit dem Fließen von Gletschern in Zusammenhang steht. Ebenso geht die aus Eiskernen bestimmte Akkumulationsrate in die Massenbilanz von Gletschern ein und verknüpft so die Dichte- und Zeitskala der einzelnen Eisprobe mit der Bewegung und Entwicklung des gesamten Gletschers. Eiskerne liefern nach ihrer Datierung eine Zeitskala und beinhalten Informationen über den Zustand der Atmosphäre zur Zeit der Niederschlagsdeposition, aus dem das Eis gebildet wurde.

Eisbohrkerne sind die einzige Möglichkeit einer direkten Beprobung von Gletschern und ermöglichen damit die genauesten und umfassendsten Ergebnisse über das Gletschereis. Die Probennahme ist allerdings relativ aufwendig und kann immer nur an ausgewählten Einzelpunkten erfolgen. Im Gegensatz dazu liefern z.B. Fernerkundungsmethoden eine flächenhafte Information.

1.1.3 Standardmessungen an Eiskernen

1.1.3.1 Grundlagen der Isotopenanalyse

Die Ozeane, die das größte Reservoir für atmosphärischen Wasserdampf darstellen, haben eine nahezu einheitliche isotopische Zusammensetzung. Die Verhältnisse der wichtigsten Komponenten von Meerwasser H_2^{16}O , HD^{16}O , H_2^{18}O sind 0.9977 : 0.0003 : 0.0020. Da die Dampfdrücke der schwereren Komponenten ein wenig niedriger als die der einfachen Komponenten sind, verdampfen die schwereren Wassermoleküle langsamer und kondensieren früher aus dem Dampf aus. Auf diese Weise ändert sich die isotopische Zusammensetzung des Wassers

während der natürlichen Verdampfungs- und Kondensationszyklen. Da relative Konzentrationen wesentlich besser als absolute gemessen werden können, wird das Verhältnis R von schweren zu leichten Isotopen ($\frac{^{18}\text{O}}{^{16}\text{O}}$ oder $\frac{\text{D}}{\text{H}}$) als Abweichung vom Verhältnis R_0 im SMOW (“standard mean ocean water”) gemessen:

$$\delta = 10^3 \frac{R - R_0}{R_0}$$

Der δ -Wert wird in Teilen pro Tausend (‰) angegeben. Da Evaporation und Kondensation den Gehalt an schweren Isotopen reduzieren, sind δ -Werte in Niederschlägen immer negativ. Messungen zeigen einen linearen Zusammenhang zwischen den δD - und $\delta^{18}\text{O}$ -Werten

$$\delta\text{D} = 8 \times (\delta^{18}\text{O}) + 10.$$

Wenn eine ozeanische Luftmasse in Richtung der Pole bewegt wird, kühlt sie sich ab und verliert Wasser als Niederschlag. Deshalb wird sie immer weiter an schweren Isotopen abgereichert, d.h. die δ -Werte werden negativer. Es wurde gezeigt, daß der Grad der Abkühlung den größten Effekt auf den δ -Wert hat. Da Meeresoberflächentemperaturen wesentlich stabiler als Lufttemperaturen in hohen Breiten sind, wird der δ -Wert in polarem Schnee hauptsächlich von der Temperatur am Ort und zur Zeit des Niederschlags bestimmt. $\delta^{18}\text{O}$ Jahresmittel sind gut mit Jahresmitteltemperaturen, sowohl in Grönland als auch in der Antarktis korreliert. Der Zusammenhang ist linear, auch wenn er für unterschiedliche Gegenden verschiedene Steigungen und Ordinatenabschnitte liefert. Neuere Daten ergeben für grönländische Stationen die Relation [Johnsen, Dansgaard und White, 1989]

$$\delta^{18}\text{O} = 0.67 T[^\circ\text{C}] - 13.7.$$

Von großem Interesse sind derzeit auch die δ -Werte der im Eis eingeschlossenen Bestandteile der Luft, wie z.B. N_2 , O_2 , CO_2 . Diese Gradienten werden oft benutzt um in Eiskernen gemessene Isotopenverhältnisse in Temperaturen zu früheren Zeiten zu konvertieren. Die Abschätzungen sind natürlich problematisch und mit Vorsicht durchzuführen, da z.B. auch noch die geographische Lage einen Einfluß auf die Isotopenverhältnisse hat. Es gibt aber Konsistenz mit anderen Verfahren, wie z.B. der inversen Modellierung von in Bohrlöchern gemessenen Temperaturen [Firestone, 1995].

Dieser Abschnitt wurde in Anlehnung an die Darstellung im Buch von Paterson [1994] verfaßt, wo noch eine wesentlich weitergehende Diskussion zu diesem Thema geführt wird und die neueste Literatur zitiert ist.

1.1.3.2 Lufteinschluß im Eis

Luftblasen im Eis ermöglichen eine Rekonstruktion der atmosphärischen Zusammensetzung zu der Zeit ihrer Bildung. Da die Luftblasen nicht an der Oberfläche gebildet werden, sondern am Firn-Eis-Übergang, ist die eingeschlossene Luft

jünger als das umgebende Eis. Es gibt außerdem eine Altersverteilung der Luftblasen, da nicht alle Luftblasen in der gleichen Tiefe abgeschlossen werden. Die Altersverteilung beim Abschluß hängt im wesentlichen von der Firntemperatur und der Akkumulationsrate ab. Messungen an verschiedenen Treibhausgasen, wie z.B. Kohlendioxid, Methan und Lachgas wurden vorgenommen. Problematisch bei diesen Messungen ist, daß sich die genannten Gase zum Teil im Eis lösen oder chemische Reaktionen mit Spurenstoffen im Eis ausführen können. Seit der Industrialisierung zeigt sich ein rapider Anstieg der oben genannten Treibhausgase, der eine Übereinstimmung von Messungen aus Luftblasen und direkten atmosphärischen Messungen für die letzten vierzig Jahre zeigt. Verfolgt man die Methan- und Kohlendioxidkonzentrationen im Vostok-Eiskern über die letzten 200 000 Jahre zurück, so ergibt sich eine gute Korrelation zwischen den Treibhausgaskonzentrationen und der Isotopentemperatur. Aber es gibt auch Widersprüche, z.B. nahm vor 70 000 Jahren und 120 000 Jahren die Temperatur vor der Kohlendioxidkonzentration ab, während dies vor 210 000 Jahren nicht der Fall war. Eine ausführlichere Darstellung dieses Aspekts und weiterführende Literatur findet man z.B. bei Paterson [1994].

1.1.3.3 Spurenstoffe

Die Spurenstoffe in der Atmosphäre sind Produkte des bio-geochemischen Kreislaufs. Mit dem Schnee werden sie im Eis der großen Eisschilde deponiert. Eiskernanalysen machen sie wieder zugänglich. Langfristige Trends werden genauso wie bestimmte Ereignisse, wie z.B. Vulkanausbrüche oder Waldbrände, archiviert. Säureeintrag in die Atmosphäre bringt man z.B. mit großen Vulkanausbrüchen in Verbindung. Als eine Quelle für Ammoniumeintrag werden großflächige Waldbrände diskutiert. Obwohl die Konzentrationen der Spurenstoffe im Eis sehr gering sind erhöhen bestimmte Ionen, wie z.B. Protonen, die Leitfähigkeit des Eises um bis zu einer Größenordnung. Für die Messung elektrischer Eigenschaften des Eises stehen Standardverfahren zur Verfügung, die auch im Feld anwendbar sind, so daß sich Vulkanereignisse mit einer einfachen physikalischen Meßmethode identifizieren lassen.

Auf die elektrischen Meßmethoden wird im Kapitel 2 eingegangen. Die Diskussion weiterer Spurenstoffe, wie z.B. terrestrischer und extraterrestrischer Stäube, Kleinstpartikeln und der Depositionsmechanismen von Spurenstoffen findet man z.B. in Paterson [1994].

1.2 Die Nordgrönlandtraverse (NGT)

1.2.1 Route und Ziele

Die Nordgrönlandtraverse (abgekürzt NGT) wurde vom Alfred-Wegener-Institut in den Jahren 1993 bis 1995 durchgeführt. Während der Nordgrönlandtraverse wurden die in dieser Arbeit bearbeiteten Eiskerne gebohrt.

Im Anschluß an die GRIP Tiefbohrung begann die Nordgrönlandtraverse 1993 an Dome GRIP (72°34' N, 37°37' W) auf Summit, erreichte den nördlichsten Punkt NGT 28 (80°21' N, 41°07' W) im Sommer 1994 und endete im Juli 1995 etwa 300 km nördlich von Summit am Punkt NGT45 (75° N, 42° W; Bohrpunkt des Eiskerns B30). Die Meßpunkte der NGT wurden der Reihe nach mit Präfix NGT durchnummeriert. Die Eiskerne des Alfred-Wegener-Instituts werden unabhängig vom jeweiligen Projekt der Reihe nach mit Präfix B durchnummeriert. Der Endpunkt der Traverse NGT45 liegt in der Nähe der 1996 geplanten Tiefbohrung "North-GRIP". Die Route der Nordgrönlandtraverse ist der Karte in Abbildung 1.2 zu entnehmen.

Die Zielsetzungen der Traverse sind die Bestimmung der Akkumulation und der Konzentrationen von Spurenstoffen in Nordgrönland. Diese Größen werden einerseits im rezenten Schnee und Firn, d.h. über den Zeitraum der letzten 50 Jahre, und andererseits über 500 bis 1000 Jahre altes Eis bestimmt.

1.2.2 Das Feldprogramm

Die im folgenden beschriebenen Meßmethoden zur Gewinnung rezenter Proben wurden an den in der Karte in Abbildung 1.2 als Firnkernbohrung bezeichneten Punkten angewendet. Die Meßpunkte wurden im Abstand von etwa 50 km gewählt. Die Eiskerne zur Beprobung der letzten 500 bis 1000 Jahre wurden etwa im Abstand von 150 km gebohrt, siehe Abbildung 1.2.

1.2.2.1 Firn und Eis

Im folgenden werden die allgemein belegten Begriffe Firn und Eis verwendet. In der Glaziologie sind diese Begriffe durch eine strenge Definitionen unterschieden. Firn geht beim Abschluß der Kanäle, die die Poren miteinander verbinden, in Gletschereis, im folgenden auch mit Eis bezeichnet, über. Dieser Vorgang findet bei einer Dichte von $0.830 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$ statt. In Gletschereis ist die Luft nur noch in Blasen vorhanden und eine Zunahme der Dichte ist eine Folge der Kompression der Blasen [Paterson, 1994].

Man unterscheidet zwischen polarem und temperiertem Eis. Polares Eis ist durch trockene Metarmorphose aus Schnee entstanden, d.h. es ist immer kälter als der

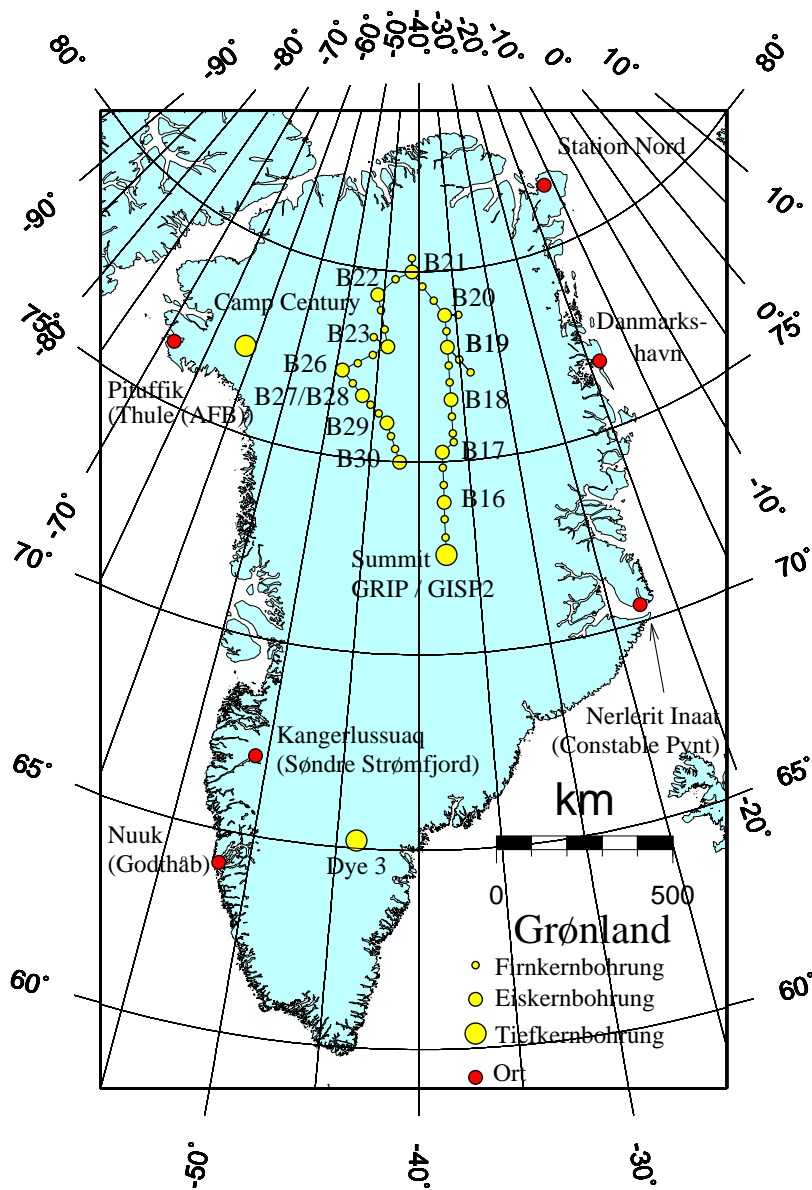


Abbildung 1.2: Die Bohrpunkte der Nordgrönlandtraverse

Die Bohrpunkte der Eiskerne sind mit ihrer Bezeichnung B16 bis B23 und B26 bis B30 eingetragen. Der Punkt nördlich von B21 ist der nördlichste Punkt der Traverse NGT28. Die Traverse endete an NGT45, dem Eiskernbohrpunkt von B30. Nuuk, Kangerlussuaq, Pituffik, Station Nord, Danmarks-havn und Nerlerit Inaat sind wichtige Siedlungen und Flughäfen. Camp Century, Dye3, GRIP und GISP2 sind bedeutende Tiefbohrpunkte. Die Karte wurde in der stereographischen Projektion mit GMT mapping software [EOS Trans. AGU, 72, 441, 445-446, 1991] erstellt.

Druckschmelzpunkt. Nach Paterson [1994] ist das Innere Grönlands ein Bereich mit trockener Umwandlung des Schnees zu Eis, man bezeichnet solche Bereiche im Englischen auch als “dry-snow-zone”. Bei den in dieser Arbeit bearbeiteten Kernen kann man also schon aus der geographischen Lage des Bohrpunktes schließen, daß es sich um polares Eis handelt. Polares Eis verhält sich elektrisch anders als temperiertes oder auch im Labor hergestelltes synthetisches Eis. Das elektrische Verhalten von polarem Eis wird in Abschnitt 2.2.4.3 diskutiert.

Temperiertes Eis ist nach Definition am Druckschmelzpunkt, d.h. in ihm ist Wasser in flüssiger Phase enthalten.

1.2.2.2 Schneeschachtbeprobung

Ein Schacht von 2 m Tiefe wird ausgehoben. Dann werden von der Oberfläche beginnend Proben in einer Auflösung von wenigen Zentimetern in Tüten oder Dosen verpackt. Die Proben werden für chemische Analysen und für Isotopenanalysen verwendet.

Je nach Art der Proben muß ein hoher Aufwand bei der Probennahme getrieben werden. Für chemische Proben muß z.B. mit spezieller Kleidung gearbeitet werden, da schon geringe Verunreinigungen die Spurenstoffkonzentrationen im Schnee übersteigen würden.

Die Schächte erlauben ein eingehendes Studium der Niederschlagsgeschichte und der Schneemetamorphose während der letzten drei bis sechs Jahre. Die verschiedenen stratigraphischen Merkmale im Schnee sind bestimmten Wetterlagen zuzuordnen. Die Lage der Merkmale wird vermessen und protokolliert. Wird ein zweiter Schacht gegraben und bleibt eine dünne Schicht von einigen Zentimetern zwischen den beiden Schächten stehen, dann erhält man ein Durchlichtprofil, in dem die Strukturen deutlich in ihrer Helligkeit unterscheidbar hervortreten.

Die Qualität der Firnkerne ist wegen der geringen Festigkeit des Schnees in den obersten Metern teilweise nicht befriedigend. Deshalb beprobt man die obersten 2 m in einem Schneeschacht ein zweites Mal separat von Hand.

1.2.2.3 Firnkerne

Im Firn ist die Beprobung mit relativ geringem technischen Aufwand möglich. Auf der Traverse standen 4 inch (100 mm) Firnkernbohrer zur Verfügung.

Der Firnkernbohrer Der Firnkernbohrer besteht aus einem etwa 80 cm langen Rohr mit einem Innendurchmesser von 100 mm, an dessen unterem Ende die Bohrkrone mit den Messern und den Kernfängern sitzt. Das Rohr ist innen

glatt. Außen sind Spiralen aufgeschweißt. Dieser Hohlkernbohrer wird über ein Gestänge von einem kleinen Zweitaktmotor angetrieben.

Beim Bohren wird das Bohrmehl von den Spiralen nach oben geführt und fällt durch ausgesparte Löcher von oben in das Innenrohr. Von innen wird beim Vortrieb der Firnkern in das Rohr geführt. Der Motor ist so dimensioniert, daß er, wenn das Rohr voll ist, nicht mehr genug Kraft hat, den Bohrer weitzuvortreiben. Dann wird der Motor vom Gestänge abgenommen, und der Bohrer wird von Hand über das Gestänge in die entgegengesetzte Richtung gedreht. Durch das Drehen in die entgegengesetzte Richtung werden die Kernfänger (engl. "Core-Catcher"), die als kleine Messer an der Spitze des Bohrers ausgebildet sind, durch ihre spezielle Form in den Kern gedreht und schneiden ihn ab. Die Kernfänger verhindern zusätzlich, daß der Kern aus dem Rohr herausfällt.

Zum Heben des Kerns wird das Gestänge jeweils um ein 1.4 m langes Segment gehoben, fixiert und das oberste Segment abgebaut, und so fort. Das Absenken des Bohrers erfolgt in der gleichen Weise durch Zusammenbau des Gestänges.

Zwei geübte Personen können mit diesem Bohrer in drei Stunden einen 15 m langen Kern bohren. Die bis zu 70 cm langen Kernstücke, die in einzelnen Läufen (engl. "Run") gewonnen werden, übergeben sie an eine weitere Person, die sie beschreibt (engl. "Logging") und verpackt.

Die Kernbeschreibung (Logging) Die Kerne werden von der Bohrmannschaft in einen Kerntrog (eine V-förmige Schale) entladen. Der Logger mißt Länge und Durchmesser der Kerne und wiegt sie. Im Loggingprotokoll wird das Protokoll für die Bohrung mitgeführt. Es werden auch die wichtigsten meteorologischen Daten, wie Temperatur, Niederschlag und Bewölkung erfaßt. Die Kerne werden nach dem Loggen in Plastiktüten luftdicht verschweißt und beschriftet. Für den Transport packt man die Kerne in Polypropylenkisten, die jeweils bis zu 6 m Eiskern aufnehmen.

1.2.2.4 Eiskerne

Der Eiskernbohrer Die Eiskernbohrungen wurden mit einem institutseigenen, elektromechanischen 4 inch Bohrer ($\hat{=}$ 101.6mm) durchgeführt [Oerter, Bässler, Drücker und Stadler, 1991; Oerter, Kipfstuhl und Minikin, 1994]. Die maximale Teufe des Bohrers ist durch die Seillänge auf 400 m begrenzt. Es wurde trocken gebohrt, d.h. ohne Bohrflüssigkeit¹. Der Bohrer arbeitet prinzipiell wie der oben beschriebene Firnkernbohrer, er ist aber wesentlich länger, so daß auch Kernstücke bis zu 2 m Länge gebohrt werden können. Im Unterschied zum Firnkernbohrer wird die Bohreinheit mit einer Seilwinde hinabgelassen und nicht mit einem

¹Bei Tiefbohrungen füllt man das Bohrloch mit einer Bohrflüssigkeit, die die Dichte von Eis hat. Der hydrostatische Druck auf den Eiskern ändert sich während des Bohrens nicht. Dadurch treten weniger innere Spannungen im Kern auf und er splittert weniger.

Bohrpunkt	Breite	Länge	Bohrkernlänge [m]	Zeit [AD]
1993				
B16	73.940° N	37.630° W	102.4	1514
B17	75.250° N	37.625° W	100.8	1479
B18	76.617° N	36.403° W	150.2	934
B19	78.001° N	36.398° W	150.4	934
1994				
B20	78.833° N	36.500° W	150.4	934
B21	79.999° N	41.137° W	100.6	1479
B22	79.341° N	45.912° W	120.6	1479
B23	78.000° N	44.000° W	150.8	1104
1995				
B26	77.253° N	49.217° W	119.7	1514
B27	76.658° N	46.482° W	175.0	1259
B28	76.658° N	46.482° W	70.7	1783
B29	76.000° N	43.500° W	110.5	1479
B30	75.000° N	42.000° W	160.8	1259

Tabelle 1.2: Eiskernbohrpunkte

Angegeben sind Lagekoordinaten, Tiefe der Bohrung und die Zeit. Die Zeit ist der tiefste datierte Vulkanhorizont im Kern und damit eine Abschätzung, bis zu welchem Jahr der Kern zurückreicht.

Gestänge. Der Antrieb erfolgt über einen Elektromotor in der Bohreinheit, dessen Drehmoment über Antitorquemesser, die die Motoreinheit im Bohrloch verkeilen, vom Eis der Bohrlochwand aufgenommen wird. Die Kernfänger sind bei diesem Bohrer als flache, nach oben stehende Messer geformt. Wird der Bohrer nach oben gezogen, so klappen die Messer heraus und sprengen den Kern ab.

Mit diesem Bohrer ist unter guten Bedingungen ein zügiges Bohren möglich. Selbst in Tiefen um 100 m können im Schnitt noch 6 m Bohrkern pro Stunde gebohrt werden. Die Bohrung eines Eiskerns in Grönland dauerte 2 bis 3 Tage. In Tabelle 1.2 sind die Lagekoordinaten der Bohrpunkte und die erreichten Tiefen der jeweiligen Bohrung, mit einer Abschätzung wie weit die Kerne zeitlich zurückreichen, aufgelistet.

Unmittelbar nach dem Bohren werden die Kerne zur Kernbeschreibung weitergegeben.

Die Kernbeschreibung (Logging) Bei der Kernbeschreibung wird der Kern, wie beim Firnkernbohren in Kerntrögen abgelegt, gewogen und vermessen. Stichprobenweise wird der Durchmesser kontrolliert. Auf diese Weise läßt sich das Volumen des zylinderförmigen Kerns bestimmen. In Abschnitt 4.2 ist die Berechnung der mittleren Dichte des Eises aus Kernbeschreibungsdaten für die Eiskerne der Nordgrönlandtraverse durchgeführt.

Die einzelnen Bruchstücke des Kerns werden zusammengefügt und dem Kern wird eine Tiefenskala, die in dieser Arbeit als "Tiefe" bezeichnet wird, zugeordnet. Die Marken für die Tiefenskala und die laufenden Meter werden mit Bleistift

auf dem Kern notiert. Ein Pfeil zeigt die Richtung nach oben an. Bei dieser Tiefenordnung kann es zu Fehlern im Bereich von wenigen Zentimetern kommen, da die Kernstücke nicht immer exakt passen und so eine eindeutige Festlegung schwierig wird. Problematisch sind Kernverluste in den obersten Metern. Im Firn gehen teilweise mehrere Zentimeter dicke Schichten verloren. Trotz dieser Verluste bleibt der Kern in tieferen Bereichen aber in sich stimmig. Die zeitliche Datierung wird an Vulkansignalen fixiert und erfolgt relativ zu diesen, so daß die verlorenen Schichten auf die Interpretation des Kerns keinen Einfluß haben.

Nach dem Logging wurden die Kerne an die DEP-Messung weitergegeben, um sie mittels Vulkandatierung grob zu datieren. Die Vulkandatierung ist in Abschnitt 2.1 beschrieben, und in Abschnitt 4.4.1 sind die bereits datierten Vulkantiefen in Tabelle 4.4 aufgeführt.

Nach der Durchführung DEP-Messung (siehe Abschnitt 2.2) werden die Kerne in 1 m lange Stücke zersägt und in Plastiktüten luftdicht eingeschweißt. Die Tüten werden durchnummeriert und mit der Tiefe des Kernstücks beschriftet. Die eingeschweißten Kerne werden zum Transport in Polypropylenkisten verpackt.

1.2.2.5 Eisradarmessungen

In den Kampagnen 1993 und 1994 wurden Eisradarmessungen durchgeführt. Dieses Radarsystem wird während der Aufzeichnung auf einem Schlitten über die Eisoberfläche gezogen. Man erhält Radarlinien entlang des Aufzeichnungsweges. Die Eindringtiefe des Radarsystems betrug etwa 100 m und die Auflösung liegt im Bereich von 1 m. In den Profilen erkennt man Horizonte hoher Leitfähigkeit. Da die Leitungseigenschaften von Eis im Bereich der zur DEP-Messung verwendeten Frequenz von 50 kHz bzw. 250 kHz bis zur Radarfrequenz nach Bogorodskii, Bentley und Gudmandsen [1985] wenig variieren, können so die Vulkanhorizonte zwischen den Eiskernen weiterverfolgt werden.

1.2.3 Begleitende Messungen

1.2.3.1 GPS-Messungen

GPS ist die Abkürzung für Global Positioning System. Mit diesem System ist eine genaue Positionsbestimmung auf der Basis der Satellitennavigation möglich.

Im Feld kann man die Position auf einige Meter bis zehn Meter genau bestimmen. Bei der Nachbearbeitung der Daten gemeinsam mit gleichzeitigen Messungen an genau bekannten geodätischen Punkten ist eine Genauigkeit im Zentimeterbereich zu erreichen.

Mit diesen Messungen wird die Bohrposition (für Firnkern- und Eiskernbohrungen) genau bestimmt.

Ein anderer wichtiger Aspekt der GPS-Messungen ist die Messung der Eisbewegung. An den Meßpunkten werden Balisen zurückgelassen, die zu einem späteren Zeitpunkt (frühestens nach einem Jahr) nochmals vermessen werden. Bei der erreichten Genauigkeit ist es so möglich, die Bewegungsvektoren des Eisschildes an den Meßpunkten zu bestimmen. Die Bewegungsvektoren sind ein sehr wichtiger glaziologischer Parameter für die Beschreibung und Modellierung von Eisschilden.

1.2.3.2 Gravimetermessungen

Die Erdschwere ist ein wichtiger geophysikalischer Parameter. In so wenig erforschten Gebieten wie Nordgrönland ist eine gravimetrische Vermessung deshalb interessant. Entlang der gesamten Route wurde in einem Abstand von 2.5 km bis 5 km die Erdschwere gemessen.

1.3 Meßdatenerfassung mit der “GRIP-Meßbank”

Alle am AWI zur kontinuierlichen Eiskernmessung verwendeten Apparaturen, sowohl das DEP als auch die Messung der Wechselstromleitfähigkeit mit kratzenden Elektroden und die Dichtemessung über γ -Streuung haben prinzipiell den gleichen in Abbildung 1.3 dargestellten Aufbau zur Steuerung und Meßdatenerfassung. Ein Rechner steuert eine Bank, die entweder den Eiskern oder die Meßsonde bewegt, liest die von der Meßsonde übermittelten Meßdaten aus und speichert sie auf einer Festplatte. Die Meßsonden und Meßgeräte werden in den jeweiligen Abschnitten (DEP in Abschnitt 2.2, Wechselstromleitfähigkeit mit Kratzelektroden in Abschnitt 2.1.2, γ -Streudichte in Abschnitt 3.1) beschrieben. Hier soll nur ein kurzer Überblick über das Steuer- und Erfassungssystem, sowie die “GRIP-Meßbank” als Gesamtsystem zur Messung der Dichte mit γ -Streuung und der Wechselstromleitfähigkeit mit Kratzelektroden, gegeben werden. Der Name “GRIP”-Meßbank leitet sich vom Tiefbohrprojekt GRIP in Grönland ab, bei dem die Meßbank eingesetzt wurde. Die neugebaute DEP-Apparatur wird im Abschnitt 2.2 gesondert beschrieben.

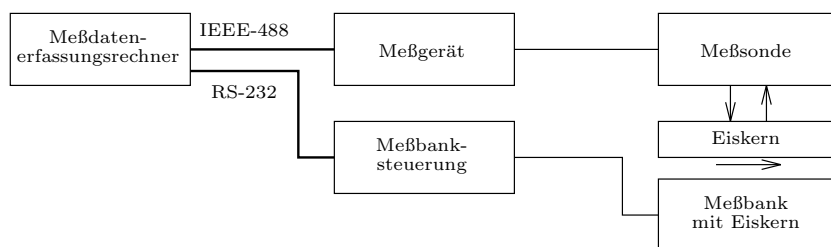


Abbildung 1.3: Prinzipieller Aufbau der Meßdatenerfassungssysteme

1.3.1 Das Bussystem und die Meßdatenerfassungsrechner

Alle Meß- und Steuergeräte, bis auf die Steuerung des Meßbankmotors über eine RS-232-Schnittstelle, sind mit einer IEEE-488 Schnittstelle ausgerüstet. Dies ist die Bezeichnung für einen Standard zum Anschluß von Meß- und Steuereinheiten an Rechner. Über das IEEE-488 Bussystem können sowohl Steueranweisungen vom Rechner an die Meßgeräte, als auch die Meßergebnisse vom Meßgerät zurück an den Rechner übermittelt werden. Der Aufbau von Meßanordnungen mit mehreren Geräten, die von einem Rechner gesteuert werden, wird dann sehr einfach. Die einzelnen Geräte erhalten eine Adresse, mit der sie angesprochen werden. Danach können Befehle aus einem Computerprogramm heraus übergeben werden und Meßdaten in ein Computerprogramm eingelesen werden, wo sie evtl. noch weiterverarbeitet werden.

Als Meßdatenerfassungsrechner kommen verschiedene Rechner mit Intel 80386 Prozessor mit Coprozessor, 2 MB RAM-Speicher und ca. 100 MB Festplattenspeicher zum Einsatz. Die Sicherung und der Transport von Daten erfolgt über 3.5" HD-Diskettenlaufwerke. Diese Systemkonfiguration ist für die Anforderungen der Meßdatenerfassung vollkommen ausreichend.

Allerdings treten mit diesen handelsüblichen Rechnern mitunter Probleme auf, die ihre Ursache in den Einsatzbedingungen haben. Netzteile haben bei Temperaturen um -20 °C Probleme. Eindringener Schnee kann, wenn er im warmen Rechner auftaut, diesen stören und z.B. zur Sendung sinnloser Steuercodes an die Schnittstelle veranlassen.

1.3.2 Die Steuersoftware

Die hier verwendete Steuersoftware ist in Turbopascal unter DOS erstellt. Die Befehle an die Meßgeräte werden im bei dieser Aufgabenstellung gewählten Betriebsmode ASCII-Klartext übermittelt. Das Rechnerprogramm hat die in Abbildung 1.4 dargestellte Struktur. Die verwendete Software wird für die jeweilige ganz spezielle Aufgabenstellung jeweils neu erstellt.

1.3.3 Die "GRIP-Meßbank"

Am AWI steht eine vollautomatische Meßbank zur kontinuierlichen Messung von Dichte und Wechselstromleitfähigkeit mit Kratzelektroden an Eiskernen zur Verfügung. Die transportable Meßbank ist in Einzelteile zerlegbar und wurde bei der GRIP-Tiefbohrung im Grönland eingesetzt. Ein bis zu 280 cm langer Eiskern wird in einer Schale an mehreren Meßsonden vorbeigeführt. Die Schale wird über einen Zahnriemen durch einen Gleichstrommotor bewegt. Den prinzipiellen

Aufbau der GRIP-Meßbank und das Zusammenwirken der Komponenten zeigt Abbildung 1.5.

Die Meßgeräte und der Steuerrechner sind in zwei Transportkisten der Firma Zarges mit Einbaurahmen untergebracht, so daß die Meßgeräte während Transport und Messung geschützt sind. Bei einer Auflösung von 2 mm dauert die Messung eines 2 m langen Eiskerns etwa eine Stunde.

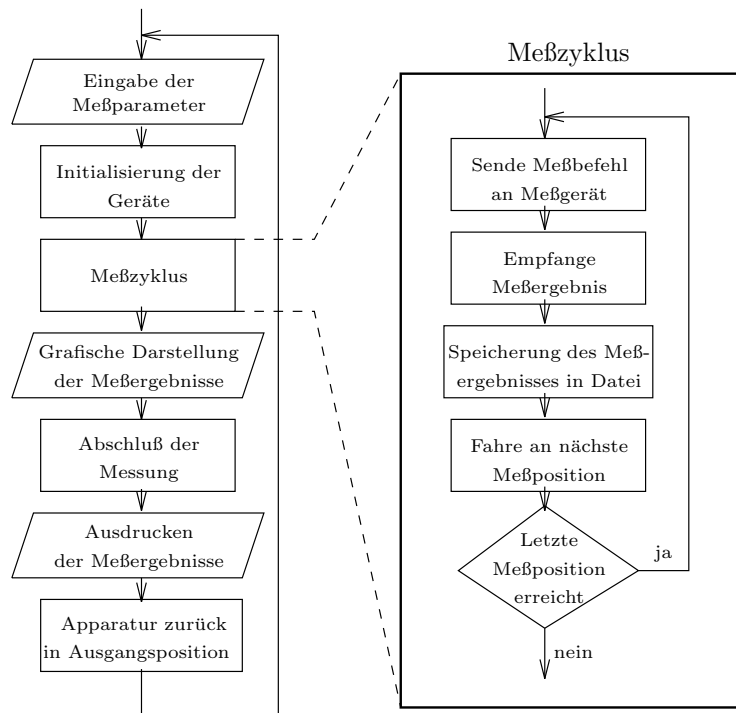


Abbildung 1.4: Flußdiagramm zum Meßprogramm

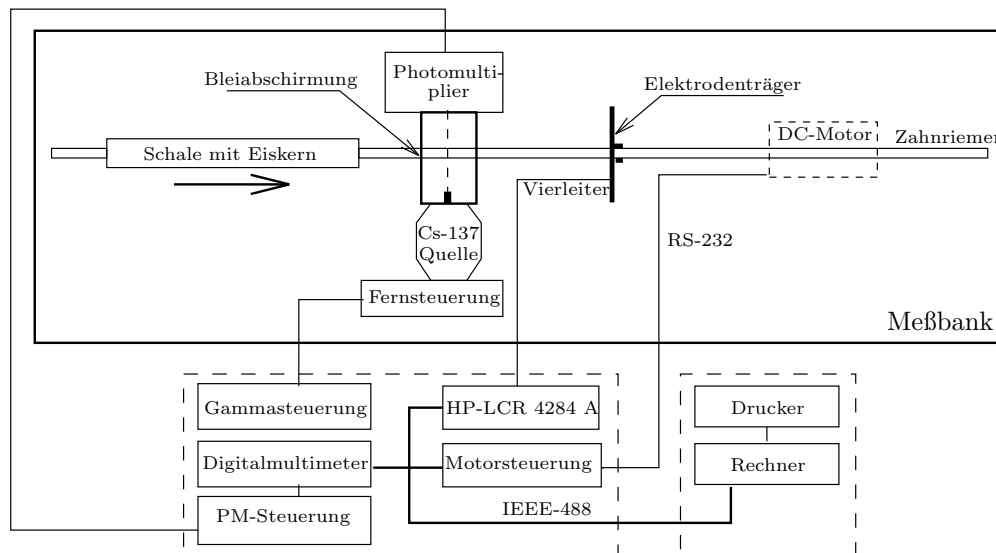


Abbildung 1.5: Prinzipieller Aufbau und Zusammenwirken der Komponenten der GRIP-Meßbank

Kapitel 2

Bestimmung der Leitfähigkeit von Eiskernen

Niederschlag, der auf die grönländischen oder antarktischen Eisschilde fällt, ist sehr rein. Große Vulkanausbrüche tragen große Mengen von Spurenstoffen in die Atmosphäre ein, die in ihrer Konzentration deutlich über dem geringen, ständig vorhandenen Untergrund an Spurenstoffen hervortreten. Diese vulkanischen Spurenstoffe haben teilweise Verweilzeiten von bis zu drei Jahren in der Atmosphäre. Die Spurenstoffe werden aus der Atmosphäre ausgewaschen und im Eis in Schichten deponiert. Die Spurenstoffe vulkanogenen Ursprungs enthalten einen hohen Anteil an Säuren, die Protonen in das Eis einbringen.

Protonendefekte sind eine Art von möglichen Defekten im Eiskristall. Man unterscheidet Ionendefekte und Bjerrum-Defekte. Bei den Ionendefekten sind Hydronium- (H_3O^+) oder Hydroxidionen (OH^-) in den Eiskristall eingebaut. Bei den Bjerrum-Defekten sind Wassermoleküle im Kristall falsch orientiert. Die Protonendefekte und die Kristallstruktur von Eis werden in Anhang A.1 näher beschrieben. Die Leitfähigkeit im Eiskristall wird durch die Protonendefektkonzentrationen bestimmt. In Abschnitt A.1.4 wird die Jaccard-Theorie vorgestellt, die die Leitfähigkeit im Eiskristall mit den Protonendefektkonzentrationen in Verbindung bringt.

Obwohl die Spurenstoffkonzentrationen im polaren Eis sehr gering sind, erhöht sich in Eisschichten, in denen Material von Vulkanausbrüchen eingelagert ist, die Leitfähigkeit erheblich. Bei starken und geographisch nahegelegenen Vulkanausbrüchen, wie z.B. der Lakagigarausbruch 1783 A.D. auf Island in der Nähe von Grönland, erhöht sich die Leitfähigkeit um bis zu einer Größenordnung [Hammer, Clausen und Dansgaard, 1980]. Diese Signale von Vulkanausbrüchen können aus dem Untergrundsignal hervortretend in Leitfähigkeitssignalen gesehen werden. Es gibt eine Anzahl historisch festgehaltener oder nachträglich datierter Vulkanausbrüche [Newhall und Self, 1982; Hammer, 1980], deren Leitfähigkeitssignale identifiziert werden können.

Zur Messung der elektrischen Leitfähigkeit an Eiskernen stehen zwei Standardmethoden zur Verfügung. Zum einen die von Hammer [1980] eingeführte ECM (Electrical Conductivity Method) für Messungen im niederfrequenten Bereich, zum anderen das von Moore und Paren [1987] entwickelte DEP (Dielectric Profiling) im Bereich von Frequenzen um 100 kHz. Am AWI wird an einer weiteren Methode zur Messung von Wechselstromleitfähigkeit mit kratzenden Elektroden gearbeitet.

Im folgenden Abschnitt 2.1.1 wird die ECM-Messung kurz erläutert. Im darauffolgenden Abschnitt 2.1.2 wird die Messung der Wechselstromleitfähigkeit mit kratzenden Elektroden behandelt. Die Eigenschaften einer DEP-Apparatur werden in Abschnitt 2.2 ausführlich diskutiert.

In Abschnitt 2.1.3 wird die für die DEP-Messung und die Messung der Wechselstromleitfähigkeit mit kratzenden Elektroden verwendete Meßbrücke (LCR-Meter) in ihren Eigenschaften und Spezifikationen kurz vorgestellt.

2.1 Bestehende Methoden

2.1.1 ECM

Die Durchführung der ECM-Messung ist einer Arbeit von Hammer [1980] ausführlich beschrieben.

Die ECM-Messung verlangt eine “frisch” geschnittene glatte Oberfläche. Dazu wird in einem ersten Arbeitsgang die Oberfläche des Eiskerns mikrotomiert. Man erhält eine flache glatte Oberfläche, die das Innere des Eiskerns repräsentiert, da evtl. an der Kernoberfläche vorhandene chemische Kontamination beim Mikrotomieren abgetragen wird.

Zwei Elektroden im Abstand von 1 cm und einer Spannungsdifferenz von 1250 V werden mit einer Geschwindigkeit von 10 bis 20 $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$, wie in Abbildung 2.1 dargestellt, über das Eis bewegt. Der gemessene Strom liegt größenordnungsmäßig bei einigen μA .

Den gemessenen Strom kann man nach Erstellung einer Eichkurve in Azidität umrechnen. Zur Festlegung der Eichkurve wird die in pH-Messungen von ausgewählten geschmolzenen Proben gewonnene Azidität in $\mu\text{equiv H}_3\text{O}^+/\text{kg}$ gegen den bei ECM gemessenen Strom in μA aufgetragen. Die gefundene Eichkurve ist keine universelle, für alle Eiskerne von verschiedenen Bohrpunkten gültige [Moore, Wolff, Clausen und Hammer, 1992]. Für Eiskerne aus der gleichen Region findet man für ECM eine brauchbare Eichkurve. Daneben hängt die Eichkurve nach Hammer [1983] von der Elektrodencharakteristik und der Technik des Bedieners ab. Die von Hammer [1980] gefundene Eichkurve für die Azidität in der Einheit $\mu\text{equiv H}_3\text{O}^+/\text{kg}$ und den gemessenen Strom in der Einheit μA lautet:

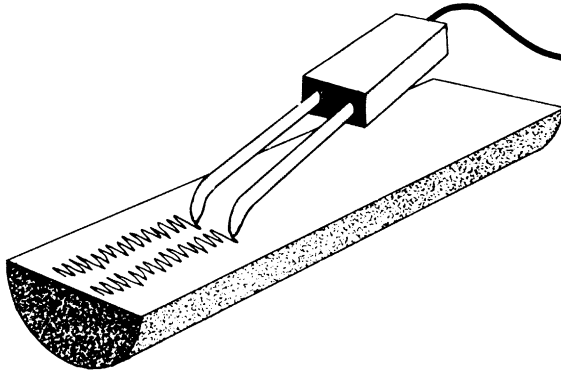


Abbildung 2.1: Elektrodenanordnung bei ECM
Entnommen aus [Hammer, 1980].

$$[H^+] = 0.045 I^{1.73}$$

ECM ist nicht identisch mit der direkten Messung der streng definierten spezifischen Leitfähigkeit, die eine Materialkonstante ist. Es wurde aber gezeigt, daß die Volumenleitung die Oberflächenleitung bei ECM überwiegt, so daß deswegen der bei ECM gemessene Strom eng mit der Leitfähigkeit von Eis verknüpft ist [Schwander, Neftel, Oeschger und Stauffer, 1983].

Üblicherweise benutzt man ECM, um Vulkanhorizonte zu finden. Beispiele für die Kerndatierung unter Zuhilfenahme von ECM und die Diskussion der aus Eiskernen rekonstruierbaren Vulkanaktivität findet man zum Beispiel in Hammer [1977], Clausen und Hammer [1988] und Taylor, Alley, Fiacco, Grootes, Mayewski und Spencer [1992].

2.1.2 Wechselstromleitfähigkeit mit kratzenden Elektroden

2.1.2.1 Meßprinzip

Zwei elektrisch abgeschirmte Elektroden aus Federstahldraht werden an ein in Abschnitt 2.1.3 beschriebenes LCR-Meter HP 4284A der Firma Hewlett-Packard angeschlossen. Die Abschirmung der Elektroden wird durch Umkleidung des Federstahldrahtes der Elektroden mit der äußeren Hülle eines Koaxkabels realisiert. Der Federstahldraht wird mit Quetschverbindungen mit der inneren Litze des Koaxkabels verbunden und mit Schrumpfschlauch gegen das Geflecht der Abschirmung isoliert. Am Ende mit dem Koaxkabel werden Koaxstecker montiert über die die Elektroden mit einem Koaxkabel mit dem LCR-Meter verbunden werden. Am anderen Ende steht eine etwa 2 mm lange hakenförmige Elektrodenspitze aus der koaxialen Abschirmung heraus. Die mechanische Fixierung der Elektroden wird über Führungen erreicht, an denen die Elektroden mit Kabelbindern festgezurr werden.

Abbildung 2.2 zeigt den prinzipiellen Aufbau der Anordnung. Bei der Messung der Wechselstromleitfähigkeit kratzen die Elektroden über den Eiskern, und das LCR-Meter vermisst an jeder Position den Meßkreis wie in Abbildung 2.3 symbolisch dargestellt als Parallelschaltung von Konduktanz G und Suszeptanz B , d.h. als Real- und Imaginärteil des komplexen Leitwertes oder auch Admittanz $Y = G + iB$.

Als Meßfrequenzen wurden bei den hier beschriebenen Messungen 250 Hz und 250 kHz gewählt. Je nach verfügbarer Meßzeit wird aber auch bei mehr Frequenzen gemessen. Bei den Messungen am GRIP Eiskern wurden z.B. 10 verschiedene Frequenzen über den vom LCR-Meter zur Verfügung gestellten Frequenzbereich von 20 Hz bis 1 MHz verteilt gemessen.

2.1.2.2 Das erhaltene Meßsignal

Das Meßsignal wird zwar von vielen Effekten, die in ihrem Beitrag zur gemessenen Admittanz stark von den gewählten mechanischen Apparateinstellungen abhängen, beeinflusst, aber es liefert wertvolle qualitative Ergebnisse.

Man findet Vulkanhorizonte, die durch einen deutlichen Anstieg der gemessenen Konduktanz G sowohl in der niederfrequenten Messung bei 250 Hz als auch in der hochfrequenten Messung bei 250 kHz identifizierbar sind. In Abbildung 2.4 ist der Verlauf des Konduktanzsignals des Lakagigarausbruchs auf Island im Jahr 1783 A.D. bei einer Meßfrequenz von 250 kHz gezeigt. In der Schicht des Eintrags vulkanogenen Materials aus der Lakagigaraeruption ist die Konduktanz des Eises um eine Größenordnung erhöht. Das hier gezeigte Meßsignal ist ein gutes Beispiel für die Anwendbarkeit der Leitfähigkeitsmessungen mit kratzenden Elektroden zur Identifizierung von Vulkanereignissen. Die gefundenen Vulkanereignisse können dann zur Datierung des Eiskerns verwandt werden.

Im GRIP Eiskern wurden große Peaks (bis zu 20 μM in der Konzentration) von Ammoniumformiat ($[\text{NH}_4]^+ [\text{HCOO}]^-$) gefunden. Es wird diskutiert, ob diese Ereignisse großen Waldbränden, deren Rauchfahnen über weite Strecken in der Atmosphäre transportiert wurden, zuzuordnen sind [Chýlek, Johnson, Damiano, Taylor und Clement, 1995; Legrand, De Angelis, Staffelbach, Neftel und Stauffer, 1992]. Nach Moore, Wolff, Clausen, Hammer, Legrand und Fuhrer [1994] zeigen diese Ereignisse im ECM ein stark reduziertes Signal und im DEP-Signal einen Peak. Bei den Messungen mit kratzenden Elektroden beobachtet man den gleichen Sachverhalt, die Konduktanz bei niedriger Frequenz bricht zusammen, während die Konduktanz bei hoher Frequenz einen Peak zeigt. Bei den GRIP-Messungen wurde für eine Reihe von Ereignissen durch chemische Analysen gezeigt, daß die beschriebenen Signale tatsächlich mit Ammoniumeintrag verknüpft sind¹. Bei der Messung der Kerne der Nordgrönlandtraverse wurden solche Signale in Tiefen gefunden, in denen tatsächlich Ammoniumeintrag im Eiskern

¹Persönliche Mitteilung Sepp Kipfstuhl.

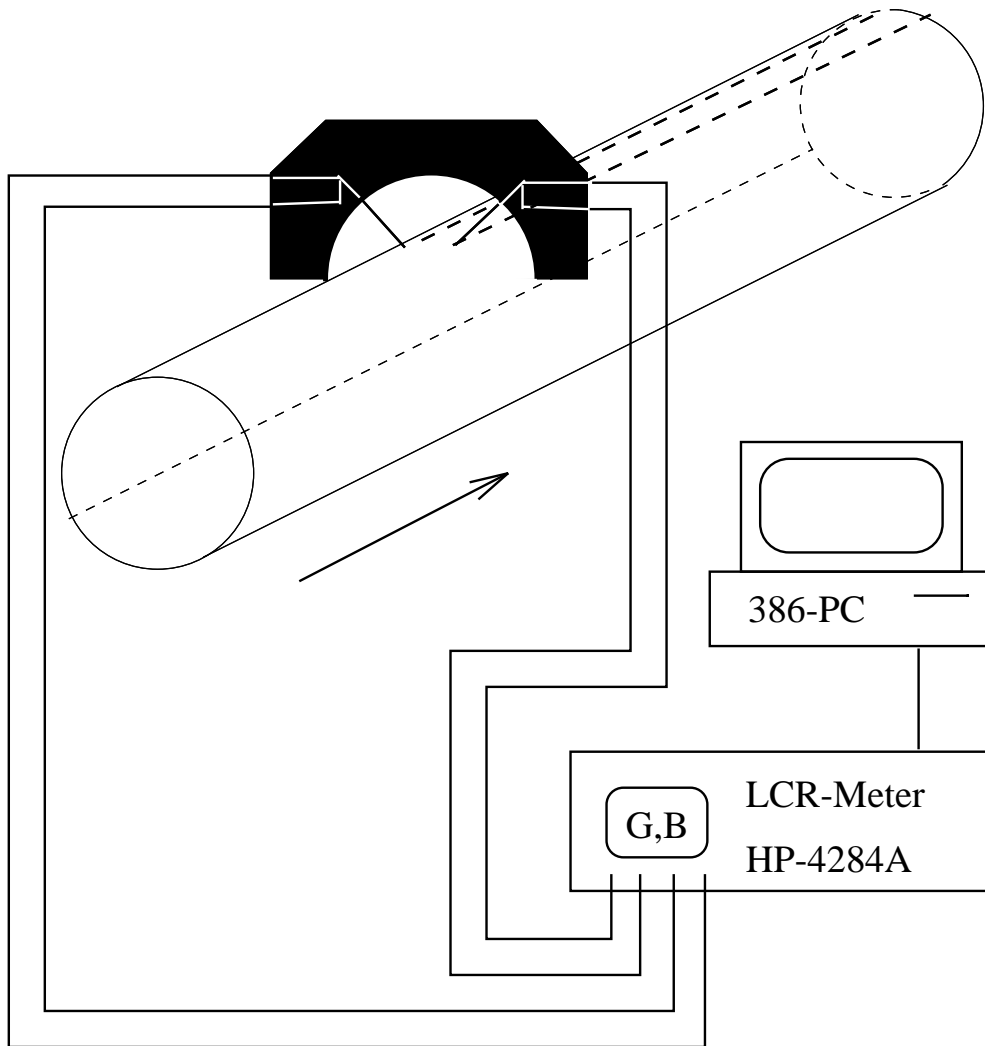


Abbildung 2.2: Meßanordnung der Leitfähigkeitsmessung mit kratzenden Elektroden. Das LCR-Meter mißt rechnergesteuert die Admittanz $Y = G + iB$.

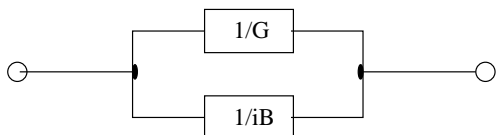


Abbildung 2.3: Ersatzschaltbild für die Anzeige des LCR-Meters im GB-Mode. Die Admittanz ist $Y = G + iB$.

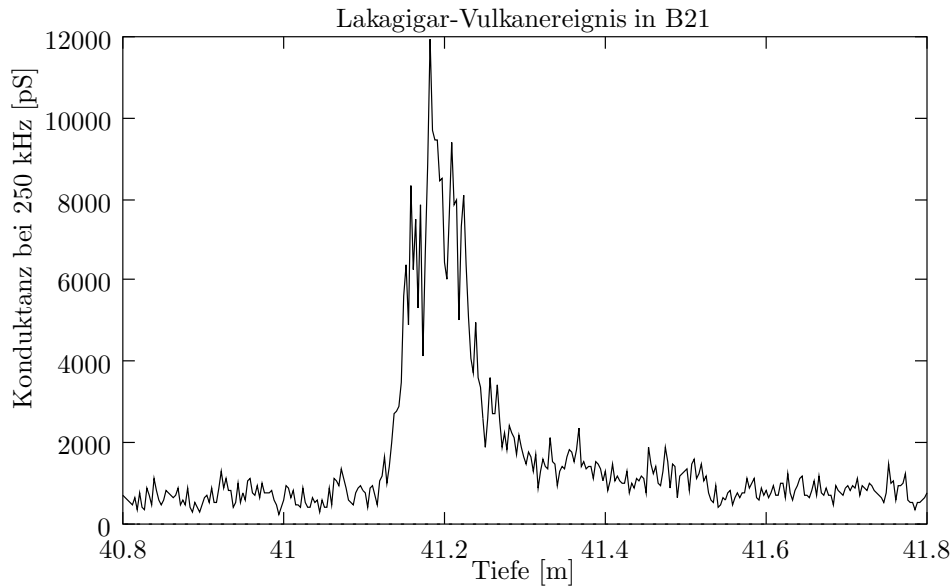


Abbildung 2.4: Lakagigarereignis in B21

Die Abbildung zeigt den mit kratzenden Elektroden an B21 gemessenen Verlauf der Konduktanz bei 250 kHz. Das Eis in der dargestellten Tiefe wurde aus Niederschlag zur Zeit des Lakagigarausbruchs auf Island im Jahr 1783 A.D. gebildet.

zu erwarten ist. Die Abbildung 2.5 zeigt ein Ereignis, das wahrscheinlich von einem Ammoniumeintrag im Eiskern stammt. Die Messung der Ammoniumkonzentration ist für die Eiskerne der Nordgrönlandtraverse geplant, aber noch nicht durchgeführt. Die vorläufige Datierung des Kerns B17 legt das gezeigte Ereignis auf 1909 fest. Fuhrer² findet im Eiskern Summit93 ein Ammoniumereignis, das auf 1908 datiert ist.

Das eben gezeigte Signal illustriert die Leistungsfähigkeit der Messung der Wechselstromleitfähigkeit mit kratzenden Elektroden. Mit einer einzigen Methode kann man ein solches Ammoniumereignis identifizieren. Bei der Identifizierung über DEP gemeinsam mit ECM sind zwei Methoden notwendig. Die gefundenen Bereiche für eine erhöhte Ammoniumkonzentration müssen durch die unabhängige chemische Analyse bestätigt werden. Weiter fällt auf, daß das potentielle Ammoniumereignis mit erhöhter Dichte korreliert ist. Dies wirft einerseits Fragen nach Zusammenhang von Dichte, Ammonium und Leitfähigkeit auf und zeigt andererseits wie wichtig kontinuierliche Multiparametermessungen sind.

2.1.2.3 Diskussion der Ergebnisse der Messung der Wechselstromleitfähigkeit mit kratzenden Elektroden

Effekte durch unterschiedlichen Elektrodenandruck Durch unterschiedlichen Elektrodenandruck ergeben sich Schwankungen in der Signalamplitude.

²Persönliche Mitteilung Katrin Fuhrer.

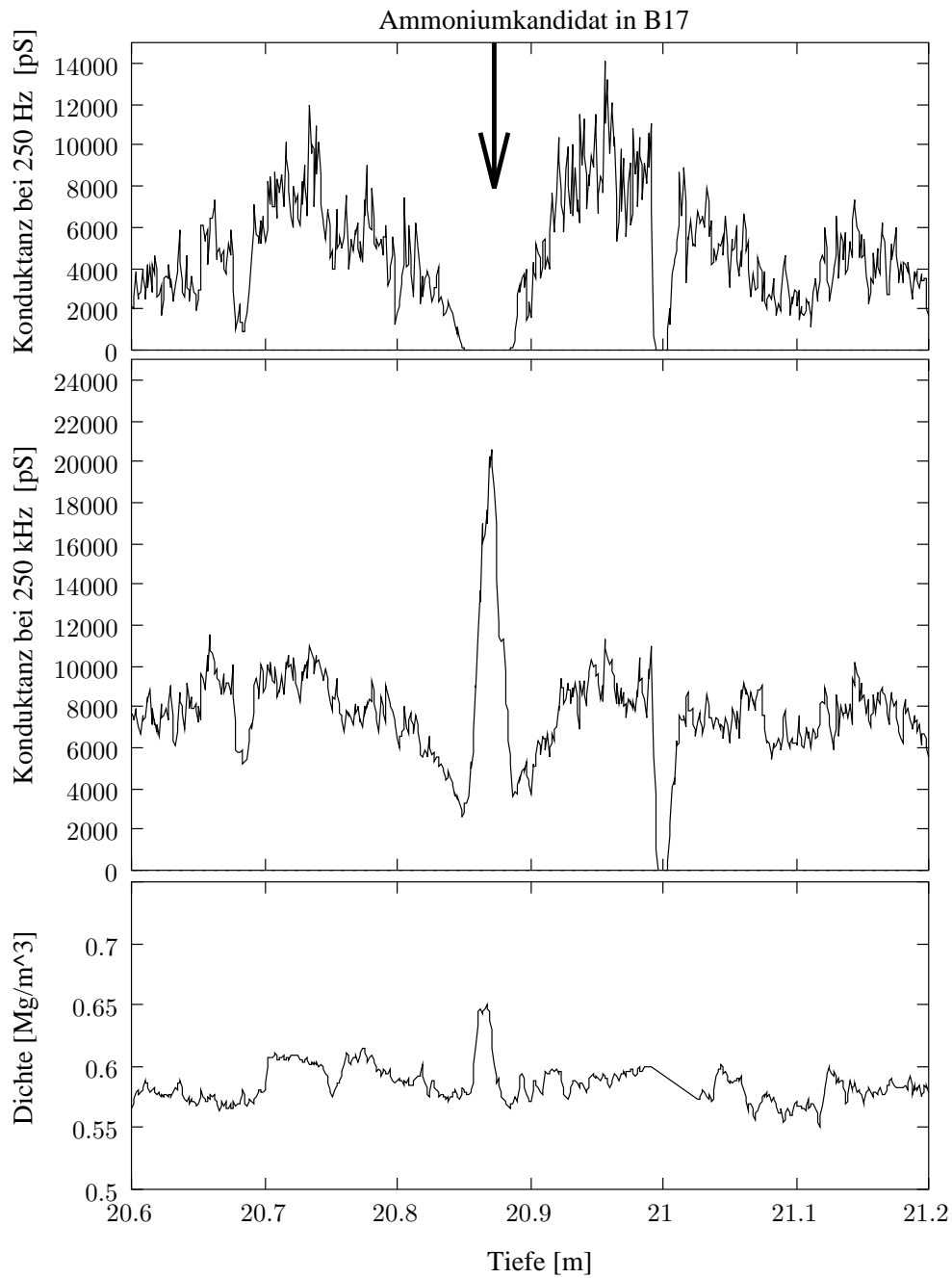


Abbildung 2.5: Ammoniumkandidat in B17

Die Abbildung zeigt ein Signal bei 20.87 m Tiefe, das wahrscheinlich mit einem Ammoniumeintrag im Eis im Jahre 1908 A.D. verknüpft ist. Die Konduktanz bei 250 Hz und 250 kHz aus Messungen mit kratzenden Elektroden ist mit gleichen Skalen aufgetragen. Die unterste Grafik zeigt die Dichte aus γ -Strommessungen aber die Ammoniumdaten liegen noch nicht vor.

Die Elektroden sind leicht hakenförmig ausgebildet. Deshalb schneiden sie am Kernanfang tiefer in den Kern und werden innerhalb von einigen Zentimetern hochgedrückt. Durch den so erhöhten Elektrodenandruck werden am Kernanfang Peaks auf das Meßsignal aufmoduliert. Diese Peaks lassen sich aber aus den Datensätzen herauskorrigieren, da man die Brüche des Kerns vor der Messung protokolliert.

Die Messung der Wechselstromleitfähigkeit mit kratzenden Elektroden wird ohne besondere Präparation des Kerns vorgenommen. Bei ECM werden die Elektroden-effekte durch einen wesentlich größeren Aufwand bei der Probenpräparation und eine Führung der Elektroden von Hand reduziert. Ein möglicher Ansatzpunkt zur Lösung des variierenden Elektrodenandrucks bei der Messung der Wechselstromleitfähigkeit mit kratzenden Elektroden ist eine aufwendigere Elektrodenführung bzw. -gestaltung.

Effekte durch mangelnde Abschirmung der Elektroden In den in der ersten GRIP-Feldsaison gemessenen Datensätzen trat bei der Messung mit hohen Frequenzen an den Rändern des jeweils gemessenen Kernabschnitts eine deutliche Erhöhung des Meßsignals auf. Dieser Effekt läßt sich durch die oben beschriebene konsequente elektrische Abschirmung der Elektroden vollständig vermeiden. Kunsteisstücke an den Kernrändern oder ein fortlaufendes Verlegen des Meßbereichs, so daß man überstehende Kernenden hat, reduzieren auch schon bei nicht vollständig abgeschirmten Elektroden den Effekt.

Qualitative Signale zur Datierung von Horizonten Die Messung der Wechselstromleitfähigkeit mit kratzenden Elektroden liefert gute qualitative Ergebnisse. Zur Datierung von Eiskernen reichen qualitative Ergebnisse aus. Die Vulkanhorizonte sind wie in ECM oder DEP deutlich nachweisbar. Zusätzlich sind Kandidaten für Ammoniumhorizonte mit der Messung der kratzenden Elektroden identifizierbar. Der Nachweis muß wie bei DEP und ECM auch durch eine chemische Analyse erbracht werden. Da die Messung mit kratzenden Elektroden gemeinsam mit der Absorptionsdichtemeßanlage auf der GRIP-Meßbank installiert ist, erhält man in einem Arbeitsgang Datensätze, mit denen der Kern datiert und die Akkumulationsrate ausgerechnet werden kann.

Quantitative Messungen im niederfrequenten Bereich Befriedigende quantitative Ergebnisse im hochfrequenten Bereich erhält man mit DEP. Im niederfrequenten Bereich sind die DEP-Messungen unbrauchbar, da sie in hohem Maße von der Geometrie beeinflußt werden und kleine Absplitterungen am Kern das Signal stark schwanken lassen.

Für den niederfrequenten Bereich steht derzeit noch keine quantitative Methode zur Verfügung. Der Ausbau der Messung mit kratzenden Elektroden zu einer Vierpunktanordnung ist ein vielversprechender Ansatz. Bei einer Vierpunktanordnung

wird ein Strom über zwei Elektroden eingespeist und gleichzeitig über zwei dazwischenliegenden Elektroden die Spannung abgegriffen. In diesem Fall werden die Elektrodendimensionen klein gegen die Dimensionen der Anordnung, so daß die Elektroden angenähert als punktförmig angenommen werden können und die Abweichungen der Elektrodengeometrie von der punktförmigen Idealisierung die Messung nur wenig beeinflussen. Für die Geometrie der Meßanordnung tritt in den Gleichungen für die Leitfähigkeit ein Geometriefaktor auf. Dieser kann berechnet oder in Eichmessungen bestimmt werden, so daß die Materialkonstante der Leitfähigkeit ausgerechnet werden kann.

2.1.3 LCR-Meter zur Wechselstrommessung an Eiskernen

2.1.3.1 Das Meßprinzip

Zur Messung von Impedanzen stehen verschiedene Methoden zur Verfügung. Oft angewandt sind Netzwerkanalysatoren und Brückenabgleichsmethoden [Honda, 1989]. Das hier verwendete LCR-Meter, HP 4284A, der Firma Hewlett-Packard, wobei L für Induktivität, C für Kapazität und R für Widerstand steht, arbeitet nach der automatisch abgleichenden Brückenmethode.

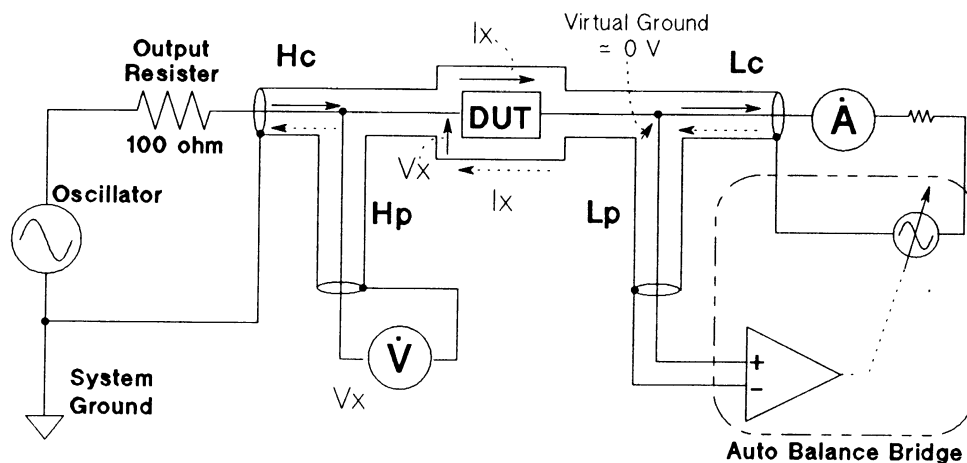


Abbildung 2.6: Prinzipieller Aufbau des LCR-Meters HP 4284A
Entnommen aus [HPL, 1988]. Mit DUT (device under test) ist die zu messende Impedanz bezeichnet.

Die prinzipielle Aufbau ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Ein Meßsignal wird von einem Oszillator in ein Netzwerk mit der unbekanntem Impedanz (DUT-device under test) eingespeist und nachfolgend mit der Brücke (Auto Balance Bridge) analysiert. Ein Differenzverstärker mit hohem Verstärkungsfaktor gleicht über einen Phasenschieber die virtuelle Erde gegen Erde ab, während gleichzeitig Strom und Spannung gemessen werden. Als virtuelle Erde (engl. "Virtual Ground") bezeichnet man bei Differenzverstärkern einen Eingang, wenn der andere Eingang geerdet ist. Das Ausgangssignal des Differenzverstärkers wird auf seine Eingänge über den Phasenschieber zurückgekoppelt. Solange noch kein Abgleich erreicht ist, regelt der Meßkreis den Phasenschieber nach, d.h. wenn der eine Eingang nach dem Abgleich geerdet ist, liegt der andere auch auf Erdpotential, aber ohne ohmsch leitende Verbindung. Durch die Stromspannungsmessung und die Einstellung des Phasenschiebers ist die Impedanz insgesamt durch ihren Betrag und ihre Phase beschrieben. Neben der direkten Angabe dieser Meßgrößen ist mit dem HP-LCR-Meter aber auch eine Umrechnung in Netzwerkparameter, wie z.B. in Konduktanz und Kapazität eines parallelgeschalteten Kondensators bei DEP oder bei Messung der Wechselstromleitfähigkeit mit kratzenden Elektroden in Konduktanz

und Suszeptanz, möglich. Im allgemeinen haben Selbstinduktivitäten und Ableitungsströme der Zuleitungen, die dem Meßsignal überlagert sind, großen Einfluß auf die Messung von kleinen Impedanzen. Das LCR-Meter wurde auf die Vermeidung solcher Effekte hin optimiert. Die Brückenabgleichmethode ist sowohl für niederfrequente als auch für hochfrequente Impedanzmessungen anwendbar [HPL, 1988].

Das Meßgerät erlaubt Messungen im Frequenzbereich von 20 Hz bis 1 MHz. Es deckt einen Bereich von Impedanzbeträgen zwischen 10 m Ω und 100 M Ω ab. Abbildung 2.7 gibt eine anschauliche Vorstellung des Spezifikationsbereichs.

Die aus der Spezifikation berechneten Fehler scheinen überschätzt zu sein. Bei der Messung der in Gleichung (2.49) auf 0.05 % genau angegebenen theoretisch berechneten Leerkapazität der DEP-Apparatur in Abschnitt 2.3.4.2 trat lediglich eine Abweichung von 0.5 % vom berechneten Wert auf, während die Fehlerrechnung nach der Spezifikation einen Fehler von 37 % liefert. Aus diesem Grund wurde eine Eichmessung durchgeführt, die im weiter unten folgenden Abschnitt 2.1.3.3 beschrieben ist. Für genaue Messungen mit dem LCR-Meter sind vor der eigentlichen Messung Korrekturroutinen auszuführen. Die Durchführung der Korrekturroutinen ist im nun folgenden Abschnitt 2.1.3.2 beschrieben.

2.1.3.2 Durchführung der OPEN/SHORT Korrektur

Auf den Leitungen treten Streuadmittanzen auf, die sich durch geeignete Korrekturmessungen eliminieren lassen. Zum LCR-Meter gibt es als Zubehör einen geschützten Plattenkondensator. In der Bedienungsanleitung zu diesem Plattenkondensator [HPD, 1989] sind OPEN- und SHORT-Korrektur in Verbindung mit dem LCR-Meter beschrieben. Durch Ausführung der Korrekturroutinen werden negative Basislinien in den Konduktanzmeßkurven vermieden. Negative Werte für die Konduktanz widersprechen auch der physikalischen Anschauung, nach der man einen positiven Wert für die Konduktanz erwartet.

Bei der Plattenkondensatoranordnung wird bei der SHORT-Korrektur eine Metallplatte eingebracht, die die beiden Elektroden HI und LO kurzschließt. Die Nomenklatur HI und LO wurde von den Bezeichnungen an den LCR-Meteranschlüssen übernommen. Das Meßgerät macht eine Kurzschlußkorrektur, dazu sind die bei der Messung mit kratzenden Elektroden die Elektroden leitend zu verbinden. Bei DEP kann man nur die Anschlußkabel kurzschließen, da die unter einer Abschirmung gelegene LO-Elektrode nicht zugänglich ist.

Bei der Plattenkondensatoranordnung wird bei der OPEN-Korrektur eine über die Schutzelektrode geerdete Metallplatte eingebracht. Die Metallplatte umschließt die LO-Elektrode gemeinsam mit der Schutzelektrode. Gegen die HI-Elektrode ist die Metallplatte isoliert. Auf diese Weise sind die beiden Elektroden HI und LO

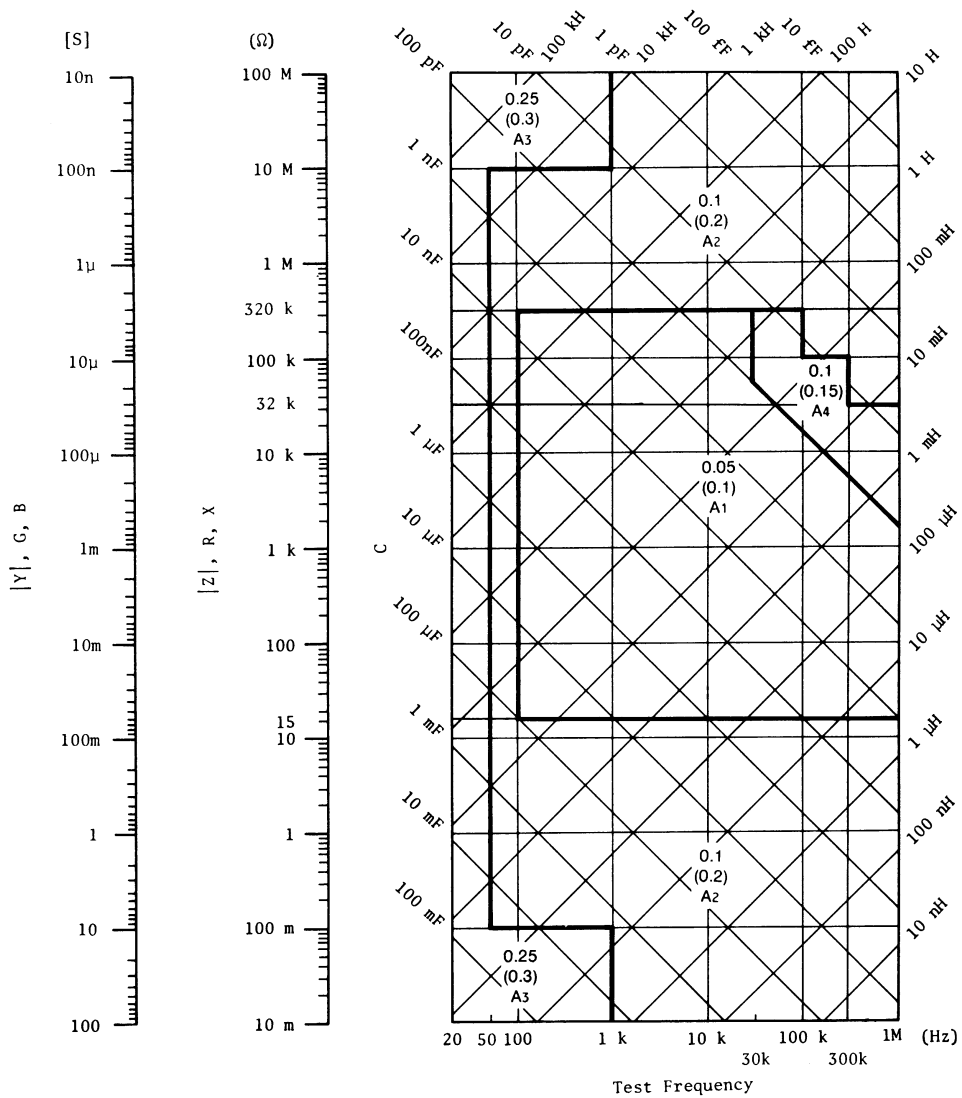


Abbildung 2.7: Relativer Meßfehler für das LCR-Meter HP 4284A Entnommen aus [HPL, 1988]. Die angegebenen relativen Fehler sind in %. Die Berechnung des Gesamtfehlers ergibt wesentlich größere Fehler. Führt man z.B. eine Fehlerrechnung für die Messung einer Kapazität von 0.0634 pF aus, so erhält man einen Fehler von 37 %.

elektrisch vollständig voneinander getrennt und besitzen keine Kapazität mehr. Das LCR-Meter mißt die Leitungsadmittanzen, die dann rechnerisch automatisch herauskorrigiert werden. Während der Durchführung der OPEN-Korrektur ist also sowohl zwischen die kratzenden Elektroden als auch zwischen die DEP-Elektroden eine geerdete Metallplatte zu bringen.

2.1.3.3 Eichung des LCR-Meters HP 4284A

Mit dem Parallelplattenkondensator der “Dielectric Test Fixture” (HP 16451B) [HPD, 1989] wurde eine Eichmessung des LCR-Meters bei 250 kHz durchgeführt. Für den Parallelplattenkondensator wird eine geschützte Elektrode mit einem 5 mm im Durchmesser messenden aktiven Elektrodenbereich mitgeliefert. Für diese Elektrode liegen die durch Variation des Plattenabstandes einstellbaren Kapazitäten im Bereich der Leerkapazität der DEP-Apparatur und der bei Eiskernmessungen mit der DEP-Apparatur gemessenen Kapazitäten.

Die Messung wurde mit dem in einer Transportkiste eingebauten LCR-Meter bei einer Umgebungstemperatur von -18°C im Eislabor des Alfred-Wegener-Instituts ausgeführt. Es herrschten also etwa die gleichen Umgebungsbedingungen wie bei den Feldmessungen in Grönland.

Nach der Durchführung der erforderlichen OPEN und SHORT Korrekturen war der Meßkreis abgeglichen und das Gerät zeigte mit einer geerdeten Platte zwischen den Elektroden des Parallelplattenkondensators eine Kapazität von 10 aF und eine Konduktanz von 10 pS an, die während der Eichmessungen auf maximal 110 pS anstieg. Der Wert von 110 pS ist für die hier erreichte Meßgenauigkeit gut mit Null verträglich. Eine Kapazität von 100 aF entspricht bei einer Meßfrequenz von 250 kHz einer Admittanz von 157 pS. Die gemessenen Kapazitäten sind aber in der Größenordnung 10 fF bis 1 pF.

Durch Variation des Abstandes der Kondensatorplatten wurden verschiedene Kapazitäten eingestellt. Die Berechnung der Kapazitäten erfolgte unter Verwendung der in HPD [1989] angegebenen Randfeldkorrektur. Tabelle 2.1 listet die Ergebnisse der Eichmessung auf.

Die Fehler des Eichstandards ergeben sich aus der quadratischen Fortpflanzung der in HPD [1989] angegebenen Toleranz für den Elektrodendurchmesser von $\frac{\Delta d}{d} = 1.0\%$ und der Annahme eines Fehlers des Elektrodenabstands von $\frac{2}{100}$ mm. Die Randfeldkorrektur sollte zumindest im Bereich mit einem kleineren Elektrodenabstand als der Elektrodendurchmesser mit einem Fehler von deutlich weniger als 1 % behaftet sein, so daß für Leerkapazitätsmessungen der DEP-Apparatur mit bestmöglich abgeglichenem LCR-Meter bei einer Leerkapazität von ungefähr 0.06 pF ein Fehler von 2.1 % angenommen werden kann.

Im Bereich mit einer kleineren Kapazität als 0.04 pF wachsen die relativen Abweichungen zwischen Standard und Meßergebnis mit abnehmender Kapazität stark an. Die Ursache dafür wird das Erreichen der Meßgrenze des Geräts sein.

Eichung des LCR-Meters HP 4284A				
Elektroden- abstand [mm]	theoretische Kapa- zität [pF]	$\pm\%$	gemessene Kapazität [pF]	relative Ab- weichung [%]
0.50	0.3660	4.5	0.3807	4.02
1.00	0.1830	2.8	0.1872	2.29
1.50	0.1220	2.4	0.1241	1.72
2.00	0.0915	2.2	0.0929	1.52
2.50	0.0732	2.2	0.0744	1.63
3.00	0.0610	2.1	0.0620	1.63
3.50	0.0523	2.1	0.0531	1.55
4.00	0.0458	2.1	0.0465	1.63
4.50	0.0407	2.0	0.0415	2.04
5.00	0.0366	2.0	0.0374	2.18
6.00	0.0305	2.0	0.0315	3.27
7.00	0.0261	2.0	0.0273	4.42
8.00	0.0229	2.0	0.0242	5.79
9.00	0.0203	2.0	0.0222	9.17
10.00	0.0183	2.0	0.0220	20.21

Tabelle 2.1: Eichmessung für das LCR-Meter HP 4284A bei einer Frequenz von 250 kHz. Der für Eiskern- und Leermessungen benötigte Bereich von 0.06 bis 0.19 pF ist durch Linien abgeteilt.

Die oben durchgeführte Fehlerbetrachtung gilt streng genommen nur für reine Kapazitäten. Der größte Fehler bei der automatisch abgleichenden Brückenmethode wird aber die Stromspannungsmessung sein, die den Fehler des Gesamtbetrags der Admittanz dominiert. Die Fehlerrechnung in der Spezifikation HPL [1988] des LCR-Meters ist sehr umständlich. Es werden zwar zunächst relative Fehler für die einzelnen Komponenten Konduktanz G und Suszeptanz B der Admittanz $Y = G + iB$ angegeben, die aber, falls die jeweils andere Komponente groß ist, drastisch mit einem Term nach oben korrigiert werden, der den Fehler auf den Absolutfehler der anderen Komponente anwachsen läßt. Diese Art der Fehlerrechnung bestätigt die Annahme, daß der Fehler der berechneten Größen aus dem Absolutfehler des Admittanzbetrags, der mit dem Fehler der Stromspannungsmessung behaftet ist, zu bestimmen ist.

Für Eiskernmessungen mit Kapazitäten zwischen 0.06 zu 0.19 pF und einer zusätzlich beitragenden Konduktanz kann deshalb ein Fehler, der sich aus der Fortpflanzung eines 3 % Relativfehler entsprechenden Absolutfehlers des Admittanzbetrags ergibt, angenommen werden.

2.2 Neuentwickelte DEP-Apparatur

2.2.1 Einführung

DEP ist die Abkürzung für “Dielectric Profiling”, ein Verfahren zur kapazitiven Messung elektrischer Eigenschaften von Eiskernen bei Frequenzen oberhalb der Debye-Relaxation (siehe Abschnitt A.1.4). Diese Art der Messung elektrischer Parameter von Eiskernen wurde 1987 erstmals von Moore und Paren [1987; 1989] vorgeschlagen. Dabei wurde versucht, schon länger bekannte Verfahren aus Präzisionsmessungen mit Parallelplattenkondensatoren, für die aber eine aufwendige Probenpräparation erforderlich ist [Gross, 1990], der zylinderförmigen Eiskerngeometrie anzupassen.

Bei geophysikalischen und materialwissenschaftlichen Anwendungen ist man an der spezifischen Volumenleitfähigkeit (engl. bulk-conductivity) interessiert. Auf diese Weise werden Materialien durch eine, von der Probengeometrie unabhängige, physikalische Größe, d.h. eine Materialkonstante, beschrieben. Ist eine Rückführung auf eine solche Größe möglich, so erreicht man eine Vergleichbarkeit verschiedener Meßmethoden untereinander und kann die Ergebnisse zudem mit theoretischen Modellen, wie z.B. der Jaccard-Theorie für die Leitung in Eis (siehe Abschnitt A.1.4), vergleichen.

Bei Messungen der elektrischen Eigenschaften von Eis treten bei Temperaturen oberhalb von -25°C nicht zu vernachlässigende Oberflächenströme auf [Petrenko, 1993a]. D.h. bei Labor- und Feldmessungen, die in aller Regel bei Temperaturen oberhalb von -25°C durchgeführt werden, ist auf die Vermeidung von Oberflächenströmen zu achten, da diese nicht fälschlicherweise als Effekt der Volumenleitung interpretiert werden dürfen. Eine Möglichkeit zur drastischen Reduzierung von Oberflächenströmen ist die Verwendung von Guardelektroden, deren Konzept im folgenden Abschnitt 2.2.2.1 beschrieben wird.

Ein weiteres Problem ist die Konvertierung der Ladungsträger an den Grenzflächen von Eisprobe mit Protonen als Ladungsträgern, und metallischen Elektroden mit Elektronen als Ladungsträgern. Dieses Problem kann durch die in Abschnitt 2.2.2.2 beschriebenen Blockingelektroden vermieden werden.

Moore [1989] gibt einfache Näherungsformeln für die Leerkapazität der von ihm gebauten DEP-Apparatur an, mit denen er die Leerkapazität der Apparatur beschreiben konnte. Die in Abschnitt 2.2.3.2 beschriebene AWI-DEP-Apparatur wurde wegen der strikten Umsetzung des oben erwähnten Guardkonzeptes gegenüber der in Abschnitt 2.2.3.1 beschriebenen Moorschen Apparatur modifiziert. Bei Messungen mit Modellen während der Konstruktion der DEP-Apparatur zeigte sich, daß die Näherungsformeln für die Kapazität die gemessenen Leerkapazitätswerte nicht beschreiben konnten. Die AWI-DEP-Apparatur läßt eine exakte theoretische Berechnung der Leerkapazität zu. Der Darstellung dieser theoretischen Berechnungen und ihrer experimentellen Bestätigungen ist aber ein eigener Abschnitt 2.3 vorbehalten.

In Abschnitt 2.2.4 werden die Formeln für die Bestimmung der Materialkonstanten der Leitfähigkeit und der Dielektrizitätskonstanten aus DEP-Meßdaten bereitgestellt. Korrekturformeln für Temperatur- und Dichtekorrekturen werden angegeben.

2.2.2 Konzepte

2.2.2.1 Guardelektroden

In der Meßtechnik verwendet man bei der Messung hoher Impedanzen das Fehlerströme reduzierende “guarding”-Konzept. Dabei wird der Leiter mit dem die Signale übertragen werden, von einem Leiter auf gleichem Potential umgeben, der an eine niederohmige Spannungsquelle angeschlossen wird [Keithley, Yeager und Erdman, 1984]. Auf diese Weise lassen sich Fehlerströme stark reduzieren. Die Messung wird also gegen Fehlerströme geschützt. Die Bezeichnung leitet sich vom englischen Wort “to guard” dt. “beschützen” ab.

Dieses Konzept wird auch auf Messungen mit Plattenkondensatoren übertragen. In diesem Falle bedeutet “guarding”, daß man den Eintritt von Oberflächenströmen in den Meßkreis verhindert [Petrenko, 1993a]. Dazu muß der elektrische Feldvektor an jeder Stelle senkrecht auf der Oberfläche stehen, um zu erreichen, daß Ströme nur in die Eismasse hinein und wieder heraus fließen und im Meßbereich keine oberflächenparallelen Ströme auftreten.

Bei der ebenen Geometrie eines Plattenkondensators erreicht man einen senkrecht ein- und austretenden elektrischen Feldvektor durch unendlich ausgedehnte Platten. Diese Annahme von unendlich ausgedehnten Platten ist die Grundlage für die Berechnung der Kapazität des Plattenkondensators $C = \varepsilon\varepsilon_0\frac{A}{d}$, wobei A die Plattenfläche, d den Plattenabstand, ε die relative Dielektrizitätskonstante des Mediums zwischen den Platten und ε_0 die Dielektrizitätskonstante des Vakuums bezeichnen. Diese Formel reicht für einfache Abschätzungen der Kapazität aus, insbesondere wenn der Plattenabstand klein gegen die Plattenausdehnung ist. Bei einer endlichen Ausdehnung der Platten macht sich die ungleichmäßige Beladung der Platten und die Vernachlässigung der Ladungen auf den Außenseiten der Platten bemerkbar [von Guttenberg, 1953]. Diese Tatsache führt zu die Messung störende Streukapazitäten. Abbildung 2.8 zeigt den schematischen Aufbau einer ungeschützten Parallelplattenkondensatoranordnung. Abbildung 2.9 zeigt den Verlauf der elektrischen Feldlinien in einem Parallelplattenkondensator.

Eine Verbesserung der Meßanordnung erreicht man, wenn man sich auf einen Bereich im Inneren beschränkt, da dort das elektrische Feld homogener als am Rand des Kondensators ist. In der Anwendung erreicht man das, indem man um die innere Meßelektrode einen Ring auf gleichem Potential legt [Petrenko, 1993a], dessen Ladung aber nicht mitgemessen wird. Diesen Ring nennt man “Guard-Ring” und die beschriebene Anordnung wird in diesem Zusammenhang

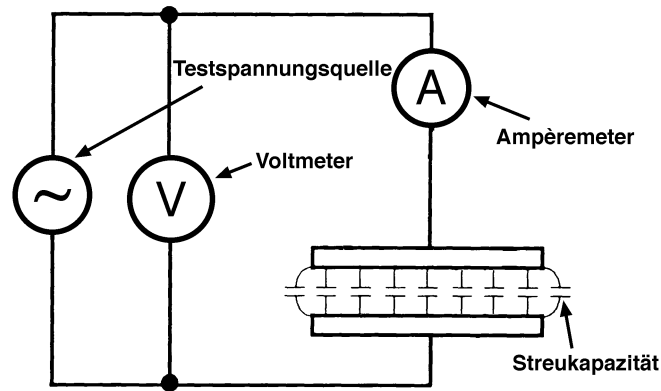


Abbildung 2.8: Meßanordnung einer ungeschützten Parallelplattenkondensatoranordnung. Mit Abwandlung entnommen aus HPD [1989].

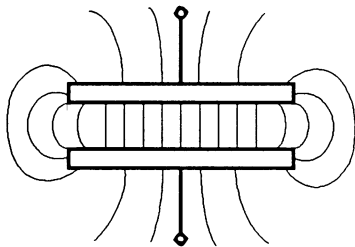


Abbildung 2.9: Feldlinienverlauf bei einer ungeschützten Parallelplattenkondensatoranordnung. Mit Abwandlung entnommen aus HPD [1989].

als “Guard-Elektroden-System” bezeichnet [HPD, 1989]. Anhand der Abbildung 2.10 sieht man wie die Messung der Streukapazitäten vermieden wird, da im Meßbereich die elektrischen Feldlinien parallel verlaufen und senkrecht in die Probe ein- und austreten (siehe Abbildung 2.11). Mit der gleichen Geometrie aber anderer Beschaltung kann man Oberflächenströme messen. Man legt zwischen geschützter Elektrode und “Guard”-Elektrode eine Spannung an und mißt den Strom zwischen diesen beiden Elektroden. Die ungeschützte Elektrode hat das gleiche Potential wie die geschützte Elektrode und verhindert in diesem Falle die Volumenleitung. Eine weitergehende Beschreibung dieses Verfahrens findet man z.B. in [Maeno, 1973; Maeno und Nishimura, 1978; Keithley et al., 1984].

Auch die Guard-Anordnung stellt nur eine Annäherung an eine unendlich ausgehende Parallelplattenkondensator-Symmetrie dar. Wesentlich am Guard-Konzept ist der senkrechte Durchtritt der Feldlinien durch die Berandung der Probe. Für die gebogene Geometrie der DEP-Anordnung sind Abweichungen vom senkrechten Durchtritt des elektrischen Feldstärkevektors durch die Probengrenzflächen und die daraus resultierenden Oberflächenströme in Abschnitt 2.3.3 zu diskutieren.

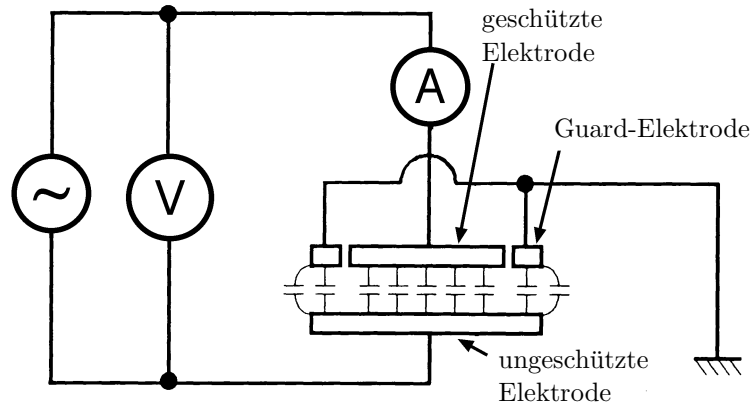


Abbildung 2.10: Meßanordnung einer geschützten Parallelplattenkondensatoranordnung. Mit Abwandlung entnommen aus HPD [1989].

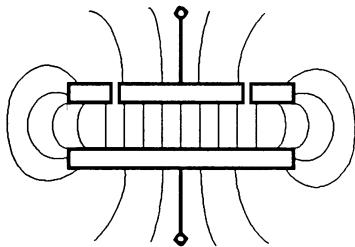


Abbildung 2.11: Feldlinienverlauf bei einer geschützten Parallelplattenkondensatoranordnung. Mit Abwandlung entnommen aus HPD [1989].

2.2.2.2 Blockingelektroden

Die Herstellung geeigneter Elektroden für Messungen an Eis stellt ein großes Problem dar. Eis ist ein protonischer Leiter, während Metalle elektronische Leiter sind [Petrenko, 1993a]. An Metall-Eis-Kontakten ist der Ladungsaustausch behindert, man hat also teilweise isolierende Eis-Elektroden Grenzen. An diesen teilweise isolierenden (partly-blocking) Elektroden treten verschiedene Raumladungspolarisationseffekte auf (Space Charge Polarization). In der Chemie sind bei Elektrolyse-Anordnungen ähnliche Effekte zu beobachten, die ihre Ursache in einem behinderten Ladungsaustausch haben. Man findet diese Effekte unter den Stichworten “Überspannung” oder “Passivierung” in der Literatur [Mortimer, 1987]. Es wurden wasserstoffbeladene Palladium-Elektroden, die den Ladungsaustausch erleichtern, verwendet. Diese Elektroden wurden erfolgreich eingesetzt, sind in ihrer Handhabung aber sehr aufwendig [Bullemer, Engelhardt und Riehl, 1969]. Die Raumladungspolarisationseffekte hängen nichtlinear von der angelegten Spannung ab und sind den Leitfähigkeitswerten überlagert. Eine Analyse der Volumenleitung ist dann schwierig [Gross, Hayslip und Hoy, 1980]. Durch die Einführung vollständig isolierender Schichten (totally blocking layers) ist es möglich, die entscheidenden physikalischen Effekte, wie dielektrische Relaxation und Leitungseigenschaften, weiter zu erhalten, aber die Polarisationseffekte an den Elektroden zu eliminieren [Mounier und Sixou, 1969]. Petrenko [1993a] be-

schreibt noch eine Reihe anderer Elektroden, die in Experimenten Verwendung gefunden haben. Er bezeichnet aber die Blockingelektroden als die verlässlichsten und am einfachsten gebauten Elektroden.

Die Ausbildung von Raumladungs-Polarisationseffekten wird in der Literatur beschrieben und die relevante Theorie wurde von Macdonald [1953; 1958; 1959; 1974] formuliert. Geophysikalische Anwendungen werden von Alvarez [1973] für Gestein und Mounier und Sixou [1969] für Eis beschrieben. Einen Überblick über die vorangegangenen Arbeiten gibt eine Arbeit von Gross, Hayslip und Hoy [1980], der die in Abschnitt 2.2.4 angegebenen Formeln entnommen sind.

Gross, Hayslip und Hoy verwendeten den in Abbildung 2.12 prinzipiell gezeigten Aufbau mit vollständig isolierenden Teflonschichten in einer ebenen Parallelplattenkondensatorgeometrie.

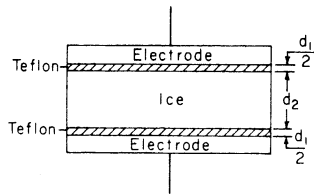


Abbildung 2.12: Prinzip einer ebenen Parallelplattenkondensatoranordnung mit vollständig isolierenden Schichten. Zeichnung entnommen aus Gross, Hayslip und Hoy [1980].

In die Auswertung der Messung gehen für die hochfrequenten Messungen oberhalb der Debye-Dispersion von Eis nur die Leerkapazität, das Verhältnis $Q = \frac{d_2}{d_1}$ von Probendicke d_2 zu Gesamtschichtdicke d_1 und die statische Dielektrizitätskonstante ein.

Für die DEP-Apparatur kann man die Leerkapazität bestimmen. Das Verhältnis Q der Dicken von Probe zu Isolierschicht und die Dielektrizitätskonstante der Isolierschicht ϵ_1 fallen für große Werte von Q aus den benötigten Relationen für die elektrischen Parameter oberhalb der Debye Relaxation heraus. Auf diese Weise lassen sich die Ergebnisse und Formeln für die Auswertung der Experimente von Gross, Hayslip und Hoy auf die DEP-Anordnung übertragen. Die für die Auswertung der hochfrequenten Meßergebnisse relevanten Formeln werden im Abschnitt 2.2.4 zitiert, aber ebenfalls von den Grundlagen ausgehend abgeleitet. In der Arbeit von Gross, Hayslip und Hoy [1980] werden auch Messungen unterhalb der Debye-Dispersion von Eis durchgeführt. Solche Messungen stellen hohe Anforderungen an die Geometrie, denn die Dicken von Isolierschicht und Probe gehen in die Auswertung ein.

Ein Q -Faktor für die DEP-Apparatur wurde bislang nicht abgeleitet, da er die gebogene Geometrie der Apparatur berücksichtigen muß und eine aufwendige Erweiterung der im Rahmen dieser Arbeit begonnenen Rechnungen zur Potentialverteilung bedeutet. Man kann aber eine untere Abschätzung für Q machen. Bei der Durchführung der Messungen wurde die Apparatur möglichst nahe am Eiskern justiert, so daß in der Mitte, wo der Elektrodenabstand am größten ist, nicht mehr als 1 bis 2 mm Spiel waren. Bei einem Eiskerndurchmesser von 100

mm ergibt das einen Wert für $Q \approx 50 - 100$, was die später benutzte Annahme $Q \gg 1$ rechtfertigt. In den Bereichen an den Seiten des Querschnitts, wo der Elektrodenabstand noch geringer ist, ist Q noch größer, so daß der mittlere Wert für Q eher noch größer als die angegebene Abschätzung ist.

2.2.3 Beschreibung der Apparaturen

2.2.3.1 Die DEP-Apparaturen nach J. Moore

Die Apparatur, die Moore bei der Analyse des GRIP-Eiskerns eingesetzt hat, besteht aus zwei an der Seite offenen Halbschalen, die jeweils einen Winkel von 108° überdecken [Moore, 1989] und denselben Krümmungsradius wie ein Eiskern haben (siehe Abbildungen 2.13 und 2.14). Der Einbau der Elektroden in eine aufklappbare Kiste stellt die mechanische Stabilität und elektrische Abschirmung her. Der Eiskern liegt in der 2.4 m langen unteren Halbschale, die als HI-Elektrode beschaltet ist. Die obere LO-Elektrode ist in kurze Stücke zerlegt, die über Relais an eine Meßbrücke angeschlossen werden (Wayne Kerr 6425 Multi Bridge). Auf diese Weise wird immer ein Element als aktive Elektrode beschaltet und die restlichen als Guards benutzt. An den Enden der Elektrode sind 25 cm lange Guardelektroden angebracht. Da die Elektroden nur einen begrenzten Winkelbereich überdecken, kann das Guarding-Konzept nicht richtig angewendet worden sein. Auch die in Abbildung 2.13 als side guard bezeichneten Elektroden verhindern nicht oberflächenparallele Komponenten des elektrischen Feldvektors.

Moore's Feldapparatur, die in den ersten beiden Feldkampagnen der NGT eingesetzt wurde, besteht aus zwei Halbschalen ohne äußere Abschirmungen. Diese Halbschalen werden bei der Messung eines Eiskerns von Hand an diesem entlang weitergeschoben.

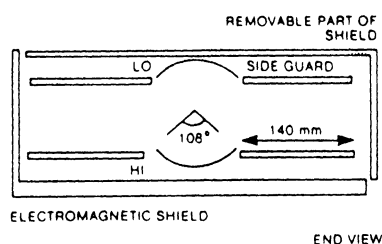


Abbildung 2.13: Querschnitt durch die von Moore gebaute DEP-Apparatur. Zeichnung entnommen aus Moore [1989]. Bei GRIP wurde ein modifiziertes DEP eingesetzt.

2.2.3.2 AWI-DEP-Apparatur

Elektrische Realisierung Die DEP-Apparatur besteht aus zwei der zylinderförmigen Eiskerngeometrie angepaßten Aluminiumhalbschalen mit einem Innendurchmesser von 100 mm. Im Prinzip sind diese Halbschalen ein verbogener, geschützter Plattenkondensator. Eine Halbschale ist die an den HI-Ausgang des

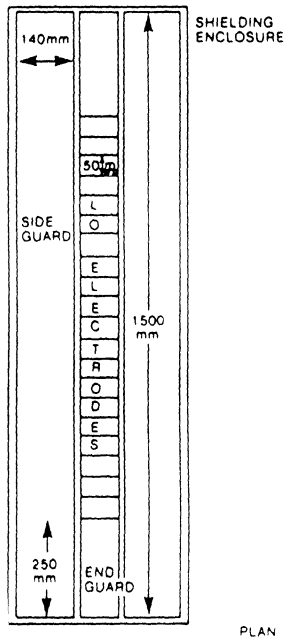


Abbildung 2.14: Längsschnitt durch die von Moore gebaute DEP-Apparatur. Zeichnung entnommen aus Moore [1989]. Bei GRIP wurde ein modifiziertes DEP eingesetzt.

HP-LCR-Meters angeschlossene HI-Elektrode (in Abbildung 2.15 die untere Elektrode), die andere Halbschale besteht aus der Guard-Elektrode, in die die an den LO-Ausgang des HP-LCR-Meters angeschlossene LO-Elektrode eingepaßt ist. Die Isolierung von LO- gegen Guardelektrode erfolgt mit dünnem Klebeband. Die LO-Elektrode überstreicht einen Teilwinkel $\phi_0 = 108^\circ$ und hat eine Länge von $l = 10$ mm.

Da die Guardiausdehnung lang gegen die LO-Elektrode ist, verlaufen die elektrischen Feldlinien im Bereich der LO-Elektrode in sehr guter Näherung in der Ebene senkrecht zur Zylinderachse. Damit ergibt sich eine Reduzierung des Problems von dreidimensionalen Koordinaten auf ebene, zweidimensionale Polarkoordinaten, in denen die in Abschnitt 2.3 angestellte theoretische Berechnung möglich ist. Die Gültigkeit dieser Annahme ist für die Bereiche von Kernenden, wo man eine Störung der elektrischen Potentialverteilung erwartet, zu begründen und experimentell zu verifizieren, beides erfolgt in Abschnitt 2.3.5 an Beispielen aus den Feldmessungen in Grönland.

Es ist weiter zu beachten, daß auf der Außenseite der Apparatur ein elektrischer Potentialabfall von der gleichen Größe wie auf der Innenseite herrscht. Bei einer Halbschalengeometrie ohne seitliche Guardelektroden resultiert daraus eine beträchtliche Streukapazität, die anhand von Modellen aus Papier und Aluminiumfolie vor der eigentlichen Konstruktion nachvollzogen wurde. Es zeigte sich, daß die Kapazität halbiert wird, wenn man die Außenseite abschirmt. Bei der DEP-Apparatur wurde deshalb eine Abschirmung aus Aluminium an der Außenseite im Bereich der LO-Elektrode angebracht, die mit der Guardelektrode abschließt. Der elektrische Anschluß an das LCR-Meter HP 4284A wurde gemäß der Abbildung 2.10 vorgenommen, und die Abschirmung wurde auf Erdpotential

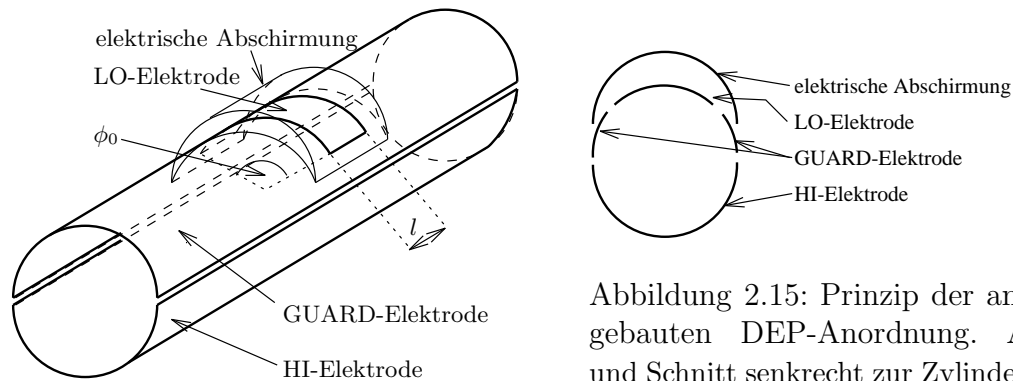


Abbildung 2.15: Prinzip der am AWI gebauten DEP-Anordnung. Ansicht und Schnitt senkrecht zur Zylinderachse.

gelegt, so daß die Guardelektrode die LO-Elektrode auf der Außenseite vollkommen umschließt. Bei dieser Beschaltung liegen Guardelektrode und LO-Elektrode auf gleichem Potential, wie vom Guardingkonzept gefordert, da die LO-Elektrode auf virtueller Erde liegt (siehe Abbildung 2.6).

Die Isolierung für das Blockingelektrodenkonzept wurde durch eloxieren der Aluminiumschalen erreicht. Beim Eloxieren wird eine Aluminiumoxidschicht auf der Oberfläche gebildet, die isoliert. Eine Messung mit einem üblichen Durchgangsprüfer zeigte keine Leitung, so daß diese Isolierung für Hochfrequenzexperimente ausreichend sein sollte.

Mechanische Realisierung Die DEP-Apparatur soll sich für den Feldeinsatz in Grönland oder der Antarktis eignen. Daraus ergeben sich Forderungen nach möglichst kleinem Packmaß und Gewicht. Desweiteren muß die Apparatur leicht und schnell aufzubauen sein. Deswegen wurde ein Baukasten-System der Firma Bosch (Flexible Automation) gewählt, das den Zusammenbau einer Linearführung aus Bauelementen erlaubt.

Die HI-Elektrode wurde aus 5 jeweils 70 cm langen Bauteilen, bei denen die eine Hälfte eines entlang der Zylinderachse geteilten Aluminiumrohres über einen Rahmen in Aluminiumprofilschienen gefaßt wurde, aufgebaut. Diese Teile wurden mit speziellen Profilverbindern verschraubt und versetzt dazu Linearführungsschienen aufgeschraubt. Auf diese Weise erhält man einen stabilen Rahmen, den man auf den auf Expeditionen verwendeten Kernkisten aufbauen kann, so daß für die Apparatur kein extra Tisch mitgeführt werden muß.

Die 70 cm lange LO-Elektrode wurde in einen Rahmen montiert, der mit Exzenterlagern auf den Linearführungsschienen bewegt wird. Die elektrische Trennung zwischen Guard und HI-Elektrode erfolgt im Rahmen mit Teflonisolierungen.

Über einen im Aluminiumprofilrahmen der HI-Elektrode geführten Zahnriemen ist mit einem Schrittmotor (Firma PI) ein Verfahren der Elektrode über eine Länge von 280 cm möglich. Die Länge von 280 cm ist damit die maximal in einem Meßgang zu messende Länge. Das sollte ausreichend sein, da normalerweise

nach europäischem Standard keine längeren Kerne gebohrt werden und ansonsten immer noch ein Nachschieben des Kerns möglich ist. Auch hier hat sich die Verwendung des kommerziellen Baukastensystem bewährt, da sämtliche Teile für die Zahnriemenführung und der Motor mit Ansteuerung als Systemkomponenten erhältlich sind.

Die Apparatur läßt sich in einer Zargeskiste (60 cm x 80 cm x 40 cm) verpacken und wiegt weniger als 60 kg. Eine weitere Kiste mit dem Meßdatenerfassungsrechner, der Ansteuerung für den Schrittmotor und dem LCR-Meter HP 4284A wiegt ungefähr 40 kg. Weitere Kleinteile, die ungefähr 30 kg wiegen, benötigen den Raum einer halben Zargeskiste, so daß die Gesamtapparatur mit ca. 130 kg Gewicht in 3 Zargeskisten Platz findet.

Der Aufbau und die Justierung der Apparatur dauert für einen geübten Bediener etwa eineinhalb Stunden. Diese Zeit sollte sich aber durch das Anbringen von höhenverstellbaren Füßen, die die Nivellierung erleichtern, und einer anderen Befestigung der LO-Elektrode am Rahmen, die die Justierung erleichtert noch weiter verkürzen lassen. DEP ist also eine handliche, vollautomatische Apparatur, mit der effektive Messungen im Feld durchführbar sind.

2.2.4 Ableitung von Materialkonstanten aus DEP-Meßdaten

2.2.4.1 Bestimmung der relativen Dielektrizitätskonstanten

Für die hochfrequente relative Dielektrizitätskonstante ε_∞ geben Gross, Hayslip und Hoy [1980], die unten folgende Formel (2.1) an. ε_1 bezeichnet die relative Dielektrizitätskonstante der in Abbildung 2.12 eingezeichneten Isolierschicht. Diese geht für ein großes Verhältnis von Probendicke zu Isolierschichtdicke Q , was für die AWI-DEP-Apparatur in Abschnitt 2.2.3.2 als zutreffend gezeigt wurde, gegen die gefolgerte Formel:

$$\frac{C_\infty}{C_0} = \frac{(1+Q)\varepsilon_1\varepsilon_\infty}{Q\varepsilon_1 + \varepsilon_\infty} \stackrel{Q \gg 1}{\Rightarrow} \varepsilon_\infty = \frac{C_\infty}{C_0} \quad (2.1)$$

Die relative Dielektrizitätskonstante ε_∞ ist als Faktor der Änderung der Leerkapazität C_0 zur Kapazität C_∞ beim Einbringen eines Dielektrikums in den Zwischenraum eines Kondensators definiert [Gerthsen, Kneser und Vogel, 1989]. Das Ergebnis besagt lediglich, daß die ursprüngliche Theorie, die eine Isolierschicht zwischen Eis und Elektrode behandelt, für eine dünne Isolierschicht und hohe Frequenzen in das altbekannte Ergebnis übergeht. Unterhalb der Debye-Relaxation von Eis (siehe A.1.4), im niederfrequenten Anteil ist diese Relation nicht mehr brauchbar. Schon sehr dünne Isolierschichten, wie z.B. Luftspalte, führen wegen der hohen relativen Dielektrizitätskonstante von Eis im Bereich von 100 zu einer Störung der Messung und sind deshalb bei der Auswertung zu berücksichtigen.

Die Kapazität mit dielektrischem Material im Kondensator C_∞ ist einer Messung zugänglich, und die Leerkapazität C_0 erhält man aus einer Luftmessung oder einer theoretischen Berechnung (siehe Abschnitt 2.3.4.1). Luft kann man hier als gute Annäherung des Vakuums ansehen. Gerthsen, Kneser und Vogel [1989] geben für Normaldruck und 0°C einen Zahlenwert für die relative Dielektrizitätskonstante von $\varepsilon = 1.000576$ an, der im Rahmen dieser Betrachtungen sehr gut mit dem Wert $\varepsilon = 1$ verträglich ist.

2.2.4.2 Bestimmung der Leitfähigkeit

Für die hochfrequente Leitfähigkeit σ_∞ geben Gross, Hayslip und Hoy [1980] an:

$$\sigma_\infty = \frac{Q}{1+Q} \varepsilon_0 \frac{G_\infty}{C_0} \stackrel{Q \gg 1}{\approx} \varepsilon_0 \frac{G_\infty}{C_0} \quad (2.2)$$

Dieses Ergebnis ist nicht unmittelbar einsichtig, läßt sich aber von den Grundlagen ausgehend ableiten. Für einen Plattenkondensator gilt für die Kapazität $C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$, d.h. die Kapazität ist, bis auf die Dielektrizitätskonstante des Vakuums ε_0 als Proportionalitätsfaktor³, ein Geometriefaktor, in den die Plattenfläche A und der Plattenabstand d eingehen. Andererseits berechnet man den Leitwert $G = \sigma_\infty \frac{A}{d}$ eines Leiters der Querschnittsfläche A , der Länge d und der Leitfähigkeit σ_∞ . Faßt man in dieser Formel zusammen und ersetzt zugunsten der Kapazität, so erhält man die oben zitierte Relation (2.2) $\sigma_\infty = \varepsilon_0 \frac{G}{C_0}$. Dieser Zusammenhang gilt allgemeiner, als nur im vorgestellten Spezialfall. Formuliert man die beschreibenden Gleichungen komplex, so wird der Zusammenhang offensichtlich.

$$\vec{j} = \tilde{\sigma} \vec{E} \quad (2.3)$$

Man formuliert ein Ohmsches Gesetz mit komplexen Größen. Diese Formulierung ist sinnvoll, denn hat man in einem Netzwerk eine Kapazität oder eine Induktivität, so mißt man bei zeitlich mit der Frequenz ω harmonisch variierender elektrischer Feldstärke $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$ eine phasenverschobene Stromdichte $\vec{j} = \vec{j}_0 e^{i\omega t}$. Mit einer komplexen Leitfähigkeit $\tilde{\sigma}$ läßt sich auch die Phasenverschiebung beschreiben.

Eine sich zeitlich ändernde elektrische Feldstärke erzeugt einen sogenannten Maxwell'schen Verschiebungsstrom, der letztlich Ausdruck der Kontinuitätsgleichung ist bzw. aus Konsistenzgründen mit der Kontinuitätsgleichung motiviert werden kann.

$$\vec{j} = \tilde{\varepsilon} \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} = i\omega \tilde{\varepsilon} \varepsilon_0 \vec{E} \quad (2.4)$$

³In CGS-Einheiten tritt die Dielektrizitätskonstante des Vakuums nicht auf, und die Kapazität ist ein reiner Geometriefaktor.

Die Bezeichnungen von oben wurden beibehalten, lediglich eine komplexe relative Dielektrizitätskonstante $\tilde{\varepsilon}$ wurde eingeführt. Auch diese Gleichung ist in dieser erweiterten komplexen Formulierung physikalisch sinnvoll, denn man kann nun auch einen ohmschen Leiter mit dem Imaginärteil von $\tilde{\varepsilon}$ beschreiben. In Schwingungsgleichungen können komplexe Terme zur Beschreibung von Dämpfungseffekten bzw. Verlusten verwendet werden.

Setzt man die beiden Gleichungen (2.3) und (2.4) gleich und kürzt, so erhält man die Relation:

$$\tilde{\sigma} = i\omega\tilde{\varepsilon}\varepsilon_0 \quad (2.5)$$

D.h. man identifiziert bis auf Vorfaktoren den Realteil der Leitfähigkeit mit dem Imaginärteil der relativen Dielektrizitätskonstanten.

Die Meßgröße der Admittanz $Y = G_\infty + i\omega\varepsilon C_0$, ist über das ohmsche Gesetz für Wechselstromkreise $I = YU$ mit Strom I und Spannung U definiert. Diese Darstellung entspricht einem realen Kondensator, der sich wie in Abbildung 2.16 symbolisch dargestellt als Parallelschaltung einer Kapazität und eines Leitwertes (Konduktanz) darstellen läßt. Das HP-LCR-Meter wird im CpG Modus betrieben, zeigt also die eben eingeführten Meßgrößen direkt an.

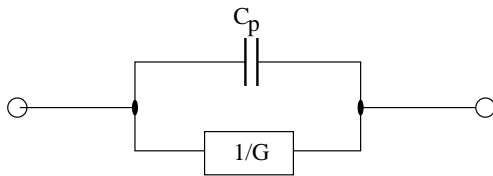


Abbildung 2.16: Ersatzschaltbild für die Anzeige des LCR-Meters im CpG-Mode
Die Admittanz ist $Y = G + i\omega C_p$.

Der Leitwert G beschreibt in diesem Falle die bei der ständigen Umpolarisation auftretenden Verluste im Dielektrikum.

Nach obiger Definition einer komplexen Dielektrizitätskonstante definiert man nun $Y = i\omega\tilde{\varepsilon}C_0$. G_∞ ist der Realteil der Admittanz Y :

$$G_\infty = \operatorname{Re} Y = \operatorname{Re} (i\omega\tilde{\varepsilon}C_0)$$

Setzt man nun die Relation zur Berechnung der komplexen Leitfähigkeit aus der komplexen Dielektrizitätskonstante (2.5) ein, so erhält man die zu erklärende Formel (2.2) für die Berechnung der Leitfähigkeit σ_∞ aus dem Leitwert G_∞ :

$$G_\infty = \operatorname{Re} \left(\frac{C_0}{\varepsilon_0} \tilde{\sigma} \right) = \frac{C_0}{\varepsilon_0} \sigma_\infty \Rightarrow \sigma_\infty = \varepsilon_0 \frac{G_\infty}{C_0}$$

2.2.4.3 Temperaturkorrektur der DEP-Meßdaten

Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit Die elektrische Leitfähigkeit in Eis ist nach einem Arrheniusgesetz temperaturabhängig. Diese Art der Temperaturabhängigkeit tritt bei vielen statistischen Prozessen auf. Letztlich spiegelt sie

die Boltzmannverteilung für die Beschreibung einer Teilchenverteilung auf mehrere Energiezustände wieder. Bei Halbleitern findet man z.B. die gleiche Temperaturabhängigkeit [Gerthsen et al., 1989]. Glen und Paren [1975] geben folgende Temperaturabhängigkeit an:

$$\sigma_{\infty 1} = \sigma_{\infty 0} e^{-\frac{E}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0} \right)} \quad (2.6)$$

Dabei geben die $\sigma_{\infty i}$ die hochfrequente Leitfähigkeit bei der absoluten Temperatur T_i an. E bezeichnet die sogenannte Aktivierungsenergie.

Aktivierungsenergie von polarem Eis Die angegebenen Werte für die Aktivierungsenergie von polarem Eis unterscheiden sich von denen für reines Eis. Diese Tatsache wird in der Literatur übereinstimmend dargestellt [Paren, 1973; Fitzgerald und Paren, 1975; Glen und Paren, 1975; Reynolds, 1985]. Die Aktivierungsenergie für polares Eis sind etwa halb so groß wie für reines Eis (zur Unterscheidung von polarem und reinem Eis siehe Abschnitt 1.2.2.1). Temperiertes Eis verhält sich im wesentlichen wie reines Eis [Glen und Paren, 1975]. Diese Tatsache scheint an die Vorgeschichte des Eises geknüpft. Polare Eisproben, die zunächst die typische Aktivierungsenergie zeigten, verhielten sich nach schmelzen und wiedergefrieren wie Proben aus reinem, künstlichem Eis mit etwa der doppelten Aktivierungsenergie [Fitzgerald und Paren, 1975]. Ähnliches Verhalten wurde an künstlichen, unterkühlten Eisemulsionen beobachtet, der erzeugende Mechanismus ist aber noch unbekannt [Evrard, 1973]. Die in der Literatur angegebenen Werte stimmen bis auf geringe Abweichungen überein. Eine vielzitierte Arbeit ist die von Paren [1973]. Der dort angegebene Wert scheint für die Korrektur von polaren Eisproben insbesondere aus Grönland aus folgenden Gründen besonders gut geeignet:

- Die untersuchten Proben stammen von Camp Century und Site 2 aus Grönland. Das Probenmaterial sollte den in dieser Arbeit bearbeiteten Eiskernen also sehr ähnlich sein.
- Der Wert wurde mit einer ebenen, geschützten Parallelplattenanordnung mit vollständig isolierenden Elektroden gewonnen. Die Anordnung ist der hier verwendeten DEP-Apparatur sehr ähnlich.
- Der von Paren betrachtete Temperaturbereich geht von -10°C bis -50°C . Damit ist der für Feldmessungen in Grönland normalerweise benötigte Temperaturbereich von -10°C bis -30°C gut abgedeckt.
- Der verwendete Frequenzbereich von 30 Hz bis 100 kHz ist der in dieser Arbeit für Messungen verwendeten Meßfrequenz von 250 kHz sehr ähnlich.

Abbildung 2.17 zeigt die von Paren erhaltenen Ergebnisse.

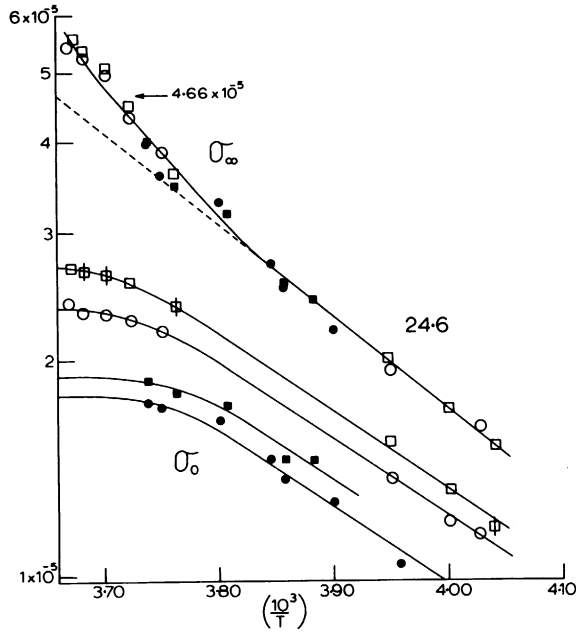


Abbildung 2.17: Aktivierungsenergie von polarem Eis für die hochfrequente Leitfähigkeit Entnommen aus [Paren, 1973]. Dargestellt sind die Leitfähigkeit in $\frac{1}{\Omega\text{m}}$ gegen den Kehrwert der absoluten Temperatur in $\frac{1000}{\text{K}}$. Wesentlich ist hier nur die Kurve für die hochfrequente Leitfähigkeit σ_∞ . Die betrachtete Probe ist dem Camp Century Kern in einer Tiefe von 1050 m entnommen. Proben aus anderen Tiefen zeigen für σ_∞ das gleiche Verhalten.

Mit der von Paren angegebenen Aktivierungsenergie E wird hier die Temperaturkorrektur durchgeführt:

$$E = (24.6 \pm 1.1) \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \hat{=} (0.255 \pm 0.011) \text{ eV} \quad (2.7)$$

Der erste angegebene Wert für die Aktivierungsenergie ist auf 1 mol bezogen. Werden Rechnungen mit der Korrekturformel (2.6) ausgeführt, so ist der angegebene Wert für die Aktivierungsenergie E noch durch die Division mit der Avogadrokonstanten N_A auf ein einzelnes Molekül umzurechnen. Dies kann auch erreicht werden, wenn statt der Boltzmannkonstanten k die universelle Gaskonstante $R = k N_A = (8.3143 \pm 3) \frac{\text{J}}{\text{molK}}$ [Gerthsen et al., 1989] verwendet wird, die beide Konstanten zusammenfaßt.

Um verschiedene Datensätze vergleichen zu können, ist eine Umrechnung auf eine Referenztemperatur notwendig. Im Labor ist die Temperatur stabil, so daß Temperaturkorrekturen in der Regel nur beim Vergleich verschiedener Datensätze vorgenommen werden müssen. Bei Feldmessungen hingegen schwankt die Temperatur während der Messung in der Regel im Bereich zwischen -10° bis -20° , so daß eine Korrektur innerhalb eines Datensatzes erforderlich ist. Deshalb ist die Kerntemperatur während der gesamten Messung mitzumessen. Bei Labormessungen sind die Kerne bis die Temperaturanpassung erfolgt ist bei der Meßtemperatur zu lagern. Bei Feldmessungen ist die Temperatur im Kerninnern in geeigneten Abständen zu messen. Bei der Nordgrönlandtraverse wurde in der Feldsaison 1995 z.B. an jeder Metermarke ein Loch in den Kern gebohrt und mit einem in das Loch eingeführten Meßfühler die Temperatur im Kerninnern gemessen.

Eine Messung der Aktivierungsenergien sollte an den jeweils bearbeiteten Proben an ausgewählten Stellen durchgeführt werden. Bei den in dieser Arbeit vorgestell-

ten Messungen war eine Durchführung von Messungen der Aktivierungsenergie aus Zeitmangel nicht möglich, so daß die Auswertung vorläufig mit dem angegebenen Literaturwert erfolgt ist.

Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten Für die Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten ε_∞ von der absoluten Temperatur T zitieren Glen und Paren [1975] eine Arbeit von Gough [1972]:

$$\varepsilon_\infty = (3.093 \pm 0.003) + (0.72 \pm 0.60) 10^{-4} T + (0.11 \pm 0.02) 10^{-5} T^2$$

Die Auswertung dieser Formel zeigt, daß die relative Dielektrizitätskonstante im Temperaturbereich von -10°C bis -30°C praktisch konstant ist. So unterscheiden sich die Werte nur um 0.3 % von $\varepsilon_\infty = 3.19 \pm 0.02$ bei -10°C zu $\varepsilon_\infty = 3.18 \pm 0.02$ bei -30°C . D.h. beide Werte liegen jeweils im anderen Fehlerintervall, so daß die relative Dielektrizitätskonstante für den bei Messungen relevanten Temperaturbereich zwischen -10°C und -30°C als konstant mit einem Wert von $\varepsilon_\infty = 3.185 \pm 0.02$ angenommen wird und eine Temperaturkorrektur der Meßdaten nicht erforderlich ist.

2.2.4.4 Behandlung des Einflusses der Dichte des Eises auf dielektrische Parameter

Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstante von polarem Eis sind von der Dichte des Eises beeinflusst. Sollen z.B. die Leitfähigkeitssignale verschiedener Vulkanhorizonte miteinander verglichen werden, so müssen Dichteeffekte herauskorrigiert werden. Im Zusammenhang mit der Radarerkundung von Eisschilden werden Modelle zur dielektrischen Behandlung von Firn und Eis diskutiert [Bogorodskii, Bentley und Gudmandsen, 1985; Shabtaie und Bentley, 1995].

Ein häufig benutztes Modell zur dielektrischen Behandlung von Firn und Eis ist das Looyenga-Mischungs-Modell. Das Modell geht von der Annahme kugelförmiger Einschlüsse eines Mediums in einem zweitem Medium mit anderen dielektrischen Eigenschaften aus. Firn ist näherungsweise als Material mit Einschluß von Eiskugeln in Luft und polares Eis ist näherungsweise als Material mit Einschluß von kugelförmigen Luftblasen in reinem Eis zu behandeln. Das Looyenga-Mischungs-Modell hat den Vorteil, daß die erhaltenen Gleichungen symmetrisch in den Materialkonstanten für die beiden Medien sind, so daß sowohl Firn als auch Eis behandelbar sind. Für eine Mischung aus Eis und Luft geben Glen und Paren [1975] für die relative Dielektrizitätskonstante ε folgende Relation an:

$$\varepsilon^{\frac{1}{3}} - 1 = v (\varepsilon_{\text{Eis}}^{\frac{1}{3}} - 1) \quad (2.8)$$

Dabei ist v der Volumenanteil von Eis und ε_{Eis} die relative Dielektrizitätskonstante von reinem Eis. Die Dichte $\rho_{\text{Probe}} = v \rho_{\text{eis}}$ der Eisprobe und der Volumenanteil von reinem Eis sind über die Dichte von reinem Eis $\rho_{\text{eis}} = 0.92 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$ [Hobbs, 1974] miteinander verknüpft.

Die Looyenga-Gleichung gilt für komplexes $\tilde{\epsilon}$, so daß sich unter Verwendung der Relation (2.5) $\tilde{\sigma} = i\omega\tilde{\epsilon}\epsilon_0$ auch Leitfähigkeiten und Bereiche mit größeren dielektrischen Verlusten behandeln lassen.

Für Frequenzen deutlich oberhalb der Debye-Relaxation gilt die reelle Form der Looyenga-Gleichung (2.8). Für die hochfrequente relative Dielektrizitätskonstante bei -18°C wird ein Wert von $\epsilon_{\text{Eis}} = 3.17$ für Eis mit einer Dichte von $0.92 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$ abgegeben. Dieser Wert $\epsilon_{\text{Eis}} = 3.17$ ist mit dem in Abschnitt 2.2.4.3 abgeschätzten Wert $\epsilon_\infty = 3.185 \pm 0.02$ verträglich und soll im folgenden verwendet werden.

Für Leitfähigkeit bei hohen Frequenzen leitet man aus dem Imaginärteil der komplexen Looyenga-Gleichung für den Zusammenhang von Leitfähigkeit im reinen Eis σ_{Eis} und im Firn σ die folgende Relation ab [Glen und Paren, 1975]:

$$\sigma = \sigma_{\text{Eis}} v (0.68 + 0.32 v)^2 \quad (2.9)$$

Diese Relation kann man verwenden, um gemessene Leitfähigkeitsdaten bzgl. dem Einfluß der Dichte zu korrigieren. Da aber gerade im Bereich von Vulkanhorizonten höhere Verluste auftreten, ist bei der Korrektur von Leitfähigkeiten zum Vergleich von Vulkanhorizonten die komplexe Form der Looyenga-Gleichung zu bevorzugen. Bei der Programmierung der Auswertungssoftware erfordert dies zwar einen geringen Mehraufwand, dafür ist aber auch der Fall mit hohen Verlusten behandelt. Als eine bedeutendere Anwendung des Looyenga-Mischungs-Modells zeichnet sich die in Abschnitt 4.1.4 vorgestellte Verwendung der Looyenga-Gleichung zur Bestimmung der Dichte aus der hochfrequenten relativen Dielektrizitätskonstanten ab.

2.3 Theoretische Behandlung und Messungen an der AWI-DEP-Apparatur

2.3.1 Einführung

Moore [1989] gibt Näherungsformeln für die Leerkapazität seiner DEP-Apparatur an. In der Formel für die Leerkapazität eines Plattenkondensators $C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ mittelt er $\langle \frac{1}{d} \rangle$ über den überstrichenen Winkel ϕ_0 . Diese Berechnungen und Messungen ergeben für die Apparatur von Moore [1989] eine Leerkapazität von ca. 1 pF für ein 10 cm langes Stück. Moore hat das Guardingkonzept nicht strikt angewandt, so daß evtl. auch Streukapazitäten an den Seiten seiner Apparatur auftraten, die die Luftkapazität vergrößert haben. Auf jeden Fall beeinflussen die bei der AWI-DEP-Apparatur eingebrachten Guardelektroden die Leerkapazität merklich, so daß die Mooreschen Näherungen nicht mehr ausreichend sind, um den in Abschnitt 2.3.4.2 mit 2.1 % Genauigkeit gemessenen Luftwert von 0.0637 pF für ein 1 cm langes Stück zu erklären.

Unter der Annahme zweier Halbschalen mit einem kleinen Luftspalt ist eine exakte Behandlung der DEP-Apparatur möglich, die einen mit dem eben zitierten Meßwert übereinstimmenden Wert für die Leerkapazität ergibt. Die Forderung nach den ganzen Winkelbereich überdeckenden Elektroden, im Gegensatz zu den von Moore verwendeten an der Seite offenen Elektroden, stellt keine Einschränkung dar, da zur effektiven Abschirmung von äußeren Störfeldern das Potential möglichst auf der gesamten Eiskernoberfläche fest vorgegeben werden sollte.

Die folgende theoretische Behandlung wird, da es sich bei den verwendeten Methoden um weiterführende Kapitel der Elektrodynamik handelt, ausführlich durchgeführt und benötigte Formeln der klassischen Elektrodynamik werden im Argumentationsgang an der jeweiligen Stelle direkt hergeleitet. Die Beispiele in der Lehrbuchliteratur werden in der Regel in drei Dimensionen gewählt und behandelt, da dies der häufigste Anwendungsfall ist. Die DEP-Apparatur läßt sich aber wegen ihrer Zylindersymmetrie auf ein Problem in ebenen Polarkoordinaten reduzieren. Diese Tatsache ermöglicht, anders als im dreidimensionalen Fall einer Kugel, eine exakte Lösung des Problems im zweidimensionalen Fall einer kreisförmigen Berandung.

Experimentelle Befunde die theoretische Annahmen stützen sollen in diesem Abschnitt im Zusammenhang mit den verwendeten Annahmen vorgestellt werden. Theoretisch abgeleitete Größen, wie z.B. die Leerkapazität in Abschnitt 2.3.4.1, werden mit Messungen in Abschnitt 2.3.4.2 verglichen.

2.3.2 Die Berechnung der Potentialverteilung mit der Methode der Greenschen Funktionen

Diese Behandlung erfolgt in Anlehnung an die Darstellung von Problemen in Jackson [1982] und Honerkamp und Römer [1989]⁴

Die Elektrodynamik wird durch die Maxwellschen Gleichungen beschrieben. Da die Ausdehnung der DEP-Apparatur (Durchmesser 100 mm) klein gegen die der Frequenz zugeordneten Wellenlänge ist, kann man in elektrostatischer Näherung rechnen [Jackson, 1982, Kap. 2.11 S.95f]. Die höchste mit dem LCR-Meter meßbare Frequenz von $\nu = 1$ MHz entspricht einer Wellenlänge $\lambda = \frac{c}{\nu} \approx 300$ m. Dabei ist $c = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Die Maxwellschen Materialgleichungen in elektrostatischer Näherung lauten in praktischen SI-Einheiten, die den Vorteil der direkten Übertragbarkeit der Ergebnisse auf Meßgrößen haben, wie folgt [Honerkamp und Römer, 1989, Gl.(11.1.14) und Gl.(11.1.15) S.228]:

$$\text{rot}\vec{E}(\vec{x}) = \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{x}) = 0 \quad (2.10)$$

⁴Aus diesen beiden Lehrbüchern werden die wichtigen Argumente im folgenden mit Seiten-, Abschnitts- oder Gleichungsangabe zitiert. Die Seitenangaben beziehen sich auf die im Literaturverzeichnis angegebenen Ausgaben.

$$\operatorname{div} \vec{E}(\vec{x}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{x}) = \frac{\rho(\vec{x})}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (2.11)$$

$\vec{E}(\vec{x})$ ist der Vektor der elektrischen Feldstärke und $\rho(\vec{x})$ bezeichnet die elektrische Ladungsdichte am Ort \vec{x} . $\varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ bezeichnet die Dielektrizitätskonstante des Vakuums und ε die relative Dielektrizitätskonstante des Mediums im felderfüllten Raum.

Die Bezeichnungen der Größen gelten für den gesamten Abschnitt und werden der Übersichtlichkeit halber nicht bei jeder Formel neu bezeichnet. Allgemein ist mit $v \equiv |\vec{v}|$ der Betrag eines Vektors \vec{v} bezeichnet. Mit $\vec{\nabla}$ sei der Nablaoperator bezeichnet.

Eine einfachere Beschreibung erhält man durch Einführung einer Potentialfunktion $\Phi(\vec{x})$, mit der man die Behandlung statt in drei Vektordimensionen in einer (skalaren) Dimension durchführen kann. Diese Darstellung ist der obigen Felddarstellung in einfach zusammenhängenden Gebieten nach Angabe des Potentialbezugs punktes (Integrationskonstante) äquivalent. Die eine Beweisrichtung folgt unten, die andere benötigt den Satz von Stokes [Honerkamp und Römer, 1989, Abschnitt F.5 c)], mit dem man über einfach zusammenhängenden Gebieten (man braucht diese Eigenschaft zur Angabe eines geschlossenen Weges, den man als vollständigen Rand einer Fläche benutzen kann) ein Potential konstruieren kann. Die Potentialfunktion Φ ist durch folgende Gleichung definiert:

$$\vec{E}(\vec{x}) \equiv -\operatorname{grad} \Phi(\vec{x}) = -\vec{\nabla} \Phi(\vec{x}) \quad (2.12)$$

Man rechnet unter Verwendung der Vertauschbarkeit der zweiten partiellen Ableitungen im $\vec{\nabla}$ -Operator und damit verschwindendem Kreuzprodukt, die Konsistenz mit Gleichung (2.10) nach:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{x}) = -\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \Phi(\vec{x}) = 0,$$

Die aus Gleichung (2.11) folgende Gleichung für das Potential nennt man auch Poisson-Gleichung:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{x}) = -\Delta \Phi(\vec{x}) = \frac{\rho(\vec{x})}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (2.13)$$

Die Potentialverteilung beschreibt ein elektrisches Problem vollständig und elektrische Parameter, wie z.B. die Leerkapazität der AWI-DEP-Apparatur in Abschnitt 2.3.4.1, können abgeleitet werden.

Bei der Behandlung der in Abschnitt 2.2.3.2 beschriebenen AWI-DEP-Apparatur tritt durch die Verwendung von Guard-Elektroden eine Vereinfachung des Problems auf. Da die seitlichen Guard-Elektroden lang gegen den Meßabschnitt gewählt werden, kann man als Näherung unendlich lange Guards annehmen. In diesem Falle reduziert sich die Betrachtung von Zylinderkoordinaten auf ebene Polarkoordinaten, da alle Feldkomponenten in Richtung der Zylinderachse, wegen der näherungsweise unendlichen Symmetrie, verschwinden müssen.

Das zu lösende Problem ist die Berechnung der Potentialverteilung zweier Halbschalen mit einer Potentialdifferenz V . Aus Symmetriegründen wählt man die eine Halbschale auf dem Potential $+\frac{V}{2}$ und die andere auf $-\frac{V}{2}$. Die Halbschalen seien symmetrisch und bezüglich der Symmetrieachse von einem Winkel ψ begrenzt. Praktische Anordnungen werden in aller Regel symmetrisch sein, da eine unsymmetrische Anordnung keine Vorteile hat, aber wegen langer und unübersichtlicher Formeln, in denen keine Symmetrieterme gegeneinander wegfallen, komplizierter zu behandeln ist. Abbildung 2.18 gibt die Definition der Winkel für die theoretische Behandlung wieder. Das gewählte ebene Polarkoordinatensystem stellt Winkel ausgehend von der x-Achse von 0 bis π in der oberen Halbebene und von 0 bis $-\pi$ in der unteren Halbebene dar. Diese Darstellung des Winkels hat den Vorteil, daß das Intervall um 0 symmetrisch liegt, dann erhält man abgeleitete Ergebnisse direkt in einer übersichtlicheren symmetrischen Form. Äquivalent dazu ist die meistens verwendete Darstellung des Winkel von 0 bis 2π .

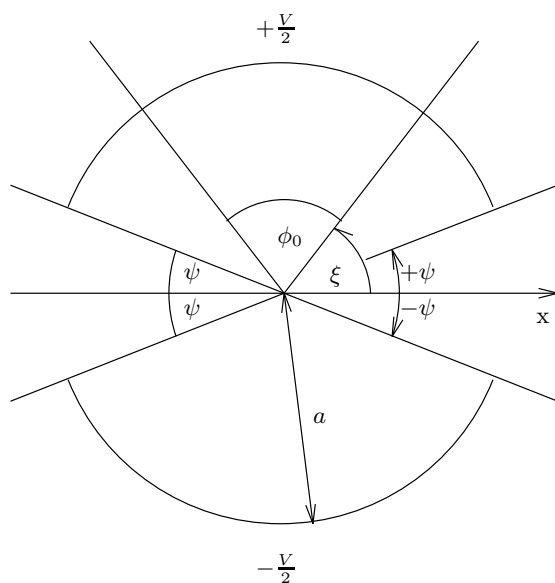


Abbildung 2.18: Definitionen von Winkeln und Potentialen für die theoretische Behandlung der am AWI gebauten DEP-Apparatur

Die Ränder werden von einem Winkel ψ abweichend von der Symmetrieachse begrenzt. Der Winkel ϕ_0 gibt den von der LO-Elektrode überstrichenen Bereich an. Alle Winkel sind wegen einer übersichtlicheren Darstellung nicht maßstabsgerecht. Der Winkel ϕ_0 ist zu klein und die Winkel ψ sind überzeichnet eingezeichnet.

Durch Einführung von Polarkoordinaten ändern sich die Abhängigkeiten vom Radius in den Formeln im Vergleich zu dreidimensionalen Problemen⁵, ohne unendlich ausgedehnte Symmetrie in Richtung einer Achse.

2.3.2.1 Die Potential- und Feldgleichungen in ebenen Polarkoordinaten

Da alle folgenden Betrachtungen nur im zweidimensionalen Spezialfall gelten, soll auch die Notation in Polarkoordinaten erfolgen, damit Verwechslungen aus-

⁵Da alle auftretenden Integrale in Jackson [1982] Stammfunktionen haben, könnten die folgenden Ergebnisse durch Tauschen von Exponenten erhalten werden. Die Methode soll aber dargestellt werden, und die Formeln in den angegebenen Abschnitten kann man trotzdem noch zu Konsistenzbetrachtungen verwenden.

geschlossen werden.

Die Bezeichnungen entnimmt man Abbildung 2.19. Ein beliebiger Vektor \vec{x} des dreidimensionalen Raumes zerlegt sich in einen Anteil in Polarkoordinaten $\vec{\rho}$ und einen Anteil in Richtung der z-Achse, der im folgenden unwesentlich ist, da man wegen der unendlichen Ausdehnung einen beliebigen Koordinatenursprung auf der z-Achse wählen kann. Der Anteil in Polarkoordinaten zerlegt sich in einen Winkelanteil φ und den Betrag ρ von $\vec{\rho}$.

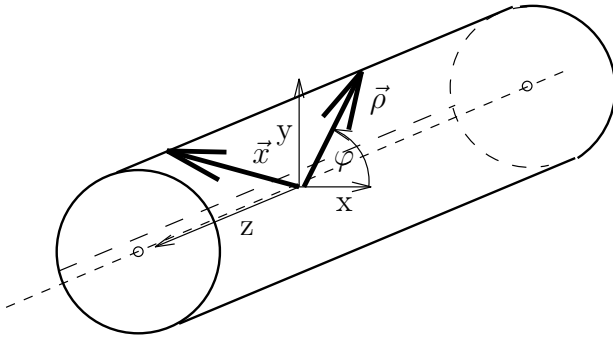


Abbildung 2.19: Bezeichnungen in Zylinderkoordinaten

Mit Hilfe des Gaußschen Satzes [Honerkamp und Römer, 1989, Abschnitt F.5]:

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d\tau = \oint_{\partial V} \vec{E} \cdot \vec{n} d\zeta, \quad (2.14)$$

erhält man aus Gleichung (2.11) das elektrische Feld des zweidimensionalen Problems. Dabei bezeichnet \vec{E} den elektrischen Feldstärkevektor, $d\tau$ ist das infinitesimale Volumenelement, V das Integrationsvolumen und ∂V der Rand des Integrationsvolumens. $\vec{n} d\zeta$ ist das infinitesimale, orientierte Flächenelement. Mit der im Volumen eingeschlossenen Ladung $Q = \int_V \rho d\tau$ folgt für das Feld außerhalb des beliebig herausgegriffenen Zylinders mit Radius $|\vec{\rho}|$ und Länge l :

$$\oint_{\partial V(|\vec{\rho}|=const.)} \vec{E} \cdot \vec{n} d\zeta = 2\pi |\vec{E}| |\vec{\rho}| l = \frac{Q}{\varepsilon \varepsilon_0}$$

Wegen der unendlichen Symmetrie verschwindet der Fluß durch die Deckflächen des Zylinders und es trägt nur der Fluß durch die Mantelfläche bei. Diese Annahme gilt sogar an einem flachen zur Zylinderachse senkrechten Rand eines Kernsegmentes. Die Feldkonfiguration wird bei einer langen Apparatur so gewählt, daß nur Feldlinien in der Ebene senkrecht zur Zylinderachse verlaufen. Feldlinien werden aber nur bei schrägem Durchtritt durch eine Oberfläche gebrochen, nicht wenn sie die Oberfläche nur tangieren. Damit entsteht auch durch das Einbringen des Endes eines Kernsegmentes kein Fluß durch die Mantelflächen des betrachteten Zylinders. Die Begründung der Gültigkeit der theoretischen Behandlung im Bereich der Randflächen von Kernsegmenten wird nach Abschluß der Ableitung in Abschnitt 2.3.5 auch streng formal gegeben. Dort werden auch experimentelle Befunde vorgestellt, die die hier gemachte Annahme des durch die Deckflächen verschwindenden Flußes sehr gut bestätigen.

Damit erhält man das elektrische Feld \vec{E} am Ort $\vec{\rho}$ im ebenen Koordinatensystem senkrecht zur Zylinderachse mit Ursprung am Ort der Linienladung mit Ladungsdichte Q/l :

$$\vec{E}(\vec{\rho}) = \frac{Q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l} \frac{\vec{\rho}}{|\vec{\rho}|}$$

Für das Potential Φ erhält man damit, wenn man $\vec{\rho}_0$ als einen beliebigen, festgewählten Startpunkt annimmt und mit $|\vec{\rho}_0|$ bezeichnet

$$\Phi(\vec{\rho}) = - \int_{C(\vec{\rho}_0, \vec{\rho})} \vec{E}(\vec{\rho}') \cdot d\vec{\rho}' = - \int_{|\vec{\rho}_0|}^{|\vec{\rho}|} \frac{Q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l |\vec{\rho}'|} d|\vec{\rho}'| = - \frac{Q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l} \ln \frac{|\vec{\rho}|}{|\vec{\rho}_0|} \quad (2.15)$$

In der 2 dimensionalen Behandlung tritt hier noch der Bezugspunkt $\vec{\rho}_0$ auf, der wegen $\ln(\infty) \rightarrow \infty$ nicht, wie im dreidimensionalen auf ∞ gesetzt werden kann. Diese Tatsache spiegelt die unendliche Symmetrie wieder, da das Potential im unendlichen gerade nicht verschwindet.

Da elektrische Felder linear superponiert werden und die Integration eine lineare Operation ist, werden die Potentiale mehrerer Einzelladungen an den Orten $\vec{\rho}'$ im Volumen V nach Gleichung (2.15) zu einem Gesamtpotential aufsummiert, das im Grenzfall in ein Integral übergeht. In Richtung der z -Achse variiert die Ladungsdichte nicht, und die Ladungsverteilung kann nun über eine Flächenladung σ beschrieben werden, die über die Fläche A senkrecht zur Zylinderachse integriert wird. Für die Raumladungsdichte ρ setzt man dann $\rho = \frac{\sigma}{l}$:

$$\Phi(\vec{\rho}) = - \int_A \frac{\sigma(\vec{\rho}') \ln |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l} \rho' d\rho' d\varphi' \quad (2.16)$$

Dabei muß noch erklärt werden, warum der andere Term der Gleichung

$$\Phi(\vec{\rho}_0) = \int_A \frac{\sigma(\vec{\rho}') \ln |\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}'|}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l} \rho' d\rho' d\varphi'$$

verschwindet. Dieser Term ist, da er nicht von $\vec{\rho}$ abhängt, eine Integrationskonstante und kann deshalb o.B.d.A. gleich Null gesetzt werden. Der Potentialursprung liegt dann bei $\vec{\rho}_0$.

2.3.2.2 Die Behandlung von zweidimensionalen Randwertproblemen mittels einer Greensfunktion

Die eben abgeleitete Gleichung (2.16) ermöglicht die Berechnung der Potentialfunktion bei Kenntnis der Oberflächenladungsdichte. Bei der Behandlung der DEP-Apparatur ist nicht die Oberflächenladungsdichte, sondern die Potentialverteilung auf dem Rand der zylinderförmigen Elektroden vorgegeben. Man muß also ein Randwertproblem behandeln, d.h. die Lösung einer Differentialgleichung in einem bestimmten Gebiet mit vorgegebenen Randbedingungen zur Lösung

der Differentialgleichung auf dem Rand des Integrationsgebietes. Die zu lösende Gleichung ist die Poisson-Gleichung (2.13) mit auf dem Rand vorgegebenem Potential.

Physikalisch relevante Fragestellungen, die ein eindeutiges Potentialproblem in einem Gebiet definieren sind [Jackson, 1982, Abschnitt 1.9]:

1. Vorgabe des Potentials auf den Randflächen. (Dirichlet-Bedingung)
2. Vorgabe einer Flächenladung, d.h. der Ableitung des Potentials in Normalenrichtung, auf den Randflächen. (Neumann-Bedingung)

Da man bei Messungen mit der DEP-Apparatur die Spannungsdifferenz, also das Potential auf den Halbschalen, vorgibt, liegt der Fall 1 der Dirichlet-Bedingung vor. Die exakte Behandlung dieser Fragestellungen hat einen ganzen Zweig der Mathematik hervorgebracht, die "Funktionalanalysis". Es sollen hier nur die wesentlichen Ergebnisse für diese Fragestellung in ihrer Ableitung skizziert werden. Eine sehr ausführliche Behandlung findet man in Großmann [1988].

Bei Randwertproblemen hat es sich als brauchbar erwiesen, eine Greensfunktion zu definieren, in der die vollständige Geometrie implizit enthalten ist. Durch eine Integration über die Greensfunktion und eine vorgegebene Ladungsverteilung bzw. die Integration über die Ableitung der Greensfunktion in Normalenrichtung und der Potentialverteilung auf dem Rand des Gebietes erhält man die Potentialverteilung im ganzen Raum. Die Fragestellung ist bei weitem nicht so leicht und klar, wie sie vielleicht auf den ersten Blick erscheint. Sowohl die analytische Bestimmung der Greensfunktion, als auch der Integrale ist oft schon bei einfachen Problemen nicht möglich. In diesen Fällen helfen numerische Verfahren in der Regel weiter, allerdings ist dann die Konvergenz nicht immer trivial. Die benötigte Potentialformel wird nun schrittweise entwickelt. Für die Ableitung der Potentialformel in Abschnitt 2.3.2.4 wird die im folgenden Abschnitt 2.3.2.3 eingeführte Formulierung mit einer δ -Distribution benötigt.

2.3.2.3 Die δ -Distribution und die Greensfunktion des zweidimensionalen Raumes

Zunächst wird eine sehr einfache und geschlossene Schreibweise eingeführt. Die Notwendigkeit soll an folgendem Beispiel verdeutlicht werden. Man berechnet⁶, oder findet in Jackson [1982] den Laplace-Operator Δ in ebenen Polarkoordinaten (r, φ) :

$$\Delta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

⁶Über das totale Differential einer skalaren Funktion kann man den Gradienten in den jeweiligen Koordinaten bestimmen und mit diesem dann durch einfache partielle Integration im Greenschen Satz (2.23) den Laplace-Operator erhalten.

Die Ableitung des natürlichen Logarithmus außerhalb des Ursprungs verschwindet:

$$\Delta \ln(\rho) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial \ln(\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \ln(\rho)}{\partial \rho^2} = 0 \quad \text{für alle } \rho \neq 0 \quad (2.17)$$

Andererseits betrachte man folgendes Integral über die Ebene (in Polarkoordinaten):

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty \Delta(\ln(\rho')) \rho' d\rho' d\varphi' = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\rho'} \frac{\partial}{\partial \rho'} \rho' \frac{\partial \ln(\rho')}{\partial \rho'} \rho' d\rho' d\varphi'$$

Kürzen der äußeren ρ' -Terme und Auswertung von $\rho' \frac{\partial \ln(\rho')}{\partial \rho'} = 1$ liefern:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty \Delta(\ln(\rho')) \rho' d\rho' d\varphi' = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial \rho'} d\rho' d\varphi' = 2\pi \quad (2.18)$$

Vergleich der Gleichungen (2.17) und (2.18) zeigt, daß der Ursprung ausgezeichnet ist und bei der Integration über, die sonst überall verschwindende, Funktion $\Delta \ln$ an diesem Punkt ein anderes Verhalten auftritt. Es ist also interessant, einen Formalismus zu entwickeln, der diese Eigenschaften von Vektoroperatoren und Integralen in einer geschlossenen Form zusammenfaßt. Dazu führt man mit folgender Definition die δ -Distribution⁷ ein:

$$\int_I \vartheta(\vec{\rho}) \delta(\vec{\rho}) d\tau(\vec{\rho}) = \begin{cases} 0 & \text{für } \vec{0} \notin I \\ \vartheta(\vec{0}) & \text{für } \vec{0} \in I \end{cases} \quad (2.19)$$

Dabei ist ϑ eine beliebige Testfunktion und I ein Intervall. In der Distributionstheorie ist der Ausdruck "Testfunktion" wohldefiniert. Die wesentliche Eigenschaft dieser Funktionen ist aber, daß sie glatt, d.h. unendlich oft stetig differenzierbar sind und einen kompakten Träger haben, d.h. außer auf einem kompakten Bereich verschwinden [Großmann, 1988].

D.h. für die Testfunktion $\vartheta = 1$ auf einem beliebigen endlichen Intervall, mit 0 als innerem Punkt und sonst $\vartheta = 0$ würde man nach Gleichung (2.18) folgenden Ausdruck erhalten:

$$\Delta \ln(\vec{\rho}) = 2\pi \delta(\vec{\rho}) \quad (2.20)$$

Um einen strengen Beweis durchzuführen, muß allerdings die Gültigkeit des Ausdrucks für eine beliebige Testfunktion ϑ gezeigt werden.

Für eine beliebige Testfunktion $\vartheta(\rho, \varphi)$ über einer Kreisscheibe mit Radius ϵ , gilt in der Grenze $\epsilon \rightarrow 0$:

$$0 \leq \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left| \int_{\pi \epsilon^2} (\vartheta(\rho', \varphi') - \vartheta(\vec{0})) \Delta \ln(\rho') \rho' d\rho' d\varphi' \right| \quad (2.21)$$

⁷Distributionen sind ein verallgemeinerter Begriff des Funktionskonzeptes. Die Distributionstheorie macht einen großen Teil der Funktionalanalysis aus. Die δ -Distribution wurde von Paul A. M. Dirac als Erweiterung des Kronecker-Symbols $\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{für } i \neq j \\ 1 & \text{für } i = j \end{cases}$ eingeführt.

$$\leq \limsup_{\substack{\epsilon \rightarrow 0 \\ \rho' \in [0, \epsilon]}} |\vartheta(\rho', \varphi') - \vartheta(\vec{0})| \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\pi \epsilon^2} |\Delta \ln(\rho')| \rho' d\rho' d\varphi'$$

Der Gaußsche-Satz (2.14) gilt auch für den Übergang eines Flächenintegrals in ein Linienintegral über die geschlossene Umrandung:

$$\begin{aligned} &= \limsup_{\substack{\epsilon \rightarrow 0 \\ \rho' \in [0, \epsilon]}} |\vartheta(\rho', \varphi') - \vartheta(\vec{0})| \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \oint_{\substack{\varphi \in [0, 2\pi] \\ \rho' = \epsilon}} \frac{\partial \ln(\rho')}{\partial \rho'} \frac{\vec{\rho}'}{|\vec{\rho}'|} \cdot \frac{\vec{\rho}'}{|\vec{\rho}'|} \rho' d\varphi' \\ &\leq \limsup_{\substack{\epsilon \rightarrow 0 \\ \rho' \in [0, \epsilon]}} |\vartheta(\rho', \varphi') - \vartheta(\vec{0})| 2\pi = 0 \end{aligned}$$

Damit ist das Integral in Ungleichung (2.21) identisch Null. Mit dem Verschwinden des Integranden im gesamten Integrationsbereich, außer dem Ursprung, nach Gleichung (2.17), dehnt man den Integrationsbereich auf eine beliebige Fläche A aus. Durch Auftrennen der Differenz unter dem Integral und Auswertung des $\vartheta(\vec{0})$ -Terms nach Gleichung (2.18), berechnet man folgende Relation:

$$\int_A \vartheta(\rho', \varphi') \Delta \ln(\rho') \rho' d\rho' d\varphi' = \begin{cases} 0 & \text{für } \vec{0} \notin A \\ 2\pi \vartheta(\vec{0}) & \text{für } \vec{0} \in A \end{cases} \quad (2.22)$$

Ein Vergleich der Gleichung (2.22) mit der definierenden Gleichung für die δ -Distribution (2.19) zeigt die Gültigkeit der Gleichung (2.20) für $\Delta \ln(\vec{\rho}) = 2\pi\delta(\vec{\rho})$ ⁸. Am Beispiel des unbeschränkten Raumes (hier im speziellen Fall einer unendlich ausgedehnten Ebene) wurde die erfolgreiche Anwendung des Konzeptes der δ -Distribution demonstriert. In diesem Falle stellt die $(-\ln)$ -Funktion eine Greensche-Funktion dar. Das Konzept der Greenschen-Funktion wird im folgenden Abschnitt erläutert.

2.3.2.4 Das Konzept der Greensfunktion und eine Formel für das Potential in einem Gebiet

Die für die Behandlung der DEP-Apparatur relevante Fragestellung ist die Berechnung der Potentialverteilung im Innern eines Gebietes bei Vorgabe des Potentials auf einem endlichen Rand. Für diesen Fall wird im folgenden der Formalismus der Greenschen-Funktion kurz skizziert. Für zwei beliebige Funktionen ψ und ϕ gilt der Greensche-Satz [Jackson, 1982, Abschnitt 1.8.]:

$$\int_A (\phi \Delta \psi - \psi \Delta \phi) \rho' d\rho' d\varphi' = \oint_{\partial A} \left(\phi \frac{\partial \psi}{\partial \vec{n}'} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}'} \right) \cdot \vec{n}' \rho' d\varphi' \quad (2.23)$$

⁸Mit Hilfe dieser Formel kann man einen Konsistenztest durchführen und gleichzeitig die Leistungsfähigkeit und Möglichkeit einer geschlossenen Schreibweise dieses Formalismus demonstrieren. Einsetzen der Potentialfunktion Φ für eine Ladungsverteilung $\varrho = \sigma/l$ (2.16) in diese Formel ergibt: $\Delta \Phi(\vec{\rho}) = -\Delta \int_A \frac{\sigma(\vec{\rho}') \ln |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|}{2\pi\epsilon_0 l} \rho' d\rho' d\varphi'$. In der Distributionstheorie vertauschen Ableitung und Integration: $\Delta \Phi(\vec{\rho}) = -\int_A \frac{\sigma(\vec{\rho}')}{2\pi\epsilon_0 l} \Delta \ln |\vec{\rho} - \vec{\rho}'| \rho' d\rho' d\varphi' = -\int_A \frac{\sigma(\vec{\rho}')}{2\pi\epsilon_0 l} 2\pi\delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}') \rho' d\rho' d\varphi' = -\frac{\sigma(\vec{\rho})/l}{\epsilon_0} = -\frac{\varrho(\vec{\rho})}{\epsilon_0}$. Man erhält also die Poisson-Gleichung (2.13) zurück.

Für die allgemeine Lösung von Randwertproblemen definiert man eine sogenannte Greensche Funktion G durch folgende Gleichung, also eine allgemeinere Form von Gleichung (2.20) [Jackson, 1982, Abschnitt 1.10.]:

$$\Delta G(\vec{\rho}, \vec{\rho}') = -2\pi\delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}') \quad (2.24)$$

Wählt man für ϕ das Potential Φ und für ψ die Greensche Funktion G , dann erhält man durch Einsetzen in den Greenschen Satz (2.23) unter Verwendung der Definitionsgleichung für die Greensche Funktion (2.24) und der Poisson-Gleichung (2.13), sowie der bei Gleichung (2.16) definierten Flächenladungsdichte:

$$\begin{aligned} \int_A \left(\Phi(\vec{\rho}') (-2\pi\delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}')) - G(\vec{\rho}, \vec{\rho}') \left(-\frac{\sigma(\vec{\rho}')}{\varepsilon \varepsilon_0 l} \right) \right) \rho' d\rho' d\varphi' &= \oint_{\partial A} \left(\Phi \frac{\partial G}{\partial \vec{n}'} - G \frac{\partial \Phi}{\partial \vec{n}'} \right) \cdot \vec{n}' \rho' d\varphi' \\ \Rightarrow \Phi(\vec{\rho}) &= \frac{1}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l} \int_A G(\vec{\rho}, \vec{\rho}') \sigma(\vec{\rho}') \rho' d\rho' d\varphi' - \frac{1}{2\pi} \oint_{\partial A} \left(\Phi \frac{\partial G}{\partial \vec{n}'} - G \frac{\partial \Phi}{\partial \vec{n}'} \right) \cdot \vec{n}' \rho' d\varphi' \end{aligned}$$

Mit der Schreibweise $\frac{\partial}{\partial \vec{n}'} \equiv \vec{n}' \cdot \vec{\nabla}$ ist die Richtungsableitung in Richtung \vec{n}' bezeichnet. Man kann $G(\vec{\rho}, \vec{\rho}')$ so wählen [Jackson, 1982, Abschnitt 1.10.], daß

$$G(\vec{\rho}, \vec{\rho}') = 0 \quad \text{für} \quad \vec{\rho}' \quad \text{auf} \quad \partial A \quad (2.25)$$

Damit erhält man einen allgemeinen Ausdruck für das Potential bei einer gegebenen Ladungsverteilung ρ innerhalb des betrachteten Gebietes und der Vorgabe des Potentials auf dem Rand des Gebietes⁹:

$$\Phi(\vec{\rho}) = \frac{1}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l} \int_A G(\vec{\rho}, \vec{\rho}') \sigma(\vec{\rho}') \rho' d\rho' d\varphi' - \frac{1}{2\pi} \oint_{\partial A} \Phi \frac{\partial G}{\partial \vec{n}'} \cdot \vec{n}' \rho' d\varphi'$$

Bei der Behandlung der DEP-Apparatur treten aber nur die Randterme an der Oberfläche auf, da die Flächenladungsdichte σ im Innern 0 ist.

$$\Phi(\vec{\rho}) = -\frac{1}{2\pi} \oint_{\partial A} \Phi \frac{\partial G}{\partial \vec{n}'} \cdot \vec{n}' \rho' d\varphi' \quad (2.26)$$

2.3.2.5 Bestimmung der Greensfunktion mit der Methode der Spiegelladungen für eine kreisförmige Symmetrie

Die Definition einer Greensfunktion bedeutet keineswegs die Lösung des Problems, sondern ist lediglich eine andere Art der Formulierung, denn nun ist die Greensfunktion selbst zu bestimmen. Dieses Problem ist im allgemeinen nichttrivial. Es gibt allerdings Spezialfälle, in denen die Konstruktion der Greensfunktion mittels der anschaulichen Methode der Spiegelladungen möglich ist.

Bei der Ableitung der Potentialformel gingen folgende Annahmen ein. Die Greensfunktion wurde so gewählt, daß

⁹Diese Gleichung ist vollkommen analog zu [Honerkamp und Römer, 1989, Gleichung 11.2.10]. Allerdings sind 4π - durch 2π -Faktoren ersetzt.

- sie auf dem Rand verschwindet (siehe Gleichung (2.25)) und
- $\Delta G = -2\pi\delta$ (siehe Gleichung (2.24)).

D.h. wenn man eine Anordnung von Ladungen gefunden hat, so daß im Innern eines Gebietes eine Einheits(probe)ladung sitzt, der Rand des Gebietes auf Potential Null liegt und alle anderen Ladungen außerhalb des Gebietes positioniert sind, so ist die Potentialfunktion, bis auf den Faktor $\frac{Q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}$, die gesuchte Greensche Funktion.

Man setzt also eine Überlagerung der Potentiale einer Ladung an einem beliebig gewählten Ort im Gebiet und von Potentialen einer oder mehrerer Ladungen außerhalb des Gebietes an. Wenn der Ansatz gut gewählt ist, leitet man aus der Bedingung des Verschwindens des Potentials auf dem Rand Bedingungen an den Ort und die Ladung der Ladungen außerhalb des Gebietes ab, so daß nach Rückeinsetzen die Potentialfunktion nur noch von Parametern aus dem Inneren des Gebietes abhängt. Oft führen solche Ansätze weiter, bei denen zwei Ladungen auf einer Symmetrieachse liegen. Bei einer unendlich ausgedehnten Ebene liegen sie dann spiegelbildlich, deshalb heißt die Methode wohl “Methode der Spiegelladungen”.

Im Falle einer kreisförmigen Geometrie setzt man eine Potentialfunktion mit zwei Punktladungen an. Diese Wahl ist analog zum Ansatz im Fall einer Kugel, der in der Literatur behandelt wird [Jackson, 1982]. Die innere Ladung sei am Ort $\vec{\rho}'$, die äußere am Ort $\vec{\rho}''$ (Bezeichnungen siehe Abbildung 2.20).

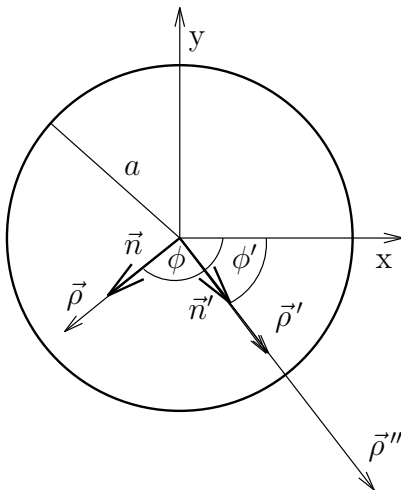


Abbildung 2.20: Bezeichnungen für die Methode der Spiegelladungen

In Gleichung (2.25) ist die Bedingung für die Berechnung, daß das Potential auf der Oberfläche des Kreises mit Radius a verschwindet. Das Gesamtpotential setzt man als Superposition der beiden Potentiale von Ladung und Spiegelladung nach Gleichung (2.15) an:

$$\Phi(|\vec{\rho}| = a) = -\frac{Q}{2\pi\epsilon\epsilon_0 l} \left(\ln \frac{|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|}{|\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}'|} - \ln \frac{|\vec{\rho} - \vec{\rho}''|}{|\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}''|} \right) \Big|_{|\vec{\rho}|=a} \stackrel{!}{=} 0 \quad (2.27)$$

Durch Einführung von Normalenvektoren \vec{n} in $\vec{\rho}$ und \vec{n}' in $\vec{\rho}'$ bzw. $\vec{\rho}''$ Richtung schreibt man Gleichung (2.27) um:

$$\Phi(|\vec{\rho}| = a) = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l} \left(\ln \frac{a |\vec{n} - \frac{\rho'}{a} \vec{n}'|}{|\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}'|} - \ln \frac{\rho'' |\vec{n}' - \frac{a}{\rho''} \vec{n}|}{|\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}''|} \right) \stackrel{!}{=} 0 \quad (2.28)$$

Die Forderung in Gleichung (2.28) muß für alle \vec{n} und \vec{n}' erfüllt werden. Das ist der Fall, wenn:

$$\frac{\rho'}{a} \stackrel{!}{=} \frac{a}{\rho''} \quad (2.29) \qquad \frac{a}{|\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}'|} \stackrel{!}{=} \frac{\rho''}{|\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}''|} \quad (2.30)$$

Aus den Bedingungen (2.29) und (2.30) rechnet man nun die gestrichenen Größen für die Spiegelladung aus:

$$\rho'' = \frac{a^2}{\rho'} \quad (2.31) \qquad |\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}''| = \frac{|\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}'|}{a} \rho'' \stackrel{(2.31)}{=} \frac{a}{\rho'} |\vec{\rho}_0 - \vec{\rho}'| \quad (2.32)$$

Wiedereinsetzen der Gleichungen (2.31) und (2.32) in Gleichung (2.27) ergibt das elektrische Potential einer Ladung Q am Ort $\vec{\rho}'$ an einer beliebigen Stelle $\vec{\rho}$ innerhalb der geerdeten Umrandung mit Radius a :

$$\Phi(\vec{\rho}) = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l} \ln \frac{|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|}{\left| \frac{\rho'}{a} \vec{\rho} - \frac{a}{\rho'} \vec{\rho}' \right|} \quad (2.33)$$

Die Ladungsdichte $\varrho(\vec{\rho})$ am Ort $\vec{\rho}$ einer Linienladung Q/l am Ort $\vec{\rho}'$ ist $\varrho(\vec{\rho}) = \frac{Q}{l} \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}')$. Damit nimmt die Poisson-Gleichung (2.13) folgende Form an:

$$\Delta\Phi(\vec{\rho}) = -\frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0 l} \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}') \quad (2.34)$$

Andererseits war nach der Definitionsgleichung (2.24) $\Delta G(\vec{\rho}, \vec{\rho}') = -2\pi\delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}')$. Ein Vergleich mit Gleichung (2.34) liefert in der Relation $G = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{Q} \Phi$ implizit den gesuchten Faktor zwischen Greensfunktion G und Potentialfunktion Φ . Damit ergibt sich aus Gleichung (2.33) die gesuchte Greensche Funktion G für eine Kreisoberfläche mit Radius a ¹⁰:

$$G(\vec{\rho}, \vec{\rho}') = \ln \frac{\left| \frac{\rho'}{a} \vec{\rho} - \frac{a}{\rho'} \vec{\rho}' \right|}{|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|} \quad (2.35)$$

2.3.2.6 Die Greensfunktion für eine kreisförmige Symmetrie in ebenen Polarkoordinaten

Die Betrachtungen des letzten Abschnittes lieferten die Greensfunktion in kartesischen Koordinaten $\vec{\rho} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho \cos(\varphi) \\ \rho \sin(\varphi) \end{pmatrix}$. Da die Behandlung aber in ebenen

¹⁰Diese Gleichung ist analog zu den Ergebnissen in Jackson [1982, Abschnitt 2.6]. Die Funktion $\frac{1}{x}$ ist durch $\ln x$ ersetzt. Bei der Integration von $\frac{1}{x}$ zu $\ln x$ tritt kein negatives Vorzeichen auf, im Vergleich zu $\frac{1}{x^2}$ geht nach $-\frac{1}{x}$.

Polarkoordinaten durchgeführt wird, ist eine Transformation der Koordinaten notwendig. Für die in der Greensfunktion auftretenden Beträge gilt, nach dem Kosinussatz:

$$|\vec{\rho} - \vec{\rho}'| = \sqrt{(\vec{\rho} - \vec{\rho}') \cdot (\vec{\rho} - \vec{\rho}')} = \sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi' - \varphi)}$$

$$\left| \frac{\rho'}{a}\vec{\rho} - \frac{a}{\rho'}\vec{\rho}' \right| = \sqrt{\left(\frac{\rho'}{a}\vec{\rho} - \frac{a}{\rho'}\vec{\rho}'\right) \cdot \left(\frac{\rho'}{a}\vec{\rho} - \frac{a}{\rho'}\vec{\rho}'\right)} = \sqrt{\frac{\rho'^2\rho^2}{a^2} + a^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi' - \varphi)}$$

Einsetzen dieser beiden Relationen in die Greensfunktion in kartesischen Koordinaten (2.35) liefert¹¹:

$$G(\rho, \varphi, \rho', \varphi') = \frac{1}{2} \ln \frac{\rho'^2\rho^2 + a^4 - 2\rho\rho'a^2 \cos(\varphi' - \varphi)}{a^2(\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi' - \varphi))} \quad (2.36)$$

Für die eigentliche Berechnung benötigt man die Ableitung der Greensfunktion auf der Oberfläche in Normalenrichtung \vec{n} . Die Normalenableitung ist radial nach außen gerichtet, wie in Abbildung 2.21 veranschaulicht¹².

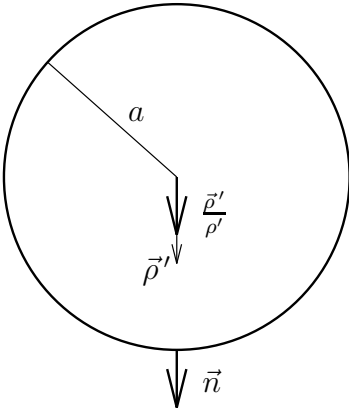


Abbildung 2.21: Richtung der Flächennormalen bei der Bestimmung der Richtungsableitung der Greensfunktion

$$\left. \frac{\partial G(\rho, \varphi, \rho', \varphi')}{\partial \vec{n}} \right|_{\rho'=a} = \left. \frac{\partial G(\rho, \varphi, \rho', \varphi')}{\partial(\rho')} \right|_{\rho'=a} = \frac{\rho^2 - a^2}{a(\rho^2 + a^2 - 2a\rho \cos(\varphi' - \varphi))} \quad (2.37)$$

Einsetzen dieses Ergebnisses in die Potentialformel (2.26) liefert das für die Berechnung der Potentialfunktion der DEP-Apparatur aus den Potentialen auf den

¹¹Dieses Ergebnis stimmt mit der in Jackson [1982, Aufgabe 2.11.(a)] angegebenen Formel überein, bis auf einen Faktor $\frac{1}{2}$ überein, den Jackson wohl vergessen hat, denn Gleichung (2.35) war noch konsistent.

¹²Die Winkelableitung verschwindet wegen der radialen Ausrichtung des Normalenvektors. An dieser Stelle kann man einen Konsistenztest durchführen: In Jackson [1982, Abschnitt 2.6.] ist eine Formel für das dreidimensionale Problem außerhalb einer Kugel angegeben. $\left. \frac{\partial G(\vec{x}, \vec{x}')}{\partial \vec{n}'} \right|_{x'=a} = -\frac{x^2 - a^2}{a(x^2 + a^2 - 2ax \cos(\varphi' - \varphi))^{\frac{3}{2}}}$. Einsetzen von $\frac{2}{2}$ statt $\frac{3}{2}$ für die Dimension und Berücksichtigung der anderen Richtung der Normalenableitung liefert das in der Rechnung erhaltene Ergebnis.

Elektroden benötigte Ergebnis¹³:

$$\Phi(\vec{\rho}) = \frac{1}{2\pi} \oint_{\partial A} \Phi(a, \varphi') \frac{a^2 - \rho^2}{(\rho^2 + a^2 - 2a\rho \cos(\varphi' - \varphi))} d\varphi' \quad (2.38)$$

2.3.2.7 Berechnung der Potentialfunktion aus dem Potential auf den Randflächen

In die eben abgeleitete Formel (2.38) ist die Potentialverteilung auf dem Rand einzusetzen. In Abbildung 2.18 wurde die Bezeichnungsweise bereits angegeben. Die dort festgelegten Bezeichnungen legen die mathematische Formulierung der Potentialverteilung auf dem Rand mit Radius a in Abhängigkeit vom Winkel φ' wie folgt fest:

$$\Phi(a, \varphi') = \begin{cases} +\frac{V}{2} & \text{für } \psi \leq \varphi' \leq \pi - \psi \\ 0 & \text{für } \pi - \psi < \varphi' < \pi + \psi \triangleq \psi - \pi \\ -\frac{V}{2} & \text{für } \psi - \pi \leq \varphi' \leq -\psi \\ 0 & \text{für } -\psi < \varphi' < +\psi \end{cases} \quad (2.39)$$

Diese Potentialverteilung auf dem Rand ist nur für kleine Winkel ψ von praktischer Bedeutung. Die Behandlung eines Problems mit an der Seite offenen Halbschalen wäre wesentlich komplizierter, als die hier angestellte Betrachtung mit geschlossenen Halbschalen. Die Berechnung mit Greensfunktion setzt die Kenntnis der Potentialverteilung auf der gesamten Randfläche voraus. Die angenommene Potentialverteilung ist für große Öffnungswinkel ψ nicht realistisch, da zwischen den Elektroden ein kontinuierlicher Potentialabfall stattfinden wird und nicht wie bei diesem Potential ein scharfer Übergang am Rand der Halbschale von $\pm\frac{V}{2}$ auf Erdpotential. Der große seitliche Öffnungswinkel ψ der in Abschnitt 2.2.3.1 beschriebenen Mooreschen Apparatur ist mit der hier vorgestellten Methode theoretisch nicht behandelbar, da die Potentialverteilung auf dem Rand der Kreisfläche nicht bekannt ist.

Sinus- und tangensförmige Potentialfunktionen zwischen den Halbschalen liefern ebenfalls integrable Systeme. Die Ergebnisse haben aber bisher keine Anwendung gefunden und werden hier deshalb nicht vorgestellt, außerdem ist nicht klar, in wieweit sinus- oder tangensförmige Potentialverläufe realistische Annahmen für die Berechnung einer Apparatur wie z.B. der Mooreschen wären.

Eine Auswertung der Formel (2.38) für die Potentialverteilung auf dem Rand (2.39) ergibt für das Potential im Innenraum, wobei sich das Potential im Außenraum lediglich durch ein Vorzeichen unterscheidet¹⁴:

¹³Das ist das in Jackson [1982, Aufgabe 2.8.] angegebene Ergebnis. Damit dürfte auch der in Gleichung (2.36) als in Jackson fehlend angegebene Faktor $\frac{1}{2}$ verifiziert sein.

¹⁴Führt man den Grenzübergang $\lim_{\rho \rightarrow a^-} \Phi(\rho, \varphi)$ durch, so geht jeder der vier arctan-Terme nach $\pm\frac{\pi}{2}$ über. Das Vorzeichen wird vom tan- bzw. cot-Term bestimmt, wobei sich dieses Vor-

$$\Phi(\rho, \varphi) = \frac{V}{2\pi} \left(\arctan\left(\frac{a+\rho}{a-\rho} \cot\left(\frac{\varphi-\psi}{2}\right)\right) + \arctan\left(\frac{a+\rho}{a-\rho} \cot\left(\frac{\varphi+\psi}{2}\right)\right) + \arctan\left(\frac{a+\rho}{a-\rho} \tan\left(\frac{\varphi-\psi}{2}\right)\right) + \arctan\left(\frac{a+\rho}{a-\rho} \tan\left(\frac{\varphi+\psi}{2}\right)\right) \right) \quad (2.40)$$

Die eben berechnete Potentialverteilung ist in Abbildung 2.22 grafisch dargestellt.

2.3.3 Berechnung des Feldeintritts in die Eisprobe und Abschätzung von Oberflächenströmen

Beim Bau der Apparatur wurde das Guarding-Konzept zur Minimierung von Oberflächenströmen eingesetzt. Der Einfluß von Oberflächenströmen auf die Messung ist nun zu diskutieren.

2.3.3.1 Maß für den senkrechten Feldeintritt

Eine wichtige Forderung bei der Anwendung des Guardingkonzepts ist der senkrechte Ein- und Austritt der Feldlinien in die Probe. Ein Maß für den senkrechten Durchtritt des Feldes durch eine Kreisfläche ist der Absolutbetrag des Verhältnis von Tangential- zu Radialkomponente Ξ . Die Feldkomponenten berechnet man nach der Definition für das Potential (2.12) $\vec{E}(\vec{x}) \equiv -\text{grad } \Phi(\vec{x}) = -\vec{\nabla} \Phi(\vec{x})$. Den Nabla-Operator in Zylinderkoordinaten findet man z.B. in [Jackson, 1982]:

$$\Xi(\rho, \varphi) = \left| \frac{\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi(\rho, \varphi)}{\partial \varphi}}{\frac{\partial \Phi(\rho, \varphi)}{\partial \rho}} \right| \quad (2.41)$$

Dieses Maß ist vergleichbar der Angabe von Steigungen in Prozent. Ein Verhältnis von $\Xi(\rho, \varphi) = 1$ bedeutet einen Durchtritt des Feldes durch die Kreisfläche¹⁵ vom Radius ρ unter einem Winkel von 45° . Allgemein berechnet man den Durchtrittswinkel durch eine Kreisfläche als $\arctan \Xi$. In Abbildung 2.23 ist die Auswertung der Formel (2.41) für die AWI-DEP-Apparatur grafisch dargestellt.

Eiskerne füllen praktisch den gesamten Innenraum aus, so daß nur am Rand evtl. ein kleiner Spalt bleibt. In diesem Bereich ist das Feld aber sehr gut senkrecht zur Oberfläche. Wie in Abschnitt 2.2.2.2 diskutiert, blieb bei der Messung am Rand

zeichen nach dem Vorzeichen von $\varphi \pm \psi$ richtet. Benutzt man nun, daß $\tan\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cot(a)$ und führt die Fallunterscheidungen durch, so erhält man das Potential auf dem Rand zurück. Der Grenzübergang von oben $\lim_{\rho \rightarrow a+} \Phi(\rho, \varphi)$ ergibt in der Tat ein anderes Vorzeichen, das in der ursprünglichen Formel durch Einfügen eines weiteren Vorzeichens behoben werden muß.

¹⁵Für anders geformte Flächen als Kreisflächen müßte man die einzelnen Komponenten des Flächennormalenvektors und des Tangentialvektors in der betrachteten Ebene in Polarkoordinaten parametrisieren. Dann berechnet sich Ξ als das Verhältnis der Skalarprodukte aus Feldvektor mit Flächentangentenvektor und Feldvektor mit Flächennormalenvektor.

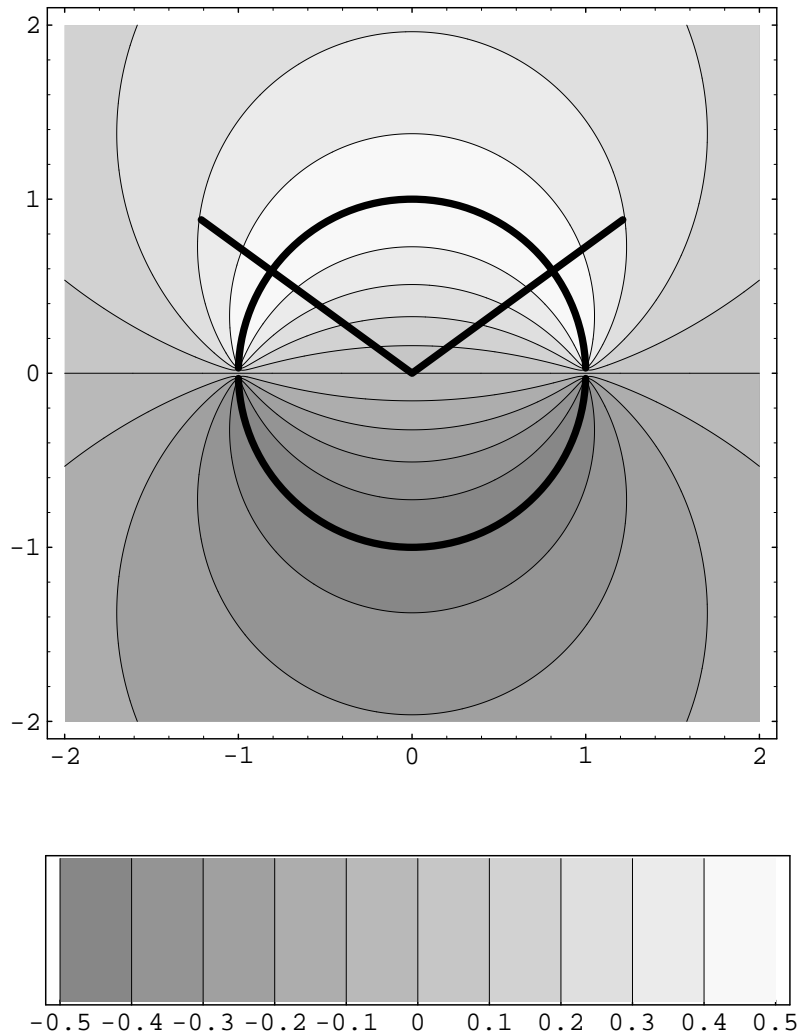


Abbildung 2.22: Berechnete Potentialverteilung

Die Aluminiumhalbschalen sind als schwarze Linien hervorgehoben. Der eingezeichnete Winkelbereich zeigt den von der LO-Elektrode überstrichenen Bereich von 108° wie er bei der AWI-DEP-Apparatur realisiert wurde. Die obere Elektrode liegt auf einer halben positiven Potentialdifferenzeinheit, die untere auf einer halben negativen Potentialdifferenzeinheit. Die Längeneinheiten sind in Einheiten des Krümmungsradius der Elektroden angegeben. Der am Rand fehlende Bereich gibt in etwa den Schnittverlust von 3 mm bei einem Rohr von 100 mm Durchmesser, wie es beim AWI-DEP realisiert wurde, an. Die Legende gibt den Bereich der Graustufen wieder. Die Äquipotentiallinien sind von der mittleren 0-Symmetrielinie in $\frac{1}{10}$ Potentialdifferenzschritten nach außen zu zählen.

nur ein Spalt von bis zu 1 mm zwischen Eiskern und Elektrode. D.h. bei einem Elektrodenradius von 50 mm ist die geringste Ausdehnung des Eiskerns, bei der die größten Abweichungen des Feldes von der Senkrechten auftreten, ein Radius von 0.98 in relativen Längeneinheiten bezogen auf den Elektrodenradius. Für die Kreisfläche bei 98 % des Elektrodenradius ist das Verhältnis Ξ in Abbildung 2.24 aufgezeichnet. Der Wert für Ξ ist selbst im Randbereich nicht größer als 3 %, das bedeutet eine Winkelabweichung von 1.7° von der Senkrechten.

2.3.3.2 Oberflächenströme

In der Literatur wird der Einfluß von Oberflächenströmen auf die Messung diskutiert. In der Regel behandeln die Autoren Gleichstromleitfähigkeit und stellen eine Dominanz von Oberflächenströmen bei -10°C fest [Bullemer und Riehl, 1966; Engelhardt, Bullemer und Riehl, 1969; Maeno, 1973; Jaccard, 1966; Petrenko, 1993a]. Die Arbeit von Camp, Kiszénick und Arnold [1969] behandelt auch höhere Frequenzen oberhalb der Relaxation. Die Ergebnisse für eine geschützte Parallelplattenkondensatoranordnung sind in Abbildung 2.25 dargestellt.

Die Oberflächenströme hängen zwar jeweils stark von der verwendeten Apparatur ab, aber das gezeigte Meßergebnis sollte in jedem Fall eine repräsentative Abschätzung für die Größenordnung von Oberflächenströmen sein.

Die mit der Frequenz abfallenden Kurven zeigen Kapazitäten. Die Kurven mit Berücksichtigung und ohne Berücksichtigung der Oberflächeneinflüsse treffen sich bei hohen Frequenzen, so daß kein Einfluß von Oberflächenströmen auf die DEP-Messung der Dielektrizitätskonstanten oberhalb der Relaxationsfrequenz zu erwarten ist.

Die mit der Frequenz ansteigenden Kurven zeigen Ergebnisse für die Leitfähigkeiten. Bei niedrigen Frequenzen liegen Oberflächen- und Volumenleitfähigkeit in der gleichen Größenordnung. Bei hohen Frequenzen ist der Anteil der Oberflächenleitfähigkeit etwa 20 % der Volumenleitfähigkeit. Die Oberflächenstromdichten berechnen sich nach dem ohmschen Gesetz als Produkt aus Tangentialfeldkomponente und Oberflächenleitfähigkeit, analog berechnen sich die Volumenstromdichten als Produkt aus Radialfeldkomponente und Volumenleitfähigkeit. Die Tangentialfeldkomponente ist aber, wie oben diskutiert, nur maximal 3 % der Radialfeldkomponente. Der Fehler durch Oberflächenströme sollte also im ungünstigsten Fall in der Größenordnung von 1 % liegen.

2.3.4 Berechnung und Messung der Leerkapazität

2.3.4.1 Berechnung der Kapazität

Die Kenntnis der Potentialfunktion determiniert die Kenntnis der anderen elektrischen Parameter. Die Kapazität ist das Verhältnis von Ladung zu Spannungs-

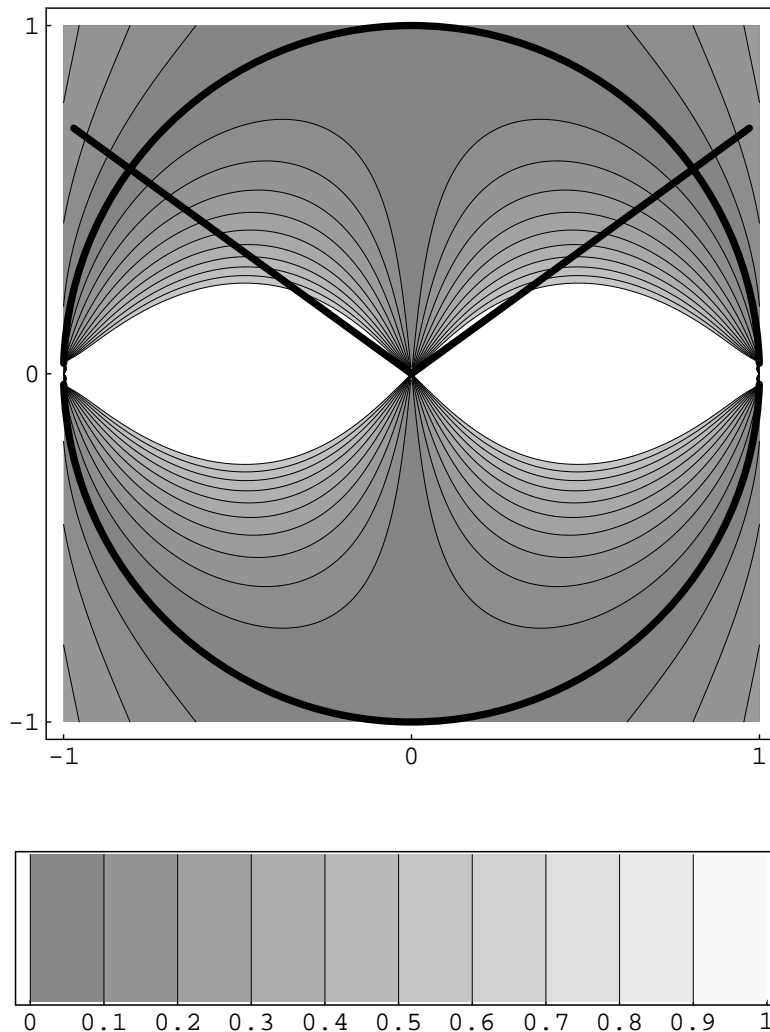


Abbildung 2.23: Berechnetes Verhältnis von Tangential- zu Radialfeldkomponente Ξ

Die Aluminiumhalbschalen sind als schwarze Linien hervorgehoben. Der eingezeichnete Winkelbereich zeigt den von der LO-Elektrode überstrichenen Bereich von 108° , wie er bei der AWI-DEP-Apparatur realisiert wurde. Die Längeneinheiten sind in Einheiten des Krümmungsradius der Elektroden angegeben. Der am Rand fehlende Bereich gibt in etwa den Schnittverlust von 3 mm bei einem Rohr von 100 mm Durchmesser, wie es beim AWI-DEP realisiert wurde, an. Die Legende gibt den Bereich der Graustufen wieder. Die Äquiverhältnislينien sind von den Elektroden ausgehend in $\frac{1}{10}$ Schritten zu zählen. In den mittleren, weißen Bereichen ist das Verhältnis größer als 1, d.h. die Tangentialkomponente ist größer als die Radialkomponente.

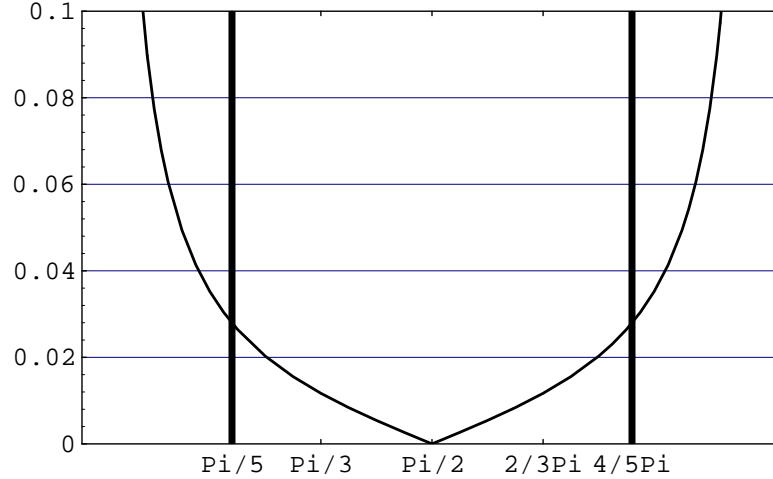


Abbildung 2.24: Berechnetes Verhältnis der Feldkomponenten bei 98 % des Elektrodenradius

Das Verhältnis Ξ ist gegen den Winkel φ in Polarkoordinaten für einen Radius $\rho = 0.98$ in Längeneinheiten des Elektrodenradius aufgetragen. Die Begrenzung der LO-Elektrode bei $\frac{1}{5}\pi$ und bei $\frac{4}{5}\pi$ ist durch die Balken angedeutet.

differenz. Aus der Potentialfunktion berechnet man zunächst die Oberflächenladungsdichte σ und integriert diese zur Ladung Q auf. In der Potentialfunktion tritt die Spannungsdifferenz V auf, so daß Freistellen die Kapazität liefert. Die oben beschriebene Rechnung wird nun ausgeführt.

Berechnung der Oberflächenladung aus der Potentialfunktion Nach der integralen Form des Gaußschen Gesetzes (2.11) gilt für die Ladung $\Delta Q = \int_{\Delta V} \rho d\tau = \sigma A$ in einem von A_i und A_a begrenzten Volumen¹⁶ ΔV , das von \vec{E}_i und \vec{E}_a durchsetzt wird [Jackson, 1982, Abschnitt 1.6.]:

$$\begin{aligned} \int_{\Delta V} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d\tau &= \int_{\Delta V} \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0} d\tau \\ \Rightarrow \oint_{A_i \cup A_a} \vec{E} \cdot \vec{n} d\zeta &= \frac{\Delta Q}{\varepsilon \varepsilon_0} \\ \Rightarrow (\vec{E}_a - \vec{E}_i) \cdot \vec{n} \Delta A &= \frac{\Delta Q}{\varepsilon \varepsilon_0} \\ \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{\nabla}(\Phi_i - \Phi_a) &= \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} \end{aligned}$$

¹⁶Der Fluß durch die Seitenflächen verschwindet wegen ihrer zu \vec{E} parallelen Ausrichtung. Diese Seitenflächen sind der Übersichtlichkeit halber nicht bezeichnet.

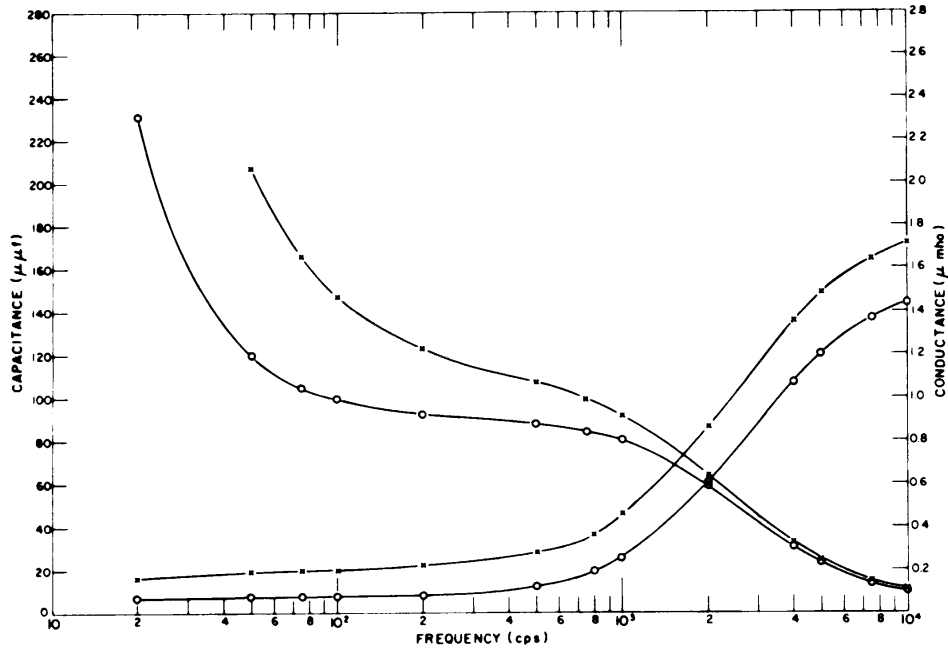


Abbildung 2.25: Oberflächenströme für eine polykristalline Eisprobe bei -11.6°C

Die Grafik zeigt die Meßergebnisse eines Parallelkreises aus Kapazität und Leitwert für eine polykristalline Eisprobe in einer geschützten Plattenkondensatoranordnung mit Messingelektroden. Die Kurven mit Kreuzen geben Volumen- und Oberflächenleitung wieder, die Kurven mit Kreisen geben Volumenleitung wieder. Entnommen aus Camp, Kiszénick und Arnold [1969].

$$\Rightarrow \sigma = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial(\Phi_i - \Phi_a)}{\partial \vec{n}}$$

Die Flächennormalen \vec{n} zeigen jeweils vom Volumen ΔV nach außen. Bezeichnungen nach Abbildung 2.26.

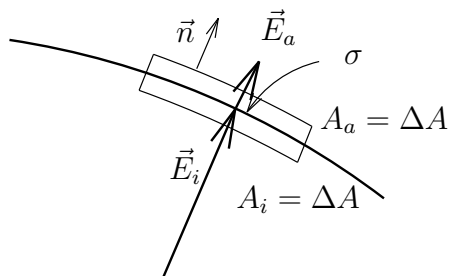


Abbildung 2.26: Bezeichnungen bei der Ableitung der Formel zur Bestimmung der Oberflächenladung

Falls Φ_a konstant gehalten ist, kann man unter der Ableitung Φ_a weglassen, und erhält:

$$\sigma(\vec{x}) = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi(\vec{x})}{\partial \vec{n}}$$

Für einen Zylinder zeigt der Flächennormalenvektor \vec{n} bei der Berechnung der induzierten Ladung für die Außenseite in $(-\frac{\vec{e}}{\rho})$ -Richtung und für die Innenseite in $\frac{\vec{e}}{\rho}$ -Richtung. Damit ergibt sich für die auf der Innenseite induzierte Ladungsdichte:

$$\sigma(\vec{\rho}) = \varepsilon \varepsilon_0 \left. \frac{\partial \Phi(\vec{\rho}')}{\partial \rho'} \right|_{\rho'=\rho} \quad (2.42)$$

Die Tangentialableitung tritt, wegen der radialen Ausrichtung von \vec{n} nicht auf¹⁷.

Die Gesamtladung Q auf einem Leiterstück berechnet sich dann als Flächenintegral über die Flächenladungsdichte σ :

$$Q = \int_A \sigma d\zeta$$

Also im Falle eines Zylinderausschnitts der Länge l und mit Radius a im Winkelbereich zwischen ϕ_1 und ϕ_2 :

$$Q = \varepsilon \varepsilon_0 \int_{\phi_1}^{\phi_2} \left. \frac{\partial \Phi(\rho', \varphi')}{\partial \rho'} \right|_{\rho'=a} l a d\varphi' \quad (2.43)$$

Berechnung der Kapazität aus der Potentialfunktion Für die Berechnung der Oberflächenladungsdichte wurde eben die Formel (2.42) abgeleitet. Setzt man nun die Formel für die Potentialverteilung (2.40) in die Formel für die Oberflächenladungsdichte (2.42) ein und wertet sie aus, so erhält man für die Oberflächenladungsdichte σ :

$$\sigma(\varphi) = \frac{2V \varepsilon \varepsilon_0}{a \pi} \frac{\cos(\psi) \sin(\varphi)}{\cos(2\psi) - \cos(2\varphi)} \quad (2.44)$$

Mit der eben abgeleiteten Formel (2.43) berechnet man die Ladung. Man setzt die Relation (2.44) für die Oberflächenladungsdichte σ in die Integrationsformel (2.43) für die Oberflächenladung Q ein und benutzt die Definition der Kapazität $C = \frac{Q}{V}$. Dann erhält man für ein Zylinderstück der Länge l , dessen LO-Elektrode einen Winkelbereich von ξ bis $\pi - \xi$ überstreicht:

$$C(\xi) = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 l}{\pi} \log \left| \cot \frac{\xi - \psi}{2} \cot \frac{\xi + \psi}{2} \right| \quad (2.45)$$

Die LO-Elektrode der AWI-DEP-Apparatur überspannt einen Winkelbereich von $\phi_0 = 108^\circ$. Das entspricht einem Wert von $\xi = 36^\circ \hat{=} \frac{\pi}{5}$. Die Länge der Elektrode

¹⁷Die Formel ist vollkommen analog der in Jackson [1982, Abschnitt 2.2.] angegebenen Formel für die Oberflächenladung einer Kugel. Das andere Vorzeichen ergibt sich, da die Formel in Jackson für den Außenraum angegeben ist.

ist $l = 0.01\text{m}$. Berücksichtigt man Schnittverluste beim Zersägen der Rohre, so erhält man für den Winkel $\psi = \frac{1.5\text{mm}}{50\text{mm}} = 0.03$. Die Auswertung der Formel (2.45) ergibt dann einen Wert von:

$$C_0 = 0.063427 \text{ pF} \quad (2.46)$$

Eine andere Annäherung an die wirkliche Elektrodengeometrie liefert die Annahme den gesamten Winkelbereich überspannender Halbschalen die einander praktisch berühren. Führt man den Grenzübergang $\lim_{\psi \rightarrow 0}$ aus, so erhält man die Kapazität einer Anordnung aus 2 Halbschalen, die durch einen unendlich dünnen Spalt isoliert sind:

$$C(\xi) = \frac{2 \varepsilon \varepsilon_0 l}{\pi} \log \left| \cot \frac{\xi}{2} \right| \quad (2.47)$$

Für die Leerkapazität C_0 berechnet man mit der Formel (2.47) und oben angegebenen Apparaturparametern:

$$C_0 = 0.063367 \text{ pF} \quad (2.48)$$

Beide angegebenen Formeln und die daraus resultierenden Werte sind idealisierte Näherungen. Die exakte Behandlung eines Luftspaltes ist theoretisch sehr aufwendig. Das Ergebnis (2.48) kann man als untere Abschätzung für die Leerkapazität ansehen, da das Potential in dieser Rechnung im Schlitz überhaupt nicht abfällt. Das Ergebnis (2.46) hingegen kann man als obere Abschätzung für die Leerkapazität ansehen, da das Potential im Schlitz auf 0 abfällt. Die wahre Potentialverteilung wird durch beide Werte eingeschachtelt, so daß wegen der Linearität der Integrations- und Differentiationsoperationen auch die Kapazität eingeschachtelt wird. Beide oben berechneten Werte unterscheiden sich nur um 0.09 %. Man erhält für die theoretische Abschätzung der Leerkapazität folglich:

$$C_0 = (0.06340 \pm 0.00003) \text{ pF} \quad (2.49)$$

2.3.4.2 Meßergebnisse für die Leerkapazität

Feldmessungen Während der Feldsaison 1995, bei der die Apparatur erstmals erprobt wurde, wurden häufiger Leermessungen über den 2 m langen Kernmeßbereich der DEP-Apparatur durchgeführt. Insgesamt wurden bei den Eiskernmessungen 30 Leermessungen in einer Auflösung von 4 mm oder höher durchgeführt. Die Mittelwerte und Standardabweichungen C_0 der gemessenen Leerkapazitäten und G der Konduktanzen über alle Leermessungen sind:

$$\begin{aligned} C_0 &= (0.0622 \pm 0.0021) \text{ pF} \\ G &= (5.51 \pm 2.64) \text{ nS} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Die Standardabweichung des Mittelwertes ist hier durch die Standardabweichung gegeben, nicht durch die statistische Größe der Standardabweichung des Mittelwertes, da die mechanischen Einstellungen der Apparatur variiert haben. Die Variation in den mechanischen Einstellungen kam einerseits durch die vollständige Zerlegung der Apparatur in Einzelteile zum Transport zwischen den einzelnen Messungen zustande, andererseits ist der thermische Ausdehnungskoeffizient des Aluminiummaterials offensichtlich nicht unerheblich.

Ist die Messung z.B. bei einer Umgebungstemperatur von -20°C ohne Probleme vonstatten gegangen, so mußte bei einer Temperaturänderung auf -30°C die Einstellung des Elektrodenabstandes um ein paar $\frac{1}{10}$ mm bis 1 mm verändert werden, da sich sonst der Kern verklemmt hätte und der Schrittmotor die LO-Elektrode nicht mehr hätte bewegen können. Daß die mechanische Einstellung einen Einfluß auf die Kapazität hat, kann man während der Einstellung des Elektrodenabstandes an der Anzeige des LCR-Meters mitverfolgen.

Eine Fehlerrechnung mit der Fortpflanzung eines Fehlers von 3 % des Impedanzbetrags nach Abschnitt 2.1.3.3 ergibt:

$$\begin{aligned} C_0 &= (0.0622 \pm 0.0019) \text{ pF} \\ G &= (5.51 \pm 2.93) \text{ nS} \end{aligned} \tag{2.51}$$

Die Standardabweichungen in Gleichung (2.50) und die berechneten Fehler in Gleichung (2.51) korrespondieren in guter Weise, was eine Bestätigung der in Abschnitt 2.1.3.3 für die Fehlerrechnung gemachten Annahmen ist.

Der für die Leerkapazität gefundene Fehler beträgt 3.05 %. Der theoretisch berechnete Wert stimmt mit dem gemessenen im Rahmen der Fehler überein. Die Konduktanz sollte mit Null verträglich sein. Null liegt in 1.9 Fehlerintervallen, was bei Fehlerbetrachtungen üblicherweise akzeptiert wird. Nach Barlow [1989] sollten 94.26 % der Meßpunkte innerhalb von 1.9 Fehlerintervallen liegen und damit kommt es immerhin noch in 5.74 % der Fälle vor, daß der Meßpunkt außerhalb liegt. Dies ist aber im Bereich des Möglichen.

Für die Konduktanz kann man auch nicht unbedingt Übereinstimmung im Rahmen der Standardabweichungen erwarten, da die Apparatur der Witterung ausgesetzt war, so daß auch Schnee zwischen die Platten kommen konnte. Außerdem können die Original Zuleitungen der Firma HP bei den DEP-Messungen nicht verwendet werden, da bei dem Zuleitungskabel von HP alle vier Leitungen zusammengefaßt sind. Dann ist aber die Kabelkorrektur des LCR-Meters nicht mehr auf das verwendete Kabelmaterial abgestimmt, so daß eine kleine Restleitfähigkeit aus den Zuleitungen evtl. nicht abgeglichen wird.

Bei einer rel. Abweichung von 1.9 % zwischen dem in den Feldmessungen gemessenen Wert in Gleichung (2.51) und dem in Gleichung (2.49) angegebenen theoretischen Wert kann man den theoretischen Wert für die Leerkapazität auf 3 % genau bestätigen.

Führt man eine Fehlerrechnung nach der Spezifikation des Meßgerätes durch [HPL, 1988], so berechnet man bei 250 kHz einen Fehler von 37 % für die Leerkapazität und 689 % für die Konduktanz. Ein Meßwert mit einem Fehler von 37 % kann keine experimentelle Bestätigung für den in Gleichung (2.49) auf 0.05 % genau theoretisch berechneten Wert liefern. Ein Fehler der Konduktanz von über 100 % ist zu erwarten, da für einen Luftkondensator die Konduktanz verschwinden sollte. Diese großen Fehler sind bei den geringen Abweichungen, die von theoretisch erwarteten Werten in mehreren Experimenten gemessen wurden, unbrauchbar. Dies bestätigt auch die in Abschnitt 2.1.3.3 durchgeführte Eichmessung.

Die Fehlerrechnung nach Spezifikation geht von einem Basisfehler von unter einem Prozent aus, zu dem noch Fehler, die von den Längen der verwendeten Meßkabel und vorallendingen der Impedanz des gemessenen Kreises bestimmt werden, hinzuaddiert werden. In die Fehlerrechnung geht bei Abweichung der Umgebungstemperatur von Zimmertemperatur ein Temperaturfaktor ein. In den Kisten, in denen die Meßgeräte in Grönland untergebracht waren, war es aufgrund der Betriebswärme, die von den Meßgeräten abgegeben wurde, sehr warm, so daß man für diese Messungen in Grönland eine Umgebungstemperatur im Bereich von Zimmertemperatur für die Meßgeräte annehmen kann. Die für die tatsächliche Fehlerrechnung verwendete Eichmessung in Abschnitt 2.1.3.3 wurde unter den bei Messungen üblichen Umgebungsbedingungen durchgeführt, so daß die Fehler ohne weitere Berücksichtigung der Temperatur anwendbar sind.

Messung mit genau justierter Apparatur Die Einstellung des Elektrodenabstandes wurde auf $\frac{1}{10}$ mm genau vorgenommen, und die OPEN- und SHORT-Korrektur wurde unmittelbar vor der Messung durchgeführt. Die von der Firma HP gelieferten Anschlußkabel wurden verwendet. Nach der Durchführung der OPEN-Korrektur zeigte das Gerät mit geerdeter Metallplatte zwischen den Elektroden bei einer Meßfrequenz von 250 kHz einen Offset von 0.0003 pF für die gemessene Kapazität. Nach der Entfernung der Metallplatte aus dem Bereich zwischen den Elektroden wurden für

$$\begin{aligned} C_0 &= (0.0637 \pm 0.0013) \text{ pF} \\ G &= (1.62 \pm 2.1) \text{ nS} \end{aligned}$$

mit einem Fehler nach der Eichmessung in Abschnitt 2.1.3.3 gemessen. Mit dieser Messung kann man die in Formel (2.49) berechnete Kapazität bei einer Abweichung von 0.5 % zwischen Theorie und Messung mit einer Genauigkeit von 2.1 % experimentell bestätigen.

Diskussion der Messungen der Leerkapazität Das Meßgerät ist im in Abschnitt 2.1.3.3 nachgemessenen Bereich wesentlich schlechter spezifiziert, als es wirklich mißt. Die kapazitiven Messungen an Eiskernen werden beim heutigen

Stand der Meßtechnik bei einer annehmbaren Tiefenauflösung mit handelsüblichen LCR-Metern am Rand des spezifizierten Impedanzbereichs durchgeführt. Offensichtlich wurde zumindest das hier benutzte LCR-Meter von HP sehr vorsichtig mit großen Reserven spezifiziert. Es ist deshalb sinnvoll, eingesetzte Meßgeräte an Eichimpedanzen in den benutzten Meßbereichen zu testen. Die dann erhaltenen Abweichungen können als realistische Fehlerabschätzung benutzt werden.

Die theoretisch berechnete Leerkapazität wurde auf 2.1 % genau bestätigt. Eine genauere experimentelle Bestätigung ist mit den vorhandenen Mittel nicht möglich. Eine genauere Messung ist beim jetzigen Stand der Auswertemöglichkeiten für die DEP-Messungen auch nicht erforderlich, da die anderen Fehler in der gleichen Größenordnung liegen und der wesentlich genauere theoretische Wert in Gleichung (2.49) gut begründet ist und eigentlich keiner experimentellen Bestätigung bedarf. Eine genauere Messung wäre ein Test der Elektrodynamik, der aber an anderer Stelle schon um Größenordnungen genauer erfolgt ist. Die experimentelle Bestätigung des Ergebnisses für den theoretisch berechneten Wert zeigt aber auch, daß in der Rechnung zumindest keine groben Rechenfehler gemacht wurden und die Apparatur gut verstanden ist.

Auf der experimentellen Seite sichert die genaue Bestätigung des theoretischen Wertes die Vernachlässigbarkeit von Streuadmittanzen. Diese Annahme ist Grundlage der Auswertung, bei der die Meßwerte, sowohl die Konduktanz bei Berechnung der Leitfähigkeit als auch die Kapazität bei Berechnung der Dielektrizitätskonstanten, durch die Leerkapazität geteilt werden.

2.3.5 Kernrandeffekte

Für die Auswertung von DEP-Daten ist von Bedeutung, wie weit vom Kernrand entfernt die Annahmen der Potentialverteilung in der Apparatur noch gültig sind.

Für einen glatten zur Zylinderachse der DEP-Apparatur senkrechten Rand treten nach der Theorie keine Randeffekte auf.

Anschaulich macht man sich das aus dem zur Begrenzungsfläche parallelen Verlauf der Feldlinien klar. Die Feldlinien treten aus der Zylinderwand senkrecht aus und senkrecht in den Eiskern oder den luftgefüllten Bereich ein. Eine Brechung der Feldlinien, die bei einem nicht senkrechten Durchtritt der Feldlinien durch die Begrenzungsfläche auftreten würde, findet also nicht statt.

Formal begründet man das theoretische Nichtauftreten von Kernrandeffekten, bei glatten zur Zylinderachse senkrechten Oberflächen wie folgt. In der verwendeten Gleichung zur Berechnung der Potentialverteilung (2.38) tritt die relative Dielektrizitätskonstante, die den Eiskern elektrisch vom Vakuum unterscheidet, nicht auf. Deshalb ist die Annahme einer Potentialverteilung, die in Richtung der Zylinderachse nicht variiert, gerechtfertigt. D.h. alle Betrachtungen bleiben auch

mit einem Eiskern mit Randfläche in der Apparatur gültig. Die relative Dielektrizitätskonstante des Eiskerns tritt erst bei der Berechnung der Ladung auf dem aktiven Element und damit der Kapazität wieder auf.

Das praktische Nichtauftreten von solchen Randeffekten am Ende eines Kernsegmentes beobachtet man auch experimentell. Die Abbildungen 2.27 und 2.28 zeigen die willkürlich herausgegriffenen Kernenden von B26 und B30. Bei beiden geht die relative Dielektrizitätskonstante in einem Bereich von 2.5 cm, der nur der Hälfte des Apparaturradius und dem 2.5 fachen der Länge des aktiven Elektrodenelements entspricht, vom Wert im Eiskern auf den Wert in Luft über. Für einen absolut glatten Kernrand erwartet man einen Übergangsbereich von der doppelten Länge des aktiven Elektrodenelements.

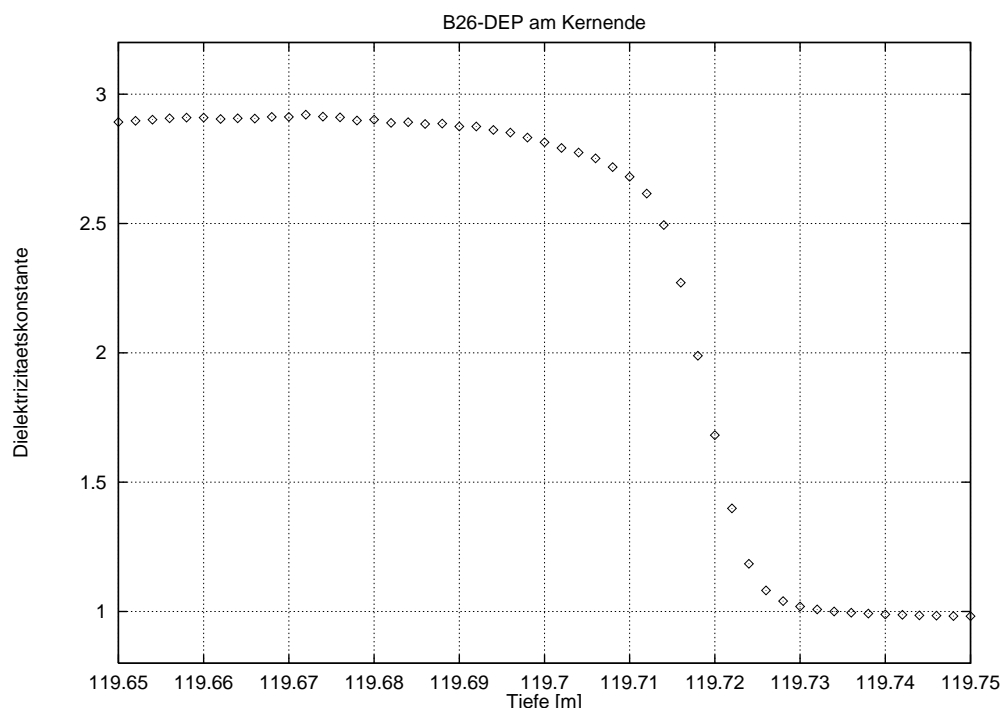


Abbildung 2.27: Verlauf der relativen Dielektrizitätskonstanten am Kernende von B26

Man erkennt einen sehr schnellen Abfall der Dielektrizitätszahl vom Wert im Eiskern von etwa 3 auf den Luftwert von 1 innerhalb eines Bereichs von 2.5 cm. Dieser Wert entspricht etwa der 2.5 fachen Länge des aktiven Elektrodenbereichs.

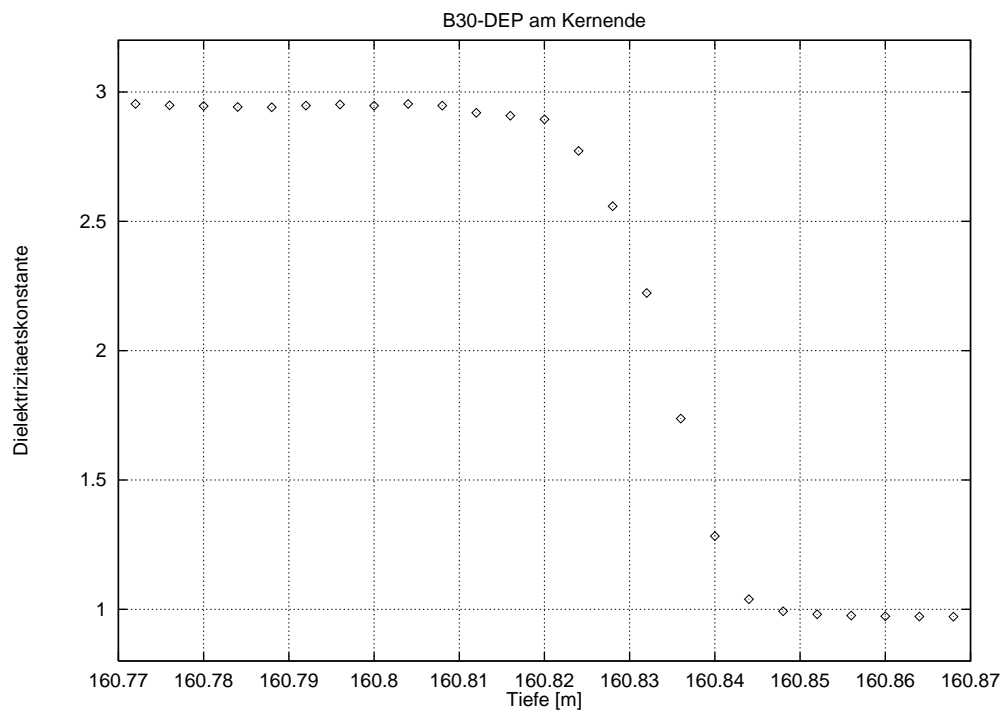


Abbildung 2.28: Verlauf der relativen Dielektrizitätskonstanten am Kernende von B30

Man erkennt einen sehr schnellen Abfall der Dielektrizitätszahl vom Wert im Eiskern von etwa 3 auf den Luftwert von 1 innerhalb eines Bereichs von 2.5 cm. Dieser Wert entspricht etwa der 2.5 fachen Länge des aktiven Elektrodenbereichs.

Kapitel 3

Bestimmung der Dichte von Eiskernen

3.1 Dichtemessungen an Eiskernen

3.1.1 Einführung

Die Bestimmung der Dichte von Materialien mit Hilfe der Absorption von γ - und Röntgenstrahlen ist ein seit Jahrzehnten bewährtes Verfahren [Fortescue, Löffel und Romanski, 1994]. Diese Methode wird beispielsweise in der Materialforschung [Smith und Whiffin, 1952; Harris und Megill, 1953], zur Dickenmessung von Blechen, zu Massenstrommessungen [Löffel, 1979; Spindler, Löffel und Hahne, 1988], oder im Rahmen der Kunststoffaufbereitung [Fritz und Löffel, 1990] eingesetzt. In geophysikalischen Anwendungen, wie z.B. der Dichtebestimmung mariner Sedimente mit einer Apparatur am Alfred-Wegener-Institut [Gerland, 1992], von kristallinem Gestein [Bücker, Löffel und Schult, 1990], oder auch bei Eis wurde das Verfahren angewendet [Bunker und Bradley, 1961; Minikin und Kipfstuhl, 1992; Gerland, Kipfstuhl, Graf und Minikin, 1994; Kipfstuhl und Frenzel, 1994; Kipfstuhl und Minikin, 1994].

Die Eigenschaften der verwendeten Apparatur, insbesondere des Szintillationszählers, werden hier erstmals eingehend beschrieben.

Im folgenden Abschnitt 3.1.2 wird zunächst eine physikalische Formulierung für Streuprozesse eingeführt. Im darauffolgenden Abschnitt 3.1.3 werden die physikalischen Effekte der Photonwechselwirkung mit Materie behandelt und in Abschnitt 3.1.4 daraus ein sehr genauer Wert des Massenabsorptionskoeffizienten von Wasser (besser als 0.1 %) abgeleitet.

Im Abschnitt A.2 werden Grundlagen zur Instrumentierung und Meßtechnik mit γ - und Röntgenstrahlung beschrieben. In Abschnitt 3.1.5 wird das hier verwendete γ -Densimeter nach Fritz Löffel beschrieben.

3.1.2 Meßprinzip

3.1.2.1 Entstehung und Einordnung von γ - und Röntgenstrahlung

Röntgen- und γ -Strahlung bilden, neben der kosmischen Strahlung, das hochenergetische Ende des elektromagnetischen Spektrums (siehe Tabelle 1.1 und Abbildung 1.1.). γ -Strahlen entstehen bei Kernumwandlungsprozessen, wenn angeregte Kernzustände in tieferenergetische zerfallen, während Röntgenstrahlung bei der Beschleunigung elektrischer Ladungen entsteht.

In technischen Anwendungen sind dies in aller Regel Elektronen. In Röntgenröhren werden Elektronen beim Durchlaufen eines Potentialgefälles zunächst beschleunigt und dann in einem Metallblock schnell abgebremst. Bei diesem Bremsprozeß, der einer negativen Beschleunigung entspricht, werden hochenergetische Photonen ausgesandt.

Eine in jüngerer Zeit zunehmend an Bedeutung gewinnende Quelle für Röntgenstrahlung sind Teilchenbeschleuniger. In Kreisbeschleunigern (heute in den meisten Fällen Synchrotrons) werden Teilchen auf eine Kreisbahn gezwungen. Um dies zu erreichen, werden sie bei der Ablenkung beschleunigt und strahlen dabei hochenergetische Strahlung ab. Die spektrale Zusammensetzung und Richtcharakteristik dieser Strahlung ist gut bekannt, und deshalb stellt diese "Synchrotronstrahlung" eine qualitativ hochwertige Röntgenquelle dar.

3.1.2.2 Wechselwirkung von Röntgen- und γ -Strahlung mit Materie

Die Meßprinzip beruht auf der Wechselwirkung elektromagnetischer Röntgen- oder γ -Strahlung mit der zu untersuchenden Materie, hier Eis. Zur Durchstrahlung von Festkörpern eignen sich diese relativ energiereichen und durchdringenden Strahlen am besten. Die energieärmeren elektromagnetischen Wellen oder Teilchenstrahlen besitzen zu geringe Eindringtiefen. Ein wichtiger Anwendungsbereich der Röntgen- und γ -Strahlen (siehe Tabelle 1.1) ist die Materialprüfung. Die Hauptwechselwirkungsarten von Röntgen- und γ -Strahlung mit Materie sind nach Leo [1994]¹:

- Photoelektrischer Effekt
- Compton-Streuung (gemeinsam mit Thomson- und Rayleigh-Streuung)
- Paarbildung

¹Der Abschnitt 3.1.2 wurde nach diesem Buch und Gerthsen, Kneser und Vogel [1989] bearbeitet.

Ebenso denkbar, aber sehr viel seltener sind Photoreaktionen mit dem Kern², die bei dieser Betrachtung deshalb vernachlässigt werden können. Die drei genannten Prozesse entfernen ein Photon gänzlich aus dem Strahl, entweder durch Absorption oder durch Streuung. Die geradlinig durchgegangenen Photonen sind deshalb diejenigen, die keine Reaktionen ausgeführt haben. Der Photonenstrahl behält deshalb bei der Abschwächung durch oben genannte Prozesse Photonen mit der ursprünglichen Energie. Lediglich seine Intensität wird abgeschwächt, d.h. die Anzahl an Photonen wird um die Anzahl vermindert, die herausgestreut oder absorbiert wurden. Die Intensität einer Welle ist ihre Energiestromdichte, d.h. die transportierte Energie pro Zeit und Einheitsfläche senkrecht zur Ausbreitungsrichtung [Gerthsen et al., 1989], d.h. die Photonenzahl pro Zeit und Fläche ist proportional der Intensität mit dem Proportionalitätsfaktor $h\nu$, der Energie eines Photons.

3.1.2.3 Lambert-Beer-Gesetz und Absorptionskoeffizient

Lambert-Beer-Gesetz Nach dem Lambert-Beer-Gesetz ergibt sich die Intensität $I(x)$ bei einer Absorberdicke x und Einfallintensität I_0 direkt aus der Annahme, daß die Intensität der in einem infinitesimalen Wegstück dx herausgestreuten Photonen proportional zur nach der Wegstrecke x noch vorhandenen Intensität $I(x)$ ist:

$$\frac{dI(x)}{dx} = -\mu I(x) \quad \Rightarrow \quad I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad \text{mit} \quad I_0 = I(0) \quad (3.1)$$

Die Proportionalitätskonstante μ heißt auch Absorptionskoeffizient³ und ist eine für das absorbierende Material charakteristische Größe, die in direkter Relation zum Wechselwirkungsquerschnitt steht.

Es ist aber zu beachten, daß μ nur für ein homogenes Material, und eine feste Photonenenergie eine Konstante ist.

Besonders im Bereich der Photoabsorption, in dem der Wirkungsquerschnitt stark energieabhängig ist (siehe Abbildungen 3.1 und 3.3), werden niederenergetische Strahlungskomponenten stärker absorbiert als hochenergetische. Daraus resultiert eine spektrale Verschiebung des Strahls zu höherenergetischer oder auch härterer Strahlung, weshalb der beschriebene Effekt auch als "beam hardening" bezeichnet wird. Damit fällt aber mit wachsender Dicke des Absorbers der effektive Absorptionskoeffizient und die mittlere Strahlenergie steigt. Bei Röntgenstrahlungssimulationen befindet man sich üblicherweise im Bereich der Photoabsorption und

²z.B. (γ, n) -Reaktionen, d.h. ein Neutron n wird aus dem Kern X mit Massenzahl A durch eine Reaktion mit einem Photon γ herausgeschlagen: ${}^A X + \gamma \rightarrow {}^{A-1} X + n$

³Da das Argument der Exponentialfunktion dimensionslos sein muß, muß μ die Dimension $[\mu] = \frac{1}{\text{Länge}}$ haben. Anschaulich ist $\frac{1}{\mu}$ die Absorberdicke, nach der die Intensität auf $\frac{1}{e} \approx 36.8\%$ der Einfallintensität abgefallen ist.

hat diesen Effekt, der dominierend werden kann, durch Aufnahme von Eichkurven zu berücksichtigen [Fortescue et al., 1994]. Bei der hier verwendeten monochromatischen γ -Quelle im Comptonstreibereich hat dieser Effekt keine Bedeutung.

Auch eine inhomogene Materialzusammensetzung hat Auswirkungen auf den Streukoeffizienten, da verschiedene Materialien unterschiedlich streuen. Diese Probleme treten bei Eiskernen nicht auf, da polares Eis ein Monomineral ist und die auftretenden Inhomogenitäten lediglich in der Struktur, nicht aber im Material zu finden sind.

3.1.2.4 Totaler Wirkungsquerschnitt

Durch Einführung des Absorptionskoeffizienten ist eine Meßgröße definiert, für die eine Relation zu mikroskopischen Parametern hergestellt werden muß.

Der totale Wirkungsquerschnitt pro Molekül σ ist ein mikroskopischer Parameter, der die Eigenschaften eines Streuzentrums beschreibt. In der Physik wird in der Regel der wesentlich allgemeinere differentielle Wirkungsquerschnitt angegeben. Diese Größe beinhaltet alle Winkelinformationen über den Streuprozess. Den totalen Wirkungsquerschnitt erhält man als Integral des differentiellen Wirkungsquerschnitts über den gesamten Raumwinkelbereich. Der totale Wirkungsquerschnitt⁴ gibt die Fläche pro Streuzentrum an, durch die alle gestreuten Teilchen hindurchtreten [Honerkamp und Römer, 1989]. Hat man N Streuzentren in einem Volumen V , so hat man die Volumendichte von $n = \frac{N}{V}$ Streuzentren. Dann finden auf einer Länge $\frac{V}{\sigma}$ im Mittel N Reaktionen pro Einheitseinfallsintensität statt. Das ist aber gerade die Definition des Absorptionskoeffizienten μ :

$$\mu = n \sigma \quad (3.2)$$

3.1.2.5 Massenabsorptionskoeffizient

Nun ist die Volumendichte n durch Materialkonstanten auszudrücken. Eine Materialkonstante wird die gesuchte Dichte sein, die anderen werden die Eigenschaften des Wassermoleküls zusammenfassen.

Die Streuung von γ -Quanten findet an Molekülen bzw. Elektronen statt (siehe unten). Eine wichtige Konstante eines Moleküls ist seine Masse m . Die Molekülmasse M gibt das Gewicht eines mols Moleküle an. Die Avogadro-Konstante N_A gibt die Anzahl an Teilchen in einem mol Stoffmenge an. Ein einzelnes Molekül hat die Masse $m = \frac{M}{N_A}$. Die Dichte $\rho = \frac{m_V}{V}$ gibt die Masse m_V pro Volumen V an. In einem Volumen V befinden sich N Moleküle, d.h.

$$\rho = \frac{N m}{V} = n m = \frac{n M}{N_A}$$

⁴Die Dimension des Wirkungsquerschnitts ist die einer Fläche. In der Kernphysik hat sich die Einheit "Scheunentor" $\hat{=}$ (engl.) 1 barn $\equiv 10^{-28} \text{m}^2$ durchgesetzt.

und unter Verwendung von Gleichung (3.2) erhält man die Relation der Meßgröße μ zur gesuchten Dichte ρ .

$$\alpha \equiv \frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A \sigma}{M} \quad (3.3)$$

Die auf diese Weise definierte Größe α nennt man Massenabsorptionskoeffizient⁵. Er berechnet sich nur aus Molekülkonstanten des Stoffes, d.h. er ist insbesondere von der Modifikation⁶ des untersuchten Stoffes unabhängig. Die Werte von Wasser gelten also auch für Eis.

3.1.2.6 Bestimmung der Dichte aus Streumessungen

Mit den oben angegebenen Formeln ergibt sich folgende Meßvorschrift für die Bestimmung der Dichte. Eine Probe der Materialdicke d wird senkrecht zur Strahlachse durchstrahlt. Gemessen werden die Intensität $I(d)$ und die Intensität einer Luftmessung $I(0)$. Einsetzen der Relation für den Massenabsorptionskoeffizienten (3.3) in das Lambert-Beer-Gesetz (3.1) und Auswertung bei $x = d$ liefert:

$$I(d) = I(0) e^{-\mu d} = I(0) e^{-\alpha \rho d} \quad (3.4)$$

Durch logarithmieren und freistellen erhält man die gesuchte Relation zur Bestimmung der Dichte ρ aus den Meßgrößen $I(d)$, $I(0)$, d und der Materialkonstanten, dem Massenabsorptionskoeffizienten α :

$$\rho = -\frac{1}{\alpha d} \ln \frac{I(d)}{I(0)} \quad (3.5)$$

3.1.3 Behandlung der physikalischen Effekte

Bevor der Absorptionskoeffizient und daraus die für die hier beschriebene Anwendung relevante Größe des Massenabsorptionskoeffizienten bestimmt wird, sollen zunächst die drei Wechselwirkungsprozesse einzeln diskutiert werden. Der hier dominierende Prozeß ist die Compton-Streuung.

⁵Man berechnet für seine Dimension $[\alpha] = \frac{[\mu]}{[\rho]} = \frac{1/\text{Länge}}{\text{Masse}/\text{Länge}^3} = \frac{\text{Länge}^2}{\text{Masse}}$.

⁶In jedem Fall für praktische Zwecke. Bei extrem hohen Temperaturen T , wenn die thermische Energie $kT \gg E_{\text{Bindung}}$ ($k = 1.380662 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ Boltzmannkonstante aus Leo [1994]) ist, können innere Elektronen thermisch angeregt werden, was einen Einfluß auf den Photoeffekt hätte. Aber dieser Fall tritt wegen $1\text{eV} \hat{=} T = \frac{1\text{eV}}{k} = 11605\text{K}$ bei den hier beschriebenen Anwendungen nicht auf.

3.1.3.1 Photoelektrischer Effekt

Ein Photon gibt seine Energie $h\nu$ an ein Atomelektron ab und schlägt es im allgemeinen nach der Einstein-Relation mit einer Energie $E = h\nu - W_{\text{Bindung}}$ aus dem Atom heraus, wo es die Bindungsenergie W_{Bindung} hatte. Da ein freies Elektron kein Photon unter gleichzeitiger Impulserhaltung absorbieren kann, tritt der Photoeffekt immer an gebundenen Elektronen mit Aufnahme des Rückstoßimpulses durch den Kern auf.

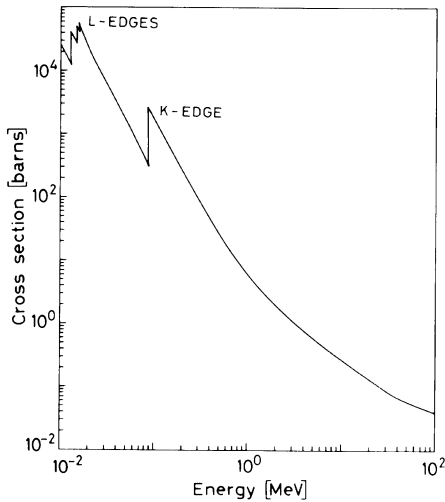


Abbildung 3.1: Berechneter photoelektrischer Wirkungsquerschnitt für Blei Entnommen aus Leo [1994] (1barn $\triangleq 10^{-28}\text{m}^2$). Als Beispiel für den qualitativen Verlauf des Wirkungsquerschnittes. Bei Wasser ist der Verlauf ähnlich, nur daß die Energieskala um einen Faktor^a $\left(\frac{Z_{\text{O}}}{Z_{\text{Pb}}}\right)^2 = \left(\frac{8}{82}\right)^2 \approx \frac{1}{100}$ verschoben ist.

^aDer Faktor ergibt sich aus der Moseleyformel (siehe Abschnitt 3.1.4.1)

Abbildung 3.1 zeigt den typischen photoelektrischen Wirkungsquerschnitt für Blei als eine Funktion der Einfallenergie. Bei Energien oberhalb der höchsten Elektronenbindungsenergie des Atoms (K-Schale) ist der Wirkungsquerschnitt relativ klein, nimmt aber sehr stark zu, wenn die K-Schalenenergie erreicht wird. Direkt nach diesem Punkt fällt der Wirkungsquerschnitt sehr stark ab, da die K-Elektronen nicht mehr länger für den Photoeffekt verfügbar sind. Unterhalb der K-Energieniveaus nimmt der Wirkungsquerschnitt wiederum zu und fällt bei den L-, M-, usw. Niveaus jeweils wieder ab. Diese Bereiche des starken Abfalls des Wirkungsquerschnittes nennt man üblicherweise “K-Absorptionskante”, “L-Absorptionskante”, “M-Absorptionskante”, usw. Theoretisch ist der Photoeffekt nicht leicht exakt zu behandeln, da die Dirac-Wellenfunktionen im allgemeinen für die Atome, und insbesondere die äußeren Schalen, sehr kompliziert sind. Für Photonenenergien oberhalb der K-Schale sind in aller Regel die K-Elektronen betroffen. Unter dieser Annahme kann bei nichtrelativistischen Energien, d.h. $h\nu \ll m_e c^2$ (m_e Elektronenmasse und c Lichtgeschwindigkeit.) in einer Bornschen Näherung⁷ gerechnet werden. Folgendes Ergebnis wird in Leo [1994] für

⁷Die Bornsche Näherung ist eine Störungstheorie, für den Fall, daß das streuende Feld als Störung angesehen werden kann. Man nimmt eine ebene Welle als Einfallswelle an und beschreibt die Streuwelle als eine Überlagerung von Kugelwellen. Näheres siehe Landau und Lifschitz [1979].

den Wirkungsquerschnitt pro Atom angeben:

$$\Phi_{\text{Photo}} = \frac{2^{10} 137^2 \pi^2 r_e^2}{3 Y^2} \left[\frac{E_K}{E} \right]^4 \frac{e^{-4\xi \cot^{-1} \xi}}{1 - e^{-2\pi\xi}} \quad (3.6)$$

mit folgenden Definitionen:

$$\xi = \sqrt{\frac{E_K}{E - E_K}}$$

$$E_K = (Y - 0.03)^2 \frac{m_e c^2}{2 \cdot 137^2}$$

Dabei ist r_e der klassische Elektronenradius⁸ und Y die Kernladungszahl des Atoms mit dem höchsten K-Schalenenergiebetrag. Den Bezug auf das Atom mit dem höchsten K-Schalenenergiebetrag muß man bei der Betrachtung von Molekülen machen, da die Behandlung in der Literatur in der Regel für Elemente gemacht ist. Bei Elementen ist die Ordnungszahl aber gleich der Elektronenzahl, so daß die Elektronenzahl in den Gleichungen zum Photoeffekt auftritt.

3.1.3.2 Compton-Streuung

Im Gegensatz zum Photoeffekt, der eine Art der Wechselwirkung eines Photons mit der Elektronenhülle eines ganzen Atoms ist, ist der Compton-Effekt die Wechselwirkung eines Photons mit einem einzigen Hüllenelektron des Atoms. Die Compton-Streuung stellt eine der am besten verstandenen Photon-Wechselwirkungen dar. Die Kinematik der Compton-Streuung wird anhand Abbildung 3.2 veranschaulicht.

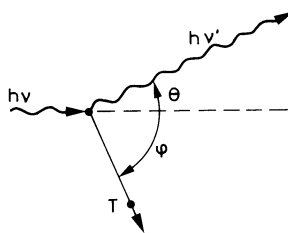


Abbildung 3.2: Kinematik der Compton-Streuung
Entnommen aus Leo [1994]: Ein γ -Quant $h\nu$ stößt elastisch, d.h. Energie und Impuls sind erhalten, mit einem ruhenden Elektron. Ein gestreutes Quant $h\nu'$ und das Elektron mit der kinetischen Energie $T = h\nu - h\nu'$ bewegen sich nach der Reaktion weiter.

Die Compton-Streuung ist die Streuung von Photonen an freien Elektronen. Im hier behandelten Fall sind die Elektronen zwar gebunden, aber falls die Photonenenergie groß gegenüber der Bindungsenergie ist, so ist die schwache Bindung eine gute Näherung für den Fall freier Elektronen. Der differentielle Wirkungsquerschnitt der Compton-Streuung ist als Klein-Nishina-Formel in der Literatur zu finden. Eine Integration über den gesamten Raumwinkelbereich ergibt den für die

⁸Zahlenwert $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2.817938 \cdot 10^{-15} \text{m}$ nach Leo [1994].

Streumessungen benötigten totalen Wirkungsquerschnitt für Compton-Streuung an einem Elektron σ_C :

$$\sigma_C = 2 \pi r_e^2 \left\{ \frac{1 + \gamma}{\gamma^2} \left[\frac{2(1 + \gamma)}{1 + 2\gamma} - \frac{1}{\gamma} \ln(1 + 2\gamma) \right] + \frac{1}{2\gamma} \ln(1 + 2\gamma) - \frac{1 + 3\gamma}{(1 + 2\gamma)^2} \right\} \quad (3.7)$$

mit der Definition⁹:

$$\gamma = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$

Da in jedem Wassermolekül $Z = 8 + 1 + 1 = 10$ Elektronen vorhanden sind, ist der Wert für ein einzelnes Elektron noch mit Z zu multiplizieren, so daß sich der Compton-Streuquerschnitt für ein Wassermolekül zu $Z \sigma_C = 10 \sigma_C$ ergibt.

3.1.3.3 Thomson- und Rayleighstreuung

In Verbindung mit der Comptonstreuung stehen die klassischen Prozesse der Thomson- und Rayleigh-Streuung. Thomson-Streuung ist die Streuung von Photonen an freien Elektronen im klassischen Limit. In der niederenergetischen Grenze geht die Klein-Nishina-Formel in das Ergebnis der klassischen Rechnung über.

Rayleighstreuung ist die Streuung von Photonen an ganzen Atomen. Bei diesem Prozeß nehmen alle Elektronen des Atoms in einer kohärenten Überlagerung an der Streuung teil.

Bei beiden Prozessen wird keine Energie an das Medium übertragen, die Atome werden weder angeregt noch ionisiert, sondern nur die Richtung des Photons wird geändert. Bei den relativ hohen Energien der Röntgen- und γ -Strahlen können Thomson- und Rayleighstreuung in den meisten Anwendungen vernachlässigt werden, da ihr Beitrag sehr klein ist¹⁰.

⁹Dieses γ ist analog dem in der Relativitätstheorie. In der Relativitätstheorie bezeichnet man üblicherweise mit γ das Verhältnis von Energie zu Ruheenergie. Die Ruheenergie des Elektrons ist die charakteristische Ruheenergie der Comptonstreuung in deren Einheiten die Photonenenergie gemessen wird, die Bezeichnung ist nicht außergewöhnlich, da die Quantenelektrodynamik eine relativistische Theorie ist.

¹⁰Thomson-Streuung ist ohnehin im Compton-Querschnitt enthalten. Bei Rayleighstreuung ist nicht unmittelbar klar, daß der Wirkungsquerschnitt klein bleibt. Man merkt sich üblicherweise, daß der Rayleigh-Streuwirkungsquerschnitt mit der 4. Potenz der Frequenz der einstrahlten Welle geht, also sollte hier ein großer Wirkungsquerschnitt erhalten werden. Diese Betrachtung gilt strenggenommen nur für den niederenergetischen Bereich, da die Streuformel in klassischer Näherung, also für $h\nu \ll m_e c^2$, abgeleitet ist. In der Rayleigh-Formel tritt aber ein weiterer, mit dem Betrag des Quadrats der Dielektrizitätskonstanten gehender Faktor auf. Da man sich weit oberhalb der K-Schalenenergie befindet, geht dieser Faktor nach der Debyeschen Brechungstheorie mit dem inversen Quadrat der Photonenenergie. Die starke Frequenzabhängigkeit hebt sich also gerade heraus. Für Formeln siehe Jackson [1982].

3.1.3.4 Paarbildung

Der Prozeß der Paarbildung berührt die Transformation eines Photons in ein Elektron-Positron-Paar. Wegen der Impulserhaltung kann dies nur in Anwesenheit eines dritten Körpers, normalerweise eines Kerns, stattfinden. Außerdem muß ein Photon mindestens die doppelte Ruheenergie eines Elektrons $2 m_e c^2 = 1.022 \text{ MeV}$ haben, um ein Elektron-Positron-Paar zu bilden. Der Prozeß setzt also überhaupt erst oberhalb der doppelten Ruheenergie des Elektrons ein. Die üblicherweise in der Literatur angegebenen Formeln sind im Niederenergiebereich nach Leo [1994] nicht sehr genau, da sie in Näherung gerechnet sind. Da im Energiebereich oberhalb von 1 MeV keine Messungen durchgeführt werden und auch in nächster Zeit nicht geplant sind, soll die qualitative Erwähnung des Effektes der Vollständigkeit halber genügen¹¹.

3.1.4 Massenabsorptionskoeffizient für Wasser bei der γ -Energie der ^{137}Cs -Linie

In diesem Abschnitt soll der benötigte Massenabsorptionskoeffizient für Wasser aus den oben angegebenen Formeln berechnet und mit tabellierten Literaturdaten verglichen werden. Ein sehr genauer Zahlenwert (besser als 0.1 % Fehler) des Streukoeffizienten für die zur Messung verwendete γ -Energie der 662 keV ^{137}Cs -Strahlung wird abgeleitet.

3.1.4.1 Wirkungsquerschnitt für Wasser bei einer γ -Energie unterhalb 1 MeV

Beitrag des Photoeffekts zum Wirkungsquerschnitt Für die Berechnung des Wirkungsquerschnitts des Photoeffekts benötigt man die Kernladungszahl für das Atom mit der höchsten K-Schalenenergie. Im Wassermolekül hat Sauerstoff die höchste K-Schalenenergie. Das K-Schalenelektron des Wasserstoffs ist an einem Bindungsorbital beteiligt (Dissoziationsenergie 498 kJ/mol $\hat{=}$ 5.16 eV aus Weast, Astle und Beyer [1984]).

Die K-Schalenenergie E des Sauerstoffs kann man mit Hilfe des Moseleyschen Gesetzes¹² $E = E_{\text{Wasserstoff}} \left(\frac{Y-s}{n} \right)^2$ [Haken und Wolf, 1990] abschätzen. Mit dem

¹¹In Leo [1994] und Jaeger und Hübner [1974] sind aber weitere Referenzen angegeben, in denen die Werte für den Massenabsorptionskoeffizienten tabelliert sind.

¹²Diese Formel kann man auch unter "Der Grundzustand des Heliumatoms" in Quantenmechanikbüchern (z.B. Messiah [1990]) finden. Man löst das Problem mit dem Ritzschen Variationsprinzip, das den Wert von s liefert. s hat die physikalische Interpretation eines Abschirmparameters, d.h. die Abschirmung der Kernladung Y durch das jeweils andere Elektron in der K-Schale (In den theoretischen Rechnungen erhält man einen etwas anderen Parameter, als den hier angegebenen Erfahrungswert).

Abschirmparameter $s = 1$, Hauptquantenzahl $n = 1$, Kernladungszahl $Y = 8$ für Sauerstoff und der Grundzustandsenergie des Wasserstoffs $E_{\text{Wasserstoff}}^{13}$. Mit oben angeführten Parametern berechnet man für die K-Schalenenergie des Sauerstoffs $E = -666 \text{ eV}^{14}$. Damit liegt die höchste K-Kante der Atome im Wassermolekül deutlich unterhalb des betrachteten Energiebereichs für Röntgen- und γ -Strahlung (siehe Tabelle 1.1).

Die geringe Kernladungszahl von Sauerstoff macht die genaue Angabe des Photoabsorptionswirkungsquerschnitts erst möglich, da die Messungen im Röntgenbereich weit entfernt von der obersten, der K-Absorptionskante durchgeführt werden. Beim Blei hingegen, das mit einer Kernladungszahl von $Y = 82$, eine um einen Faktor 100 höherliegende K-Absorptionskante hat, befindet man sich bei Messungen im Röntgen- und γ -Energiebereich mitten im Bereich der Absorptionskanten, in dem eine quantitative Behandlung schwierig ist. Nach Leo [1994] gibt es zwar Ergebnisse, die aber nicht so genau sind, wie die oben für die Sauerstoff-K-Absorptionskante vorgestellten.

Der höchste auftretende Bindungsenergiebetrag für die Sauerstoff K-Elektronen ist also eine Größenordnung kleiner als weiche Röntgenstrahlung und bei der im Experiment verwendeten γ -Strahlung von 662 keV sogar drei Größenordnungen kleiner. Die angegebene Streuformel sollte also eine gute Näherung sein.

Beitrag der Compton-Streuung zum Wirkungsquerschnitt Die Näherung freier Elektronen für die Berechnung des Comptoneffekts sollte sehr gut erfüllt sein, da die Bindungsenergien klein gegen die γ -Energien sind (s.o.). Wasser hat 8 Elektronen, die vom Sauerstoffatom in das Molekül eingebracht werden, die Wasserstoffatome bringen jeweils ein Elektron in das Molekül ein. Die Anzahl der Elektronen im Wassermolekül ist also $Z = 10$.

Beitrag anderer Prozesse zum Wirkungsquerschnitt Andere oben diskutierte Prozesse, wie Thomson- und Rayleighstreuung tragen vernachlässigbar bei. Da die γ -Energie von 662 keV unterhalb der Schwelle für das Einsetzen des Paarbildungseffektes von 1.022 MeV ist, trägt auch dieser Effekt nicht zum Wirkungsquerschnitt bei.

Wirkungsquerschnitt für Wasser bei einer γ -Energie unterhalb von 1 MeV Nach obiger Diskussion tragen im betrachteten Energiebereich nur Photoeffekt (3.6) und Comptonstreuung (3.7) zum Gesamtwirkungsquerschnitt σ bei:

$$\sigma = \Phi_{\text{Photo}} + Z \sigma_{\text{C}} = \Phi_{\text{Photo}} + 10 \sigma_{\text{C}} \quad (3.8)$$

¹³Zahlenwert $E_{\text{Wasserstoff}} = -\frac{m_e e^4}{2 \hbar^2 (4 \pi \epsilon_0)^2} = -13.59 \text{ eV}$ aus Haken und Wolf [1990].

¹⁴Dieses Näherungsergebnis korrespondiert auch gut mit dem in Weast, Astle und Beyer [1984] für die K-Kante angegebenen Wert von einer charakteristischen Wellenlänge von 23.301 Å, was einer Energie von 532 eV entspricht.

3.1.4.2 Massenabsorptionskoeffizient bei einer γ -Energie unterhalb von 1 MeV

Berechnung des Massenabsorptionskoeffizienten Aus dem Wirkungsquerschnitt (3.8) berechnet man mit der Gleichung (3.3) für den Massenabsorptionskoeffizienten α von Wasser im angegebenen Energiebereich:

$$\alpha = \frac{N_A \sigma}{M} = \frac{N_A (\Phi_{\text{Photo}} + 10 \sigma_C)}{M} \quad (3.9)$$

Die Molekülmasse von Wasser berechnet man mit Zahlenwerten aus Jaeger und Hübner [1974] zu $M_{\text{H}_2\text{O}} = (2 \times 1.00797 + 15.9994) \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 18.0153 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$. Mit diesen Werten wurden die in Tabelle 3.1 angegebenen Werte für den Massenabsorptionskoeffizienten berechnet. Abbildung 3.3 zeigt die Energieabhängigkeit des Massenabsorptionskoeffizienten für Wasser grafisch.

γ -Energie [keV]	Massenschwächungskoeffizient [$\frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$]		rel. Abweichung $\frac{\alpha_J - \alpha_{\text{ber}}}{\alpha_J}$
	Jaeger α_J	ber. Photo- und Comptoneffekt α_{ber}	
10	5.21	5.12	0.017
15	1.59	1.56	0.018
20	0.778	0.742	0.047
30	0.370	0.343	0.074
40	0.267	0.249	0.068
50	0.224	0.214	0.044
60	0.205	0.197	0.040
80	0.184	0.178	0.030
100	0.172	0.167	0.027
150	0.151	0.149	0.014
200	0.137	0.136	0.0064
300	0.120	0.118	0.015
400	0.106	0.106	0.0011
500	0.0966	0.0967	-0.00074
600	0.0894	0.0894	-0.00026
800	0.0785	0.0785	-0.00055
1000	0.0706	0.0706	-0.000035
1500	0.0575	0.0574	0.0025
2000	0.0493	0.0489	0.0076
3000	0.0396	0.0385	0.029
4000	0.0340	0.0321	0.056
5000	0.0303	0.0277	0.086

Tabelle 3.1: Vergleich von Literatur- und berechneten Daten für den Massenabsorptionskoeffizienten von Wasser

Die Daten α_J sind Jaeger und Hübner [1974] entnommen. Die Daten α_{ber} sind mit den angegebenen Formeln für Photoeffekt und Comptonstreuung berechnet. Oberhalb von 1 MeV erkennt man an der zunehmenden relativen Abweichung deutlich, daß in diesem Bereich der nicht mitberechnete Paarbildungseffekt zunehmend relevant wird.

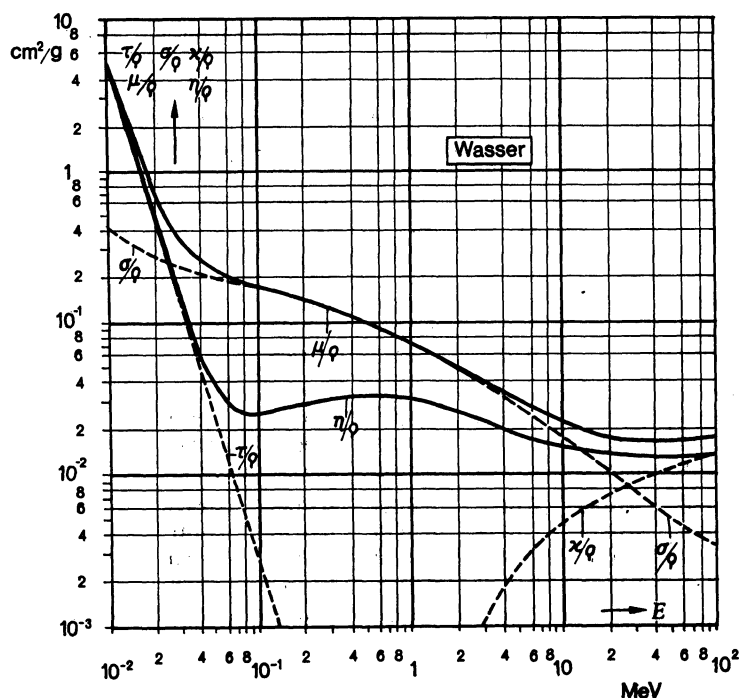


Abbildung 3.3: Massenabsorptionskoeffizient für Wasser als Funktion der Photonenenergie

Entnommen aus Jaeger und Hübner [1974]. Massenabsorptionskoeffizient $\alpha = \mu/\rho$, Massen-Photoabsorptionskoeffizient $\alpha_{\text{photo}} = \tau/\rho$, Massen-Streukoeffizient $\alpha_C = \sigma/\rho$ (einschließlich der kohärenten Streuung) und Massenpaarbildungskoeffizient $\alpha_{\text{paarbildung}} = \kappa/\rho$. η/ρ ist der Massenenergieumwandlungskoeffizient, der für die hier durchgeführten Betrachtungen keine Bedeutung hat.

Vergleich von Literaturdaten und berechneten Daten In Tabelle 3.1 sind die Literaturdaten mit den aus oben angegebenen Formeln berechneten verglichen. Bei den Literaturdaten ist nicht angegeben, ob sie Meß- oder Theoriewerte sind. Alle verfügbaren Quellen zitieren eine Arbeit von Davisson [1966]¹⁵. Für die Berechnungen an dieser Stelle wurden die Werte aus Jaeger und Hübner [1974] verwendet.

Wie man in Abbildung 3.3 sieht, hat der Photoeffekt bis ca. 100 keV einen wesentlichen Beitrag zum Massenabsorptionskoeffizienten. In diesem Bereich treten Abweichungen bis zu 7.5 % von den in Tabelle 3.1 tabellierten Werten auf. Das ist aber zu erwarten, da es sich ja nur um eine Näherungsrechnung handelt und eine exakte Rechnung, wie oben erwähnt, schwierig ist.

Oberhalb von 100 keV wird die Wechselwirkung durch den Compton-Effekt be-

¹⁵Herr Heinloth konnte in der Arbeit allerdings auch nicht feststellen, ob es sich um Meß- oder Theoriewerte handelt. Das Werk ist aber ein absolutes Standardwerk, also sollten die angegebenen Stellen signifikant sein.

stimmt. Der Compton-Effekt ist, bis auf die Annahme freier Elektronen, die aber sehr gut erfüllt ist, eine exakte Theorie. Dies sieht man auch daran, daß die Literaturdaten und berechneten Werte in diesem Bereich besser als 1.5 %, oberhalb von 500 keV sogar besser als 0.1 % übereinstimmen.

Oberhalb von 1.5 MeV nimmt die Abweichung wieder zu. Das hat seine Ursache darin, daß in diesem Bereich der Paarbildungseffekt mit steigender Energie zunehmend relevant wird, der aber hier nicht mitberechnet wurde.

3.1.4.3 Massenabsorptionskoeffizient für die 662 keV ^{137}Cs -Linie

Für die Messungen hier wird der Wert des Massenabsorptionskoeffizienten bei der 662 keV ^{137}Cs -Linie benötigt. Es stehen keine Tabellen mit diesem Wert zur Verfügung. Allerdings stimmen die Literaturwerte im benötigten Energiebereich von 600 keV bis 800 keV besser als 0.1 % mit den, aus den oben angegebenen Formeln, berechneten überein. Der genaueste Zahlenwert von 661.660 keV für die Photonenenergie der ^{137}Cs -Linie in der Literatur ist in Seelmann-Eggebert, Pfennig, Münzel und Klewe-Nebenius [1981] zu finden. Der für diesen Zwischenwert berechnete Wert des Massenabsorptionskoeffizienten sollte also wenigstens genauso verläßlich sein, wie die aufgelisteten Werte. Außerdem ist in diesem Energiebereich der Comptoneffekt dominierend, für den die hier verwendete Theorie sehr genau ist. Die Rechnung liefert:

$$\alpha = 0.085645 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \quad \text{für eine } \gamma\text{-Energie von } 661.660 \text{ keV} \quad (3.10)$$

3.1.4.4 Diskussion

Bisher wurde für die Auswertung der γ -Streumessungen ein Massenabsorptionskoeffizient von $\alpha = 0.0840 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$ verwendet. Die relative Abweichung zum oben abgeleiteten Wert ist fast 2 %. Der frühere Wert wurde anhand von aufgelisteten Werten für den Massenschwächungskoeffizienten aus Grasty [1979] interpoliert¹⁶. Die dort aufgelisteten Tabellenwerte stimmen mit denen in Jaeger und Hübner [1974] gut überein. Die angegebenen Werte für 600 keV und 800 keV sind in beiden Büchern die gleichen. Bei einer Interpolation mit einem systematisch falschen Modell können Fehler auftreten, so daß die Annäherung durch exakte Theorie mit nachfolgender Konsistenzprüfung das verläßlichere Verfahren ist. Die oben angegebene Abweichung von 0.1 % als Fehlerabschätzung ist konservativ gewählt, so daß der angegebene Wert mit nicht mehr als 0.1 % Fehler behaftet sein sollte. Im Vergleich zum früher benutzten Wert der um fast 2 % vom neu bestimmten Wert abweicht, bedeutet das eine Senkung der Fehlerschranke um mehr als eine Größenordnung.

¹⁶Persönliche Mitteilung Sebastian Gerland.

Der Massenabsorptionskoeffizient geht in alle Streumessungen ein und sein Zahlenwert sollte nach Möglichkeit mit einem wesentlich kleineren Fehler als die übrigen eingehenden Meßgrößen behaftet sein. Bei der Auswertung der Meßdaten in Abschnitt 4.3.4 werden Fehler für die Dichte von teilweise weniger als 1 % abgeschätzt. Der hier abgeleitete Massenabsorptionskoeffizient mit einem Fehler von weniger als 0.1 % ist genau genug, um die Fehler der Messung nicht zu dominieren. Mit dem früher benutzten Massenabsorptionskoeffizienten mit einer Abweichung von 2 % vom neuen Wert wäre eine prinzipiell sehr genau bekannte Materialkonstante wegen einer unzureichenden Literaturrecherche die limitierende Größe der Meßgenauigkeit. Des weiteren ist der Fehler in einer Konstanten ein systematischer Fehler, der auch durch die Bildung von Mittelwerten nicht verkleinert wird.

3.1.5 Das γ -Densimeter nach Fritz Löffel

3.1.5.1 Beschreibung

Zur Messung der Dichte wird ein "Löffel-Einstrahl-Gamma-Densimeter" der Firma Löffel Verfahrenstechnik GmbH, Karlsruhe verwendet.

Das System besteht aus folgenden Komponenten [Löffel, 1989]:

- Gammamat TI-FF abgeschirmter Isotopencontainer
- elektrische Gammamat Fernbedienungseinheit
- Gammamat Fernbedienungskontrolleinheit
- Gehäuse und austauschbare Kollimatoranordnung mit 1 mm x 10 mm Blei-Schlitzkollimator bestückt
- optisch stabilisierter Szintillationsdetektor (Gammastrahlenintensitätssensor)
- SMS-102A Analogausgabesignalgenerator
- NIM 19"-Rahmen

Abbildung 3.4 zeigt den prinzipiellen Aufbau des Systems zur Dichtemessung von Eiskernen mit der Streuung von γ -Quanten. Ein kollimierter Strahl von ^{137}Cs γ -Quanten wird durch den Eiskern geleitet, der in der Bestrahlungszone von einer Bleiabschirmung umgeben ist. Entsprechend der in Abschnitt 3.1.2 beschriebenen Wechselwirkungen wird der Strahl geschwächt. Der durchgelassene Strahl wird mit einem Schlitzkollimator nochmals kollimiert, und seine Intensität wird mit einem optisch stabilisierten Szintillationsdetektor gemessen. Der Szintillationsdetektor ist ein in seinen Prinzipien in Anhang A.2 beschriebenes System

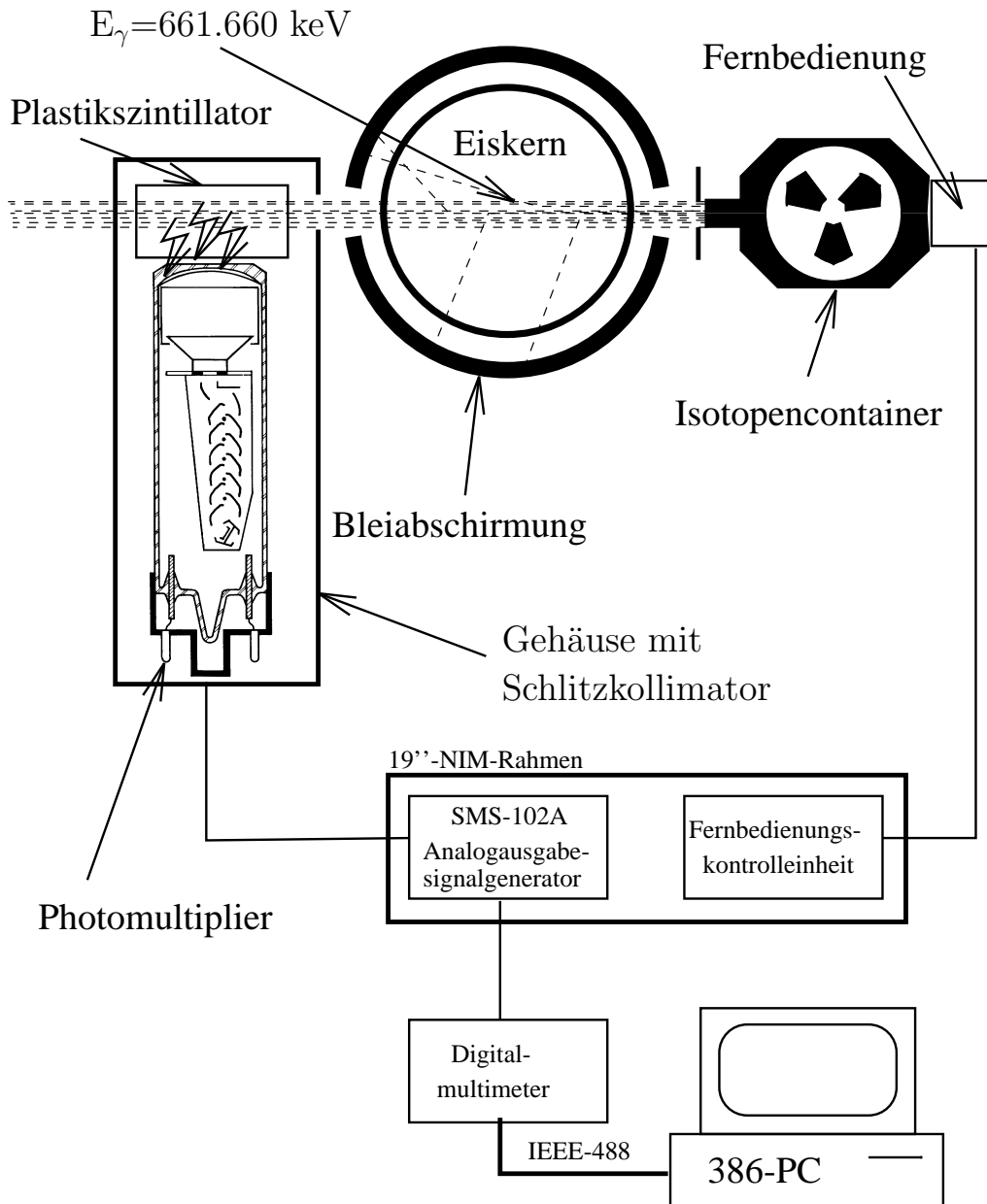


Abbildung 3.4: Aufbau des γ -Dichtemeßsystems

aus Szintillator mit optisch stabilisiertem Photomultiplier. Ein Analogausgabesignalgenerator greift das Photomultipliersignal ab und erzeugt ein analoges Spannungssignal, das der Intensität des γ -Strahls proportional ist. Dieses Signal wird von einem Digitalmultimeter gemessen, das von einem PC ausgelesen wird. Das gesamte System ist auf die in Abschnitt 1.3.3 beschriebene "GRIP-Meßbank" montiert, und die Meßgeräte sind in den dazugehörigen Kisten der Firma Zarges untergebracht. Der Meßaufbau gliedert sich in die Strahlungsquelle mit Kontrolleinheiten und in den Szintillationsdetektor mit Ausleseeinheiten, die in den folgenden Abschnitten in ihren Einzelkomponenten beschrieben werden.

3.1.5.2 Strahlungsquelle

Quelle Als γ -Quelle dient eine ^{137}Cs -Quelle. Abbildung 3.5 zeigt das Niveauschema für den Zerfall von ^{137}Cs .

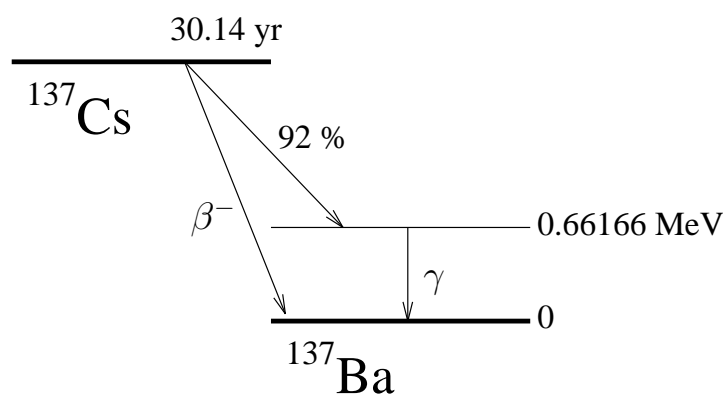


Abbildung 3.5: Niveauschema für ^{137}Cs Zerfall

Zahlenwerte entnommen aus Seelmann-Eggebert, Pfennig, Münzel und Klewe-Nebenius [1981].

Eigentlich handelt es sich bei der γ -Strahlung um eine ^{137}Ba -Linie. ^{137}Cs zerfällt (zu 92 %) über negativen β -Zerfall¹⁷ in einen angeregten $^{137}\text{Ba}^*$ -Zustand, der dann durch Aussendung eines γ -Quants in den ^{137}Ba -Grundzustand zerfällt. Die Eigenschaften dieser Strahlung und insbesondere ihre Wechselwirkung mit Wasser wurden in Abschnitt 3.1.2 diskutiert. Die verwendete Strahlung ist, wie in Abschnitt A.2.1 diskutiert, für die hier beschriebene Dichtemessung gut geeignet. Das Präparat hatte bei Lieferung (1991) eine Aktivität von 111 $\text{GBq} \hat{=} 3 \text{ Ci}$ ¹⁸. Dieser γ -Strahler ist in einem bauartgenehmigten Behälter (Klasse B) Gammamat TI-FF untergebracht, der eine Freisetzung radioaktiven Materials verhindern soll. Bei geöffneter Quelle tritt ein auf ca. 2 mm Durchmesser kollimierter γ -Strahl an der Austrittsöffnung des Quellenbehälters aus¹⁹.

An der Quelle wird die elektrische Gammamat-Fernbedienungseinheit angebracht, mit der die Quelle geöffnet und geschlossen werden kann. Die Steuerung und An-

¹⁷In Gleichungen: $^{137}_{55}\text{Cs} \longrightarrow ^{137}_{56}\text{Ba}^* + {}_{-1}^0\text{e} + {}_0^0\bar{\nu}$. Das Antineutrino $\bar{\nu}$ taucht im Niveauschema nicht auf, da es üblicherweise nicht nachgewiesen wird.

¹⁸1 Curie (Ci) = $3.7 \times 10^{10} \frac{\text{Zerfälle}}{\text{s}}$.

¹⁹Persönliche Mitteilung von Löffel Verfahrenstechnik GmbH an Sebastian Gerland für TI-Container.

zeige des Zustands der Quelle erfolgt mit der Gammamat Fernbedienungskontrolleinheit. Die Kontrolleinheit enthält Akkumulatoren, die einen sicheren Weiterbetrieb der Quelle bei Netzausfällen gewährleisten sollen. Die Fernbedienungskontrolleinheit ist in einen 19"-NIM-Rahmen montiert, der die Stromversorgung bereitstellt.

3.1.5.3 Szintillationsdetektor

Detektorgehäuse und Kollimator Das Detektorgehäuse ist aus hartem, eloxiertem Aluminiumalloy hergestellt, um interne Temperaturdifferenzen zu unterdrücken. In das Gehäuse ist ein 1 mm breiter und 10 mm hoher Bleischlitzkollimator eingebaut, um eine hohe räumliche Auflösung bei ausreichender Intensität für eine gute Photonenstatistik zu gewährleisten. Die eingebaute Photomultipliierröhre ist durch eine Mumetallabschirmung gegen äußere Magnetfelder abgeschirmt.

γ -Strahlenintensitätssensor Der Detektor selbst besteht aus einem Plastikszintillator (Polyvinyltoluol²⁰) und einer Photomultipliierröhre (Hamamatsu). Der Photomultiplier wird im Intensitätsmodus betrieben, so daß sogar bei Photonenraten von $10^{8\frac{1}{5}}$ keine Totzeiteffekte auftreten. Der Photomultiplier wird optisch stabilisiert, wie in Abschnitt A.2.4 beschrieben. Der Plastikszintillator selbst ist nicht in die Stabilisierung miteinbezogen. Er sollte allerdings, wie in Abschnitt A.2.3.2 beschrieben, einen geringen Temperaturgradienten der Lichtausbeute haben. Zusätzlich wird seine Temperatur gemessen und das Ausgangssignal entsprechend von der Elektronik korrigiert.

Signalgenerator Der SMS-102A Analogausgabesignalgenerator greift das Stromsignal des Photomultipliers ab und wandelt es in ein verstärktes analoges Spannungssignal im Bereich zwischen 0 V und 10 V um. Im Analogausgabesignalgeneratormodul ist auch die Stabilisierungselektronik für Photomultiplier und Szintillator untergebracht.

Das Modul zeigt die Ausgangsspannung und damit den Arbeitsbereich des Photomultipliers mit einer farbigen Diodenkette (grün, gelb, rot) an. Wie in Abschnitt A.2.3.4 erwähnt, kann das Auftreten von Nichtlinearitäten im Ausgangssignal des Szintillationsdetektors vermieden werden, wenn der Photomultiplier bei einem niedrigeren Arbeitspunkt betrieben wird als er eigentlich spezifiziert ist. Der grüne Arbeitsbereich von 0 V bis ca. 8 V sollte also nicht voll ausgeschöpft werden. In Löffel [1989] wird ein Arbeitspunkt von 5 V empfohlen. Den Arbeitspunkt legt man mit einem 3 Dekaden Druckschalter fest. Der Einstellbereich geht von 100 % bis 999 % "Sensitivity", wobei Einstellungen über 100 % einer Verstärkung entsprechen.

²⁰Persönliche Mitteilung Löffel Verfahrenstechnik GmbH an Sebastian Gerland.

Die Detektorspannung und die gemessene Szintillatortemperatur werden über Digitalanzeigen angezeigt. Die Lowpassfilterkonstante des in Abschnitt A.2.4 beschriebenen Filters zur Abtrennung des Meßsignals aus dem Signal mit aufgesetzten Pulsen der Photomultiplierstabilisierung läßt sich im Bereich von 0.01 s bis 3.0 s über einen Rasterschalter einstellen.

3.1.5.4 Zubehör

NIM-Rahmen NIM ist die Abkürzung für Nuclear Instrument Module. In der Kern- und Hochenergiephysik hat sich dieser Standard für die mechanische und elektrische Konstruktion von Modulen durchgesetzt. Meßaufbauten können aus Standardbauteilen, die in normierte Stecker für die Stromversorgung und Verkabelung passen, sehr leicht zusammengebaut werden [Leo, 1994]. Diese Stecker sind in Rahmen montiert, in denen die Module mechanisch fixiert werden. Ein 19"-NIM-Rahmen ist in einer der Zargesboxen für die "GRIP-Meßbank" fest montiert und nimmt das Modul für die Fernbedienungskontrolleinheit und den Analogausgabesignalgenerator SMS-102A auf.

3.1.5.5 Datenerfassung

Die Datenerfassung erfolgt wie in Abschnitt 1.3 beschrieben. Ein Digitalmultimeter liest alternierend das Detektorspannungssignal und das Signal für die Szintillatortemperatur aus. Die Steuerung des Digitalmultimeters erfolgt über eine IEEE-488 Schnittstelle von einem PC.

Kapitel 4

Messungen und Ergebnisse

4.1 Dielektrische Eigenschaften polarer Eiskerne mit der AWI-DEP-Apparatur

4.1.1 Einführung

In diesem Abschnitt werden Messungen, die die AWI-DEP-Apparatur ermöglicht, exemplarisch diskutiert.

Zunächst wird in Abschnitt 4.1.2 die Messung des Frequenzgangs der Leitfähigkeit und der relativen Dielektrizitätskonstante an einer ausgewählten Stelle des Eiskerns B18 diskutiert und mit Literaturdaten verglichen.

In Abschnitt 4.1.3 werden die in Abschnitt A.3 auszugsweise aufgezeichneten Ergebnisse für die Materialkonstanten Leitfähigkeit und relative Dielektrizitätskonstante in ihrer Ableitung aus den Meßdaten mit einer Fehlerbetrachtung diskutiert. Die aus den Datensätzen abgeleiteten glaziologischen Parameter, wie Vulkantiefen und Akkumulationsraten, werden in Abschnitt 4.4 angegeben bzw. in ihrer Ableitung diskutiert.

Aus den DEP-Daten kann man Dichten nach dem in Abschnitt 2.2.4.4 angegebenen Looyenga-Mischungs-Modell berechnen. Der Kern B26 ist der erste Kern für den sowohl DEP-Messungen mit der AWI-DEP-Apparatur als auch Rohdaten für die Dichte aus γ -Streumessungen vorliegen. Es ergeben sich Übereinstimmungen aus beiden Meßverfahren, die in Abschnitt 4.1.4 aufgezeigt werden.

4.1.2 Frequenzgang

4.1.2.1 Messung an einer ausgewählten Stelle

Die in Anhang A.1 vorgestellte Jaccard-Theorie macht Voraussagen über das dielektrische Verhalten von reinem Eis. In der Literatur werden Messungen mit Parallelplattenkondensatoren mit vollständig isolierenden Elektroden an polaren Eisproben vorgestellt [Paren, 1973]. Mit der DEP-Apparatur sind prinzipiell die gleichen Messungen wie mit ebenen Parallelplattenkondensatoranordnungen möglich.

Bei der Sammlung der Relationen zur Ableitung von Materialkonstanten aus DEP-Meßdaten in Abschnitt 2.2.4 wurde erwähnt, daß im niederfrequenten Bereich wegen der hohen relativen Dielektrizitätskonstanten von Eis im Bereich von 100 Messungen problematisch sind, da geringe Abweichungen von der idealen Geometrie zu großen Fehlern führen. Deshalb wurde ein Kernstück mit guter Kernqualität ausgewählt.

Da in der Literatur Daten von reinem Eis referiert sind, wurde der zu messende Bereich nach einem niedrigen Signal in den Messungen der Wechselstromleitfähigkeit mit kratzenden Elektroden ausgewählt. Ein nach diesen Auswahlkriterien geeigneter Bereich ist B18 in einer Tiefe von 120.4 m.

Abbildung 4.1 zeigt das Ergebnis einer Messung des erwähnten Kernabschnitts im Eislabor des Alfred-Wegener-Instituts bei einer Umgebungstemperatur von -18°C . Die Fehler wurden nach der Spezifikation des Meßgerätes bestimmt, da die Fehlerbetrachtung nach der Eichmessung in Abschnitt 2.1.3.3 nur für eine Frequenz von 250 kHz gilt. Für realistische Fehlerabschätzungen bei anderen Frequenzen müßte das Meßgerät erst noch geeicht werden. Dieser enorme Aufwand war aus Zeitgründen für die Betrachtung in diesem Abschnitt alleine zu hoch.

4.1.2.2 Literaturdaten

Für polares Eis lagen als einzige Literaturdaten die aus der Arbeit von Paren [1973] vor. Man entnimmt der Arbeit die in Gleichung (2.7) angegebene Aktivierungsenergie für polares Eis von 0.255 eV und liest aus der in Abbildung 2.17 wiedergegebenen Grafik eine hochfrequente Leitfähigkeit von $\sigma_{\infty} = 1.9 \times 10^{-5} \frac{\text{S}}{\text{m}}$ bei einer Temperatur von -20°C ab.

Die Relaxationszeit von polarem Eis ist in der Arbeit von Paren nicht angegeben. Für die Relaxationszeit wird der Meßwert aus der grundlegenden Arbeit von Jaccard [1959] zu seiner Theorie der Leitung in Eis, der im Übersichtsartikel von Petrenko [1993a] zitiert ist, verwendet. Für die Relaxationszeit bei 0°C wird $\tau_{\text{D}} = 2 \times 10^{-5}\text{s}$ angegeben. Nach Petrenko stimmen die Aktivierungsenergien für die hochfrequente Leitfähigkeit und die Relaxationszeit bis auf ein Vorzeichen dem

DEP: Vergleich des Frequenzgangs mit Literaturdaten

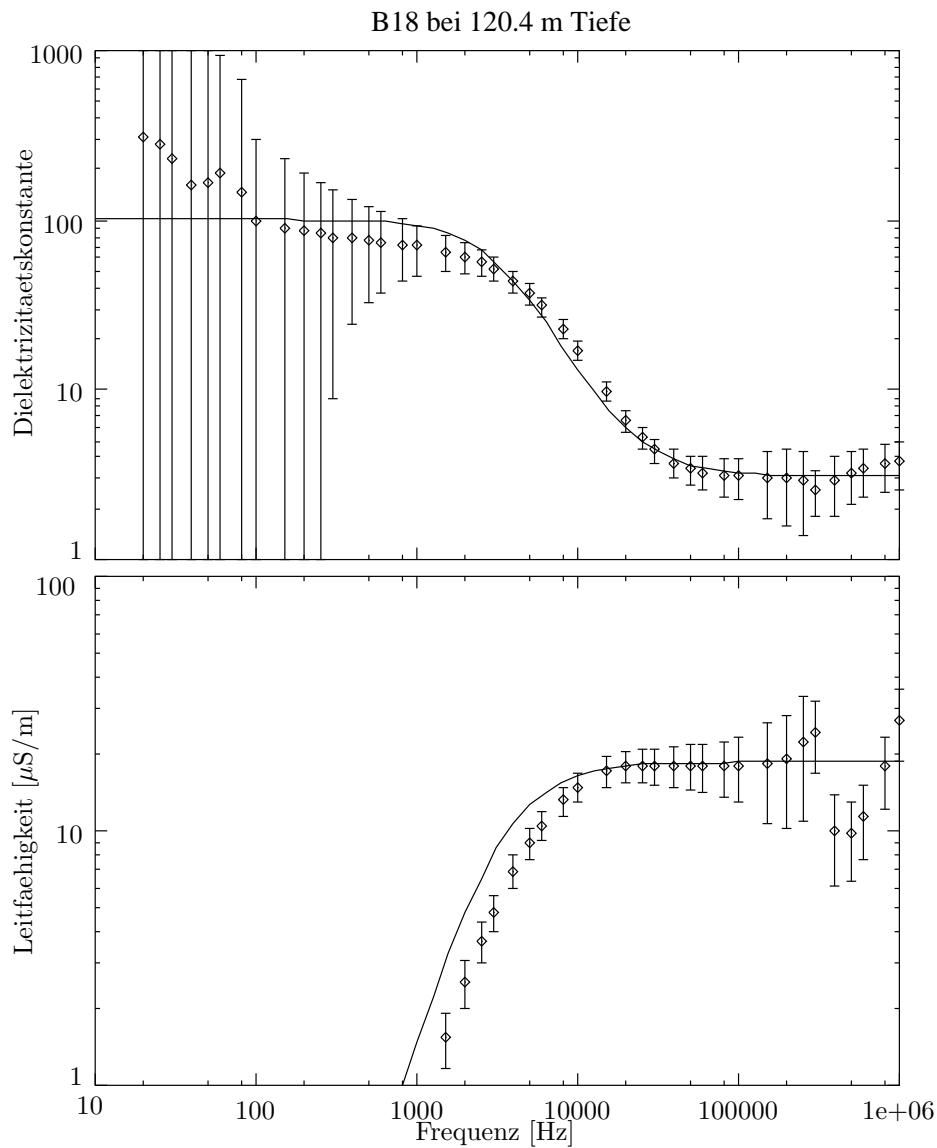


Abbildung 4.1: Vergleich des Frequenzgangs der relativen Dielektrizitätskonstante und der Leitfähigkeit aus einer DEP-Messung an einer ausgewählten Stelle mit Literaturdaten

Für B18 wurde bei einer Tiefe von 120.4 m der Frequenzgang der Leitfähigkeit und der relativen Dielektrizitätskonstante aufgenommen. Die Theoriedaten wurden nach der Jaccardtheorie für eine hochfrequente Dielektrizitätskonstante von $\epsilon_{\infty} = 3.17$ und eine niederfrequente Dielektrizitätskonstante von $\epsilon_S = 104$ bei einer Relaxationszeit $\tau_D = 4.7 \times 10^{-5}$ s berechnet. Die erhaltenen Daten wurden mit dem Looyenga-Mischungsmodell auf die aus der γ -Streudichtemessung erhaltene Dichte $\rho = 0.905 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$ korrigiert.

Zahlenwert nach überein. Die eben zitierte Relaxationszeit bei 0°C wurde deshalb mit der oben zitierten Aktivierungsenergie von 0.255 eV nach der Arrheniusformel (2.6) auf eine Temperatur von -20°C umgerechnet. Es ergab sich der Zahlenwert $\tau_D = 4.7 \times 10^{-5}$ s.

Aus den Relationen der Jaccard-Theorie in Anhang A.1 berechnet man den Zusammenhang $\sigma_\infty - \sigma_S = \frac{(\varepsilon_S - \varepsilon_\infty)\varepsilon_0}{\tau_D}$ zwischen den mit S indizierten statischen und mit ∞ indizierten hochfrequenten Leitfähigkeiten σ bzw. relativen Dielektrizitätskonstanten ε . Mit dieser Relation berechnet man mit der Annahme einer vernachlässigbaren niederfrequenten Leitfähigkeit σ_S , der in Abschnitt 2.2.4.4 angegebenen hochfrequenten relative Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_\infty = 3.17$ und den oben bestimmten restlichen Parametern eine statische Dielektrizitätskonstante von $\varepsilon_S = 104$. Die niederfrequente Leitfähigkeit für die polare Eisprobe in der Arbeit von Paren [1973] ist in der gleichen Größenordnung wie die hochfrequente Leitfähigkeit. Bei der hier gemessenen B18-Probe ist die niederfrequente Leitfähigkeit offensichtlich vernachlässigbar. Dieses Ergebnis stimmt mit den in Petrenko [1993a] angegebenen Ergebnissen für die niederfrequente Leitfähigkeit von Eiseinkristallen überein, die etwa zwei Größenordnungen kleiner ist als die hochfrequente Leitfähigkeit.

Mit diesen Parametern wurde die in Anhang A.1 zitierte Relation (A.15) für die komplexe relative Dielektrizitätskonstante ausgewertet. Die erhaltene komplexe relative Dielektrizitätskonstante für reines Eis wurde mit dem komplexen Looyenga-Mischungsmodell nach Relation (2.8) unter Verwendung der aus γ -Streuung bestimmten Dichte von $0.905 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$ korrigiert.

Die komplexwertige relative Dielektrizitätskonstante für eine Probe mit der angegebenen Dichte wurde mit der Beziehung (2.5) zwischen komplexwertiger Leitfähigkeit und relativer Dielektrizitätskonstante in die komplexwertige Leitfähigkeit umgerechnet.

In Abbildung 4.1 sind die Realteile der relativen Dielektrizitätskonstanten und der Leitfähigkeit eingezeichnet.

4.1.2.3 Diskussion

Das Meßergebnis stimmt mit den zitierten Literaturdaten gut überein. Die Relaxationszeit ist etwas zu niedrig. Für die Relaxationszeit lag aber auch kein Literaturwert für eine polare Eisprobe vor. Für polare Eisproben kann man so wieso nur eine größenordnungsmäßige Übereinstimmung der Meßwerte erwarten, da die meisten physikalischen Parameter des Eises abhängig von der geographischen Lage des beprobten Ortes variieren. Für reines Eis streuen die in Petrenko [1993a] angegebenen Meßwerte für die Relaxationszeit um etwa 10 %, d.h. in den Literaturdaten ist eine Unsicherheit, die mögliche Ursache der beobachteten Abweichung in der Relaxationszeit ist. Die DEP-Anordnung bietet in Zukunft die

Möglichkeit bei guter Kernqualität Frequenzgänge einer großen Anzahl polarer Eisproben zu vermessen, da keinerlei Probenpräparation erforderlich ist.

Die nach der Spezifikation berechneten Fehler sind zwar recht groß, aber die Lage der Punkte würde auch wesentlich kleinere Fehler zulassen. Mit einer Eichung des LCR-Meters (siehe Abschnitt 2.1.3.3) für alle verwendeten Meßfrequenzen können die Fehler wahrscheinlich noch wesentlich reduziert werden. Die Meßanordnung ist beim verwendeten 4 m langen Meßkabel nur bis zu einer Frequenz von 250 kHz einschließlich spezifiziert. Dies erklärt die Ausreißer in der hochfrequenten Leitfähigkeit.

Die Relaxation findet bis zu einer Frequenz von 100 kHz statt. D.h. die bei früheren Messung mit der Mooreschen Apparatur verwendete Meßfrequenz von 50 kHz ist etwas zu niedrig gewählt. Die Wahl der höheren Meßfrequenz von 250 kHz für die hier vorgestellten DEP-Feldmessungen war sinnvoll, da so die rein hochfrequente Leitfähigkeit vermessen wurde.

4.1.3 DEP-Feldmessungen der Kerne B26 bis B30

In der Feldsaison 1995 wurden mit der in Kapitel 2.2 diskutierten AWI-DEP-Apparatur Feldmessungen an den Eiskernen B26 bis B30 in Grönland durchgeführt. Für die hier besprochenen Datensätze ist in Abschnitt A.3 B26 exemplarisch in 10 m Abschnitten aufgezeichnet. In diesem Abschnitt wird die Ableitung von Materialkonstanten des Eises aus den DEP-Meßdaten beschrieben und Fehler werden diskutiert.

Die Tiefenauflösung beträgt für den Kern B26 2 mm und für die restlichen Kerne 4 mm. Die Umgebungstemperatur hat etwa im Temperaturbereich von -10°C bis -30°C geschwankt.

4.1.3.1 Ableitung der Materialkonstanten

Die gemessenen Werte für die Leitfähigkeit liegen im Mittel im Bereich von 5000 in den ersten Kernmetern bis zu $20000 \frac{\text{nS}}{\text{m}}$ in den tieferen Kernbereichen. Die Meßwerte für die relative Dielektrizitätskonstante liegen in den obersten Kernmetern im Bereich von im Mittel 1.6 bis zu 3.2 in den tieferen Kernbereichen.

In Realteil (Konduktanz) $G_{\infty} = \frac{\sigma_{\infty} C_0}{\varepsilon_0}$ (2.2) der Admittanz $Y = G + i\omega C_p$ ausgedrückt mißt man in einem Bereich einer Konduktanz von 35 bis 143 nS, die im Bereich von markanten Vulkanhorizonten wie z.B. Lakagigar auf bis zu 700 nS ansteigt. Die Kapazität drückt man mit der Relation (2.1) für die relative Dielektrizitätskonstante als Imaginärteil $B = i\omega C_p = i\omega \varepsilon_{\infty} C_0$ (Suszeptanz) der Admittanz aus und erhält bei einer Meßfrequenz von 250 kHz Werte im Bereich von 159 bis 319 nS.

In Abschnitt 2.1.3.3 wurde diskutiert, daß der Absolutfehler für die einzelnen Komponenten der Admittanz, Konduktanz und Suszeptanz mit einem Wert, der 3 % Relativfehler des Admittanzbetrags entspricht, abzuschätzen ist. Der so bestimmte relative Fehler für die Konduktanz ist wegen der Linearität der zur Berechnung der Leitfähigkeit verwendeten Relation (2.2) auch der relative Fehler für die Leitfähigkeit, zu dem noch der Fehler für die Leerkapazität bei den Feldmessungen (2.50) von 3.05 % quadratisch zu addieren ist. Das gleiche gilt für die Berechnung der relativen Dielektrizitätskonstanten nach Relation (2.1). Die Ursache des aus der Standardabweichung der Leerkapazitäten bestimmten Fehlers wurde in Abschnitt 2.3.4.2 u.a. mit der Variation der mechanischen Einstellungen der Apparatur erklärt. Deshalb wurde die Auswertung der Daten mit dem wesentlich genaueren theoretischen Wert für die Leerkapazität (2.49) vorgenommen, der mit dem gemessenen Wert nach Abschnitt 2.3.4.2 im Rahmen der Fehler gut verträglich ist. Für den Fehler der Leerkapazität ist dann aber die Variation der Apparetureinstellungen mit dem eben diskutierten Fehler zu berücksichtigen.

Berechnet man die Fehler nach der eben beschriebenen Vorgehensweise, so erhält man in den oberen Kernbereichen einen Fehler von 4.3 % für die relative Dielektrizitätskonstante und 14.3 % für die Leitfähigkeit. In den tieferen Kernbereichen erhält man analog einen Fehler von 4.5 % für die relative Dielektrizitätskonstante und einen Fehler von 7.9 % für die Leitfähigkeit. Für Lakagigarhorizonte beträgt der Fehler für die relative Dielektrizitätskonstante 8.3 % und für die Leitfähigkeit 4.5 %. Der hohe relative Fehler von 8.3 % für die relative Dielektrizitätskonstante tritt auf, da die Messung nun von der hohen Leitfähigkeit dominiert wird. Mit diesem Fehler liegen die im Lakagigarhorizont ebenfalls in der relativen Dielektrizitätskonstante auftretenden Peaks bis zu einem Wert von 3.2 für die relative Dielektrizitätskonstante bei einer Basislinie der relativen Dielektrizitätskonstante von etwa 2.7 noch im Bereich zwischen ein und zwei Fehlerintervallen. Dies zeigt, daß der Fehler evtl. leicht unterschätzt wurde, aber in der Größenordnung richtig abgeschätzt ist.

Rechnet man für diese Werte die Spezifikation des LCR-Meters nach, so erhält man in den obersten Kernmetern einen Fehler von 74 % und in den tieferen Kernbereichen einen Fehler von 51 %. Anhand der eben diskutierten Vulkanhorizonte sieht man ein, daß ein so großer Fehler überschätzt ist. Bei diesem Fehler würden von 5 Lakagigarrvulkanpeaks in der relativen Dielektrizitätskonstanten alle im $\frac{1}{4}$ Fehlerintervall liegen, nach Barlow [1989] sollten aber nur 19.74 % der Meßpunkte im $\frac{1}{4}$ Fehlerintervall liegen.

4.1.3.2 Temperaturkorrektur der Leitfähigkeit von DEP-Felddaten

Die Temperatur wird aufgrund der in Abschnitt 2.2.4.3 geführten Diskussion mit dem Arrheniusgesetz (2.6) unter Verwendung des in (2.7) angegebenen Wertes für die Aktivierungsenergie auf eine Temperatur von $T_1 = 253\text{K}$ korrigiert.

Die Temperatur der Kerne ist bei Feldmessungen nicht genau definiert. Die Eiskerne werden möglichst bald nach dem Bohren mit DEP gemessen. Zwischen Bohren und DEP-Messung lagern die Kerne bei der Kernbeschreibung, und in den obersten Metern geht die Bohrung schneller von statten als die DEP-Messung, so daß die Kerne vor der Messung noch bis zu einigen Stunden gelagert werden. Die Kerne äquilibrieren teilweise noch, wenn sie mit DEP gemessen werden, da sie kurz vor der Messung aus dem Bereich der Lagerung zur Meßbank gebracht werden, wo evtl. andere Einstrahlungsverhältnisse herrschen. Die Temperatur der Kerne hängt neben der Lufttemperatur auch stark von der Sonneneinstrahlung ab. Die Temperatur wurde zwar bei jeder Metermarke mit einem Thermometer mit 0.1°C Auflösung in einem in den Kern gebohrten Loch gemessen, da aber die Kerne nicht äquilibriert waren, ist ein Temperaturfehler von etwa 1°C anzunehmen. Die gaußsche Fehlerfortpflanzung nach Gleichung (2.6) ergibt für den relativen Fehler der korrigierten Leitfähigkeit:

$$\frac{\Delta\sigma_{\infty 1}}{\sigma_{\infty 1}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\sigma_{\infty 0}}{\sigma_{\infty 0}}\right)^2 + \left(\frac{E \Delta T_0}{k T_0^2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta E}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0}\right)\right)^2} \quad (4.1)$$

Die Auswertung des zweiten Summanden unter der Wurzel ergibt bei einer Temperatur von $T_0 = 243\text{K}$ und einem Temperaturfehler von $\Delta T_0 = 1\text{K}$ einen relativen Fehler von:

$$\left|\frac{E \Delta T_0}{k T_0^2}\right| = 5.0\% \quad (4.2)$$

Die Auswertung des dritten Summanden unter der Wurzel ergibt bei einer Temperaturkorrektur von $T_0 = 243\text{K}$ auf eine Temperatur von $T_1 = 253\text{K}$ bei einem Fehler der Aktivierungsenergie von $\Delta E = 1.1 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$:

$$\left|\frac{\Delta E}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0}\right)\right| = 2.2\% \quad (4.3)$$

Für den oben gewählten Ausgangstemperaturwert $T_0 = 243\text{K}$ sind die Fehler für den Temperaturbereich zwischen 243 K und 263 K maximal, so daß die angegebenen Fehlerabschätzungen eine obere Fehlerschranke für die Fehler aus der Temperaturkorrektur sind.

4.1.3.3 Fehler für die Materialkonstanten aus DEP-Meßdaten

Die Fehler der Dielektrizitätskonstanten können von oben übernommen werden, da sie nicht temperaturkorrigiert wurden. Die Fehler der Leitfähigkeiten pflanzt man gemeinsam mit den Fehlern der Temperaturkorrektur (4.2) und (4.3) nach der Fehlerfortpflanzungsformel (4.1) fort.

Die Fortpflanzung ergibt für die oberen Kernmeter einen Fehler von 15.3 % für die Leitfähigkeit. Der Fehler für die relative Dielektrizitätskonstante beträgt 4.3 %.

In tieferen Kernbereichen ergibt die Fortpflanzung einen Fehler von 9.6 % für die Leitfähigkeit, bei einem früher bestimmten Fehler von 4.5% für die relative Dielektrizitätskonstante.

Im Bereich von größeren Vulkanhorizonten, wie z.B. Lakagigar ist die relative Dielektrizitätskonstante mit einem Fehler von 8.3 % behaftet. Die Fehlerfortpflanzung für den Fehler der Leitfähigkeit ergibt einen Fehler von 7.1 %.

4.1.3.4 Diskussion

Durch die nicht gut definierte Kerntemperatur wird die Genauigkeit der Leitfähigkeitsmessung deutlich verschlechtert. Es ist deshalb zu erwägen, die gesamte Kernbearbeitung im Feld in einem Schneegraben durchzuführen (“science-trench”). Dadurch ließe sich insbesondere die Sonneneinstrahlung noch besser als nur durch eine Plane abschirmen und die Kerntemperatur sollte wesentlich besser konstant sein. Nach Reynolds [1985] beobachtet man eine irreversible Änderung des dielektrischen Verhaltens von Firnproben bei einer Erwärmung über -10°C . Schon aus diesem Grund sollte für eine schonendere Behandlung der Proben der Aufwand eines Grabens getrieben werden. Falls mit Schaufel oder Räumschild ausgerüstete Raupenfahrzeuge bei der Bohrung vorhanden sind, sollte der Aufwand für den Aushub eines Schneegrabens auch vertretbar sein.

Der Fehler für die Leerkapazität läßt sich mit einer anderen Aufhängung, die die Einstellung der Apparatur erleichtert und die im Feldeinsatz ständig erforderliche Nachjustierung evtl. überflüssig macht, wahrscheinlich noch weiter reduzieren.

Der die Messung dominierende Fehler ist durch das verwendete LCR-Meter gegeben. Ansatzpunkte, diesen Fehler zu reduzieren, sind die Beschaffung eines genaueren Meßgerätes, falls genauere Geräte auf dem Markt verfügbar sind. Ein anderer Ansatzpunkt ist die Verwendung eines größeren aktiven Elektrodenbereichs. Die Wahl der Länge des aktiven Elektrodenbereichs ist zwischen der gewünschten Tiefenauflösung und der Meßgenauigkeit abzuwägen. Die Tiefenauflösung von 2 mm mit einer 10 mm langen aktiven Elektrode scheint, wie im folgenden Abschnitt 4.1.4 diskutiert, ausreichend zu sein, so daß die Elektrode noch etwas länger gewählt werden könnte. Eine Variation des Winkels des überdeckten Elektrodenbereichs würde die Kapazität einer Meßelektrode, die den Winkel der gesamten Halbschale mit Schnittverlusten überspannt, um einen Faktor vier erhöhen. Von dieser Möglichkeit sollte aber abgesehen werden, da dann der Einfluß von Oberflächenströmen vergrößert wird.

4.1.4 Vergleich der Dichten nach dem Looyengamodell mit γ -Streudichten

Das in Abschnitt (2.2.4.4) angegebene Looyenga-Modell ist geeignet, aus den DEP-Materialkonstanten eine Abschätzung für die Dichte auszurechnen. Für den

Eiskern B26 liegen sowohl Dichtemesswerte aus γ -Streumessungen, als auch DEP-Daten mit der neugebauten Apparatur vor.

4.1.4.1 Dichte nach dem reellen Looyengamodell

Zunächst wird mit der reellen Form der in Gleichung (2.8) angegebenen Looyenga-Gleichung gerechnet. Nach der Dichte ρ der Probe aufgelöst ergibt sich:

$$\rho = \rho_{\text{Eis}} \frac{\varepsilon^{\frac{1}{3}} - 1}{\varepsilon_{\text{Eis}}^{\frac{1}{3}} - 1} \quad (4.4)$$

Den relativen Fehler der Dichte ρ berechnet man nach der Fehlerfortpflanzungsformel zu:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \left| \frac{1}{3} \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon - \varepsilon^{\frac{2}{3}}} \right| \quad (4.5)$$

Das Ergebnis dieser Rechnung ist in Abbildung 4.2 graphisch dargestellt. Die Übereinstimmung ist im Tiefenbereich zwischen 15 und 40 m wesentlich besser als die Fehlerbalken. In einer Tiefe unterhalb von 40 m weicht die aus dem Looyengamodell berechnete Dichte von der γ -Streudichte ab. Diese Abweichung folgt, obwohl sie noch grenzwertig im Bereich der Fehler von 5 % liegt, aus einem in diesem Bereich systematisch falschen reellen Looyengamodell. In den oberen Kernmetern ist der Realteil der Admittanz kleiner als der Imaginärteil, so daß die Verwendung des reellen Looyengamodells, wegen kleiner dielektrischer Verluste, gerechtfertigt ist. In den tieferen Kernbereichen sind Real- und Imaginärteil der Admittanz etwa gleich groß, so daß größere dielektrische Verluste auftreten. Unter diesen Umständen muß wie in Abschnitt 2.2.4.4 beschrieben mit der komplexen Fortsetzung der Looyenga-Gleichung gerechnet werden. Die Abweichung in den ersten 15 m wird ihre Ursache wohl in der Annahme eines mittleren Radius für die γ -Streudichte haben. Die hier zum Vergleich verwendeten Daten für die γ -Streudichte sind noch nicht fertig bearbeitet. Es wurden noch keine Brüche und Durchmesservariationen korrigiert, die in den obersten Metern aber einen dominanten Einfluß auf die Messung gewinnen können.

4.1.4.2 Dichte nach dem komplexen Looyengamodell

Bei Berechnung der Dichte mit dem komplexen Looyengamodell erfolgt mit den in Abschnitt 2.2.4.4 angegebenen Konstanten. Für die Berechnung der komplexen relativen Dielektrizitätskonstanten von reinem Eis wird der schon in Abschnitt 4.1.2.2 zitierte Wert aus Paren [1973] für die hochfrequente Leitfähigkeit von Eis $\sigma_{\infty} = 1.9 \times 10^{-5} \frac{\text{S}}{\text{m}}$ bei einer Temperatur von -20°C verwendet. Die Dichte wird als Betrag der mit Gleichung (4.4) berechneten komplexwertigen Dichte berechnet.

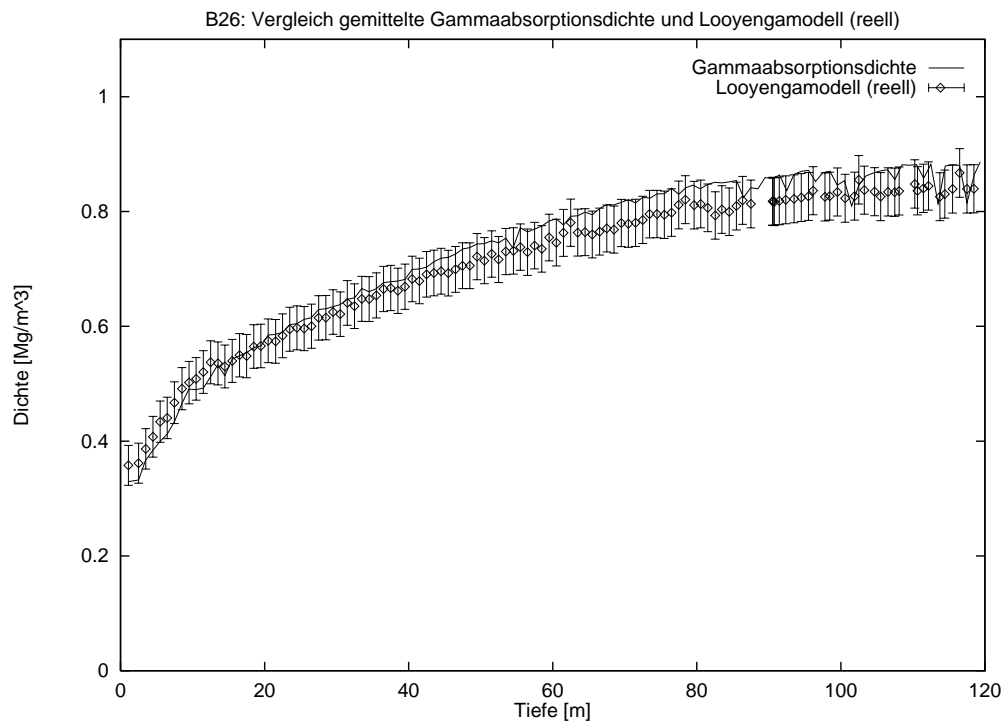


Abbildung 4.2: Absolutvergleich der mit γ -Streumessung und aus dem realen Looyengamodell bestimmten Dichte

Es sind Mittelwerte über etwa 1 m lange Intervalle eingetragen. Die Fehler wurden durch Fehlerfortpflanzung aus dem Fehler der Dielektrizitätskonstanten bestimmt.

Die Fehlerfortpflanzung erfolgt nach Gleichung (4.5) mit dem Betrag der komplexen relativen Dielektrizitätskonstanten, der sich aus der quadratischen Addition der Fehler für die relative Dielektrizitätskonstante und die Leitfähigkeit ergibt. Die Ergebnisse der Berechnung sind in Abbildung 4.3 graphisch dargestellt.

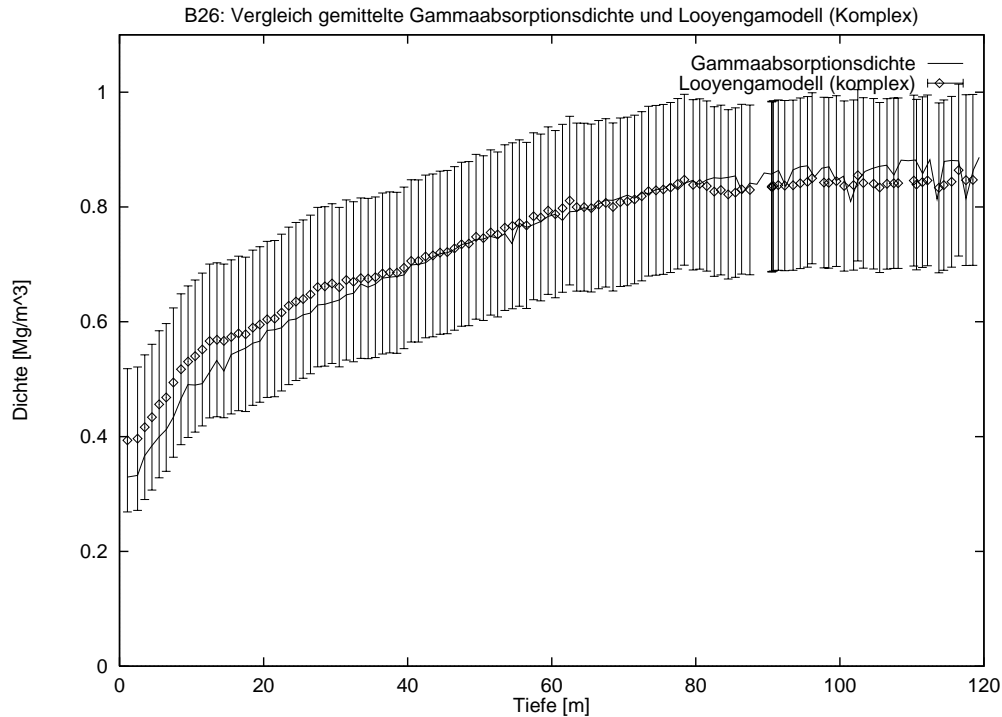


Abbildung 4.3: Absolutvergleich der mit γ -Streumessung und aus dem komplexen Looyengamodell bestimmten Dichte

Es sind Mittelwerte über etwa 1 m lange Intervalle eingetragen. Die Fehler wurden durch Fehlerfortpflanzung aus dem Fehler der Dielektrizitätskonstanten und der Leitfähigkeit bestimmt.

In den tieferen Kernbereichen unterhalb 30 m ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen γ -Streudichte und aus dem komplexen Looyengamodell berechneter Dichte. Die Abweichungen unterhalb von 80 m sind auf eine schlechte Kernqualität zurückzuführen. Da bei der γ -Absorptionsdichtemessung durch geschicktes Verdrehen des Kerns noch in Kernbereichen mit Absplitterungen eine Messung möglich ist, liegt die γ -Streudichte im Bereich mit Absplitterungen höher als die mit dem Looyengamodell bestimmte Dichte, die wegen bei Absplitterungen fehlender Eismasse im Elektrodenzwischenraum erniedrigt ist. Die Abweichungen oberhalb von 30 m sind auf wohl eine ungenau gemessene Temperatur zurückzuführen. B26 ist der erste Kern, der überhaupt mit der AWI-DEP-Apparatur im Feld gemessen wurde. Die Messung verlief langsam, und der Kern war der Sonnenstrahlung lange Zeit ausgesetzt. Bei der Temperaturmessung lag noch keine Erfahrung vor, so daß die gemessene Temperatur stark schwankt und wenig verlässlich ist. Die Temperatur geht in die Korrektur der Leitfähigkeit ein. Nach der Temperaturkorrektur sind großskalige Schwankungen über mehrere Meter in

der Leitfähigkeit bei B26 in der Amplitude zwar deutlich reduziert, aber man erkennt Minima bei 21 m und 36 m (siehe Abschnitt A.3). Dieser Verlauf ist auch der Dichte aus dem komplexen Looyengamodell in Abbildung 4.3 aufmoduliert. Bei 43 m Tiefe wurde eine längere Bohrpause eingelegt, was ein weiteres Argument für die oben geführte Betrachtung ist, da im Bereich unterhalb 43 m keine größeren Abweichungen mehr auftreten. Eine Klärung wird sich wahrscheinlich nach der Bearbeitung und Messung der anderen Traversenkerne B27 bis B30 aus der Feldsaison 1995 ergeben.

Die Fehler im Bereich bis zu 18 % erscheinen bei der beobachteten Übereinstimmung zwischen γ -Streudichte und Dichte nach dem komplexen Looyengamodell zu groß gewählt. Die Fehler wurden aber aus der Eichung des LCR-Meters bestimmt und fortgepflanzt, d.h. bei der Fehlerbetrachtung wurde, außer bei der Abschätzung des nicht dominierenden Temperaturfehlers, keine Abschätzung gemacht, die eine andere Wahl zulassen würde. Der Fehler wird durch den Fehler der Leitfähigkeit dominiert.

4.1.4.3 Kleinskalige Dichtevariationen im reellen Looyengamodell

In der γ -Streudichte beobachtet man kleinskalige Dichtevariationen, die erst bei der hohen Auflösung einer quasikontinuierlichen Messung hervortreten. Bei der nach dem reellen Looyengamodell bestimmten Dichte aus der DEP-Messung in 2 mm Auflösung treten die gleichen Strukturen zutage. Abbildung 4.4 zeigt einen repräsentativen Kernausschnitt, der im Bereich des Lakagigarvulkanhorizontes gewählt wurde, um zu zeigen daß im Bereich von deutlichen Vulkanhorizonten die Fehler zu groß werden, um eine sinnvolle Berechnung der Dichte durchzuführen.

In den Bereichen neben dem Vulkanhorizont kann man selbst Details in beiden Meßreihen als der Form nach übereinstimmend verfolgen. Diese Übereinstimmung zwischen γ -Streudichtemessung in 1 mm-Auflösung und abgeleiteten Ergebnissen aus der DEP-Messung zeigt, daß eine aktive Elektrodenlänge von 1 cm und eine Messung in 2 mm Auflösung ausreichend sind, um Strukturen aufzulösen. Ein Vergleich beider Verfahren kann in Zukunft für die Wahl der Elektrodenabmessung und Tiefenauflösung für eine DEP-Apparatur verwendet werden. Durch die Wahl einer längeren Elektrode kann die Präzision der DEP-Messung erhöht werden, und durch eine geringere Tiefenauflösung kann die DEP-Messung beschleunigt werden, wodurch z.B. eine Messung mehrerer Frequenzen in der gleichen Meßzeit ermöglicht wird.

Die absolute Abweichung hat ihre Ursache in der oben diskutierten Verwendung des reellen Looyengadichtemodells. Bei Verwendung des komplexen Looyengadichtemodells ist wegen der größeren Schwankungen in der Leitfähigkeit das Signal stärker verrauscht.

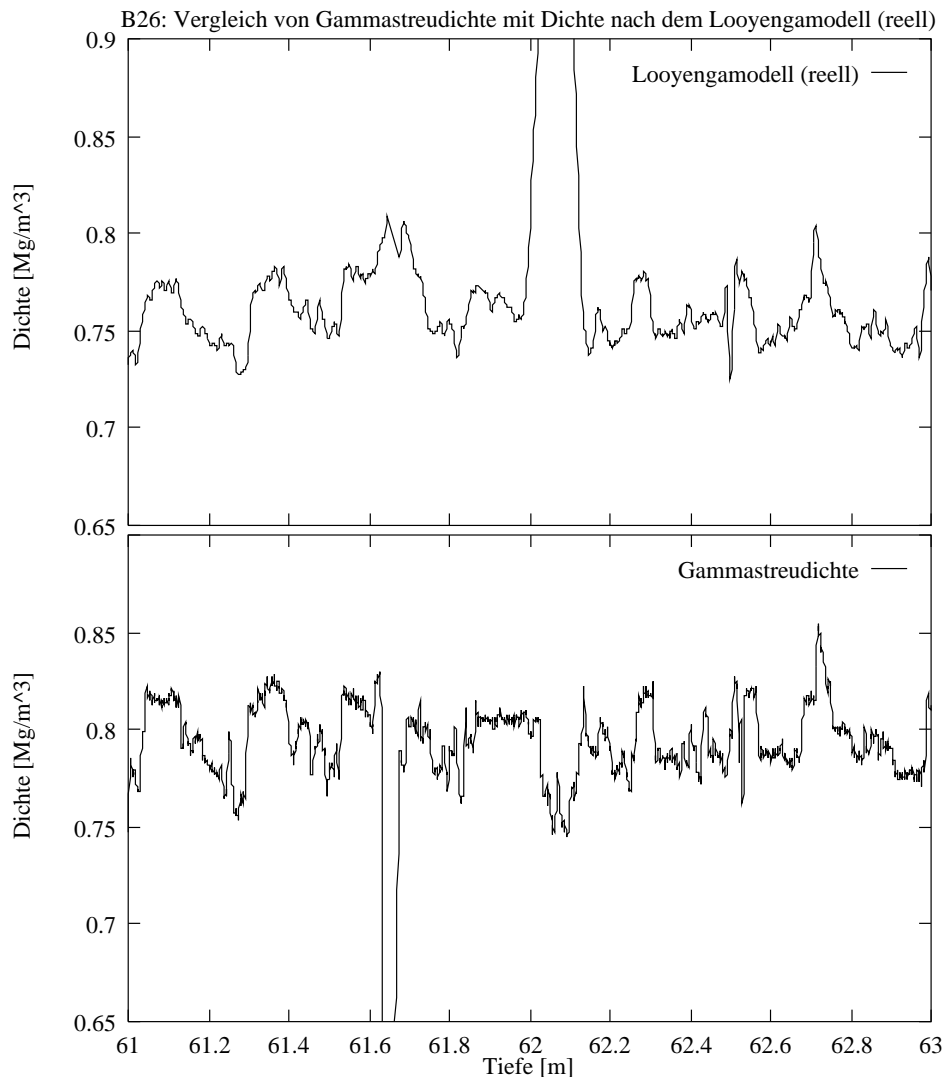


Abbildung 4.4: Signalformvergleich der mit γ -Streumessung und aus dem reellen Looyengamodell bestimmten Dichte

Die Signale stimmen außer im eng begrenzten Bereich des Lakagigarhorizonts bis in Details überein. Im Bereich von deutlichen Vulkanhorizonten ist die vorgestellte Methode nicht mehr anwendbar. Solche Horizonte beeinflussen aber nur wenige 10 cm über den gesamten Kern verteilt. Bei 61.65 m ist im Datensatz für die γ -Streudichtemessung ein Bruch, der noch nicht korrigiert wurde.

4.1.5 Zu den Datensätzen der Kerne B26 bis B30 aus der Feldmessung 1995

Die in Abschnitt A.3 aufgezeichneten Datensätze der Materialkonstanten des Kerns B26 wurden nach oben beschriebener Bestimmung der Leitfähigkeit und der Dielektrizitätskonstanten aus den DEP-Feldmeßdaten erhalten.

4.1.5.1 Beobachtungen

Dem Leitfähigkeitsdatensatz des Kerns B26 ist die schon bei der Diskussion zum Looyengamodell erwähnte in der unzureichenden Temperaturkorrektur begründete großskalige Schwankung über mehrere Meter aufgeprägt.

Die fehlenden ersten Zentimeter und anschließend hohes Signal sowohl in der Leitfähigkeit als auch in der relativen Dielektrizitätskonstante haben ihre Ursache in der festen Montage des Bohrers auf dem Bohrschlitten. Der Bereich des späteren Bohrlochs wird bei der Anfahrt vom Schlittenzug überfahren und komprimiert. Die Messung der Tiefe erfolgt aber ab der Oberkante des unberührten Schnees.

Für die Darstellung der Ergebnisse wurde ein Datensatz erzeugt, aus dem die Bereiche, die sicher durch Brüche und Absplitterungen beeinflusst sind, gelöscht wurden. Die Löschung eines Bereich erfolgte nur, wenn das Signal wesentlich von den benachbarten Bereichen abweicht und bei der Kernbeschreibung vor der DEP-Messung ein Bruch oder eine Absplitterung an der besagten Stelle notiert wurde. Es verblieben noch einige fragliche Bereiche, die hier nicht weiter gekennzeichnet wurden, da es sich nur um Zwischenergebnisse handelt und eine Eintragung aller Bruch- und Absplitterungsmarken ein beträchtlicher Aufwand wäre. Bei einer Messung der Kerne im Labor sind die fraglichen Bereiche anhand der neuen Meßprotokolle zu überprüfen, bzw. während der Messung gezielt in Augenschein zu nehmen.

Die Leitfähigkeitsdatensätze sind zum Vergleich der Amplituden und Flächen von Vulkansignalen noch auf Dichteeffekte zu korrigieren. Diese Rechnungen bedeuten einen erheblichen Aufwand, und da eine Auswertung der Vulkansignale mit einem quantitativen Vergleich untereinander im Rahmen dieser Arbeit nicht vorgesehen ist, wird mit der Korrektur abgewartet bis die γ -Streudichtedatensätze verfügbar sind.

4.1.5.2 Leitfähigkeitssignale

Wie bei den Messungen mit kratzenden Elektroden (siehe Abschnitt 2.1.2) und den ECM-Messungen (siehe Abschnitt 2.1.1) findet man in Leitfähigkeitsdaten

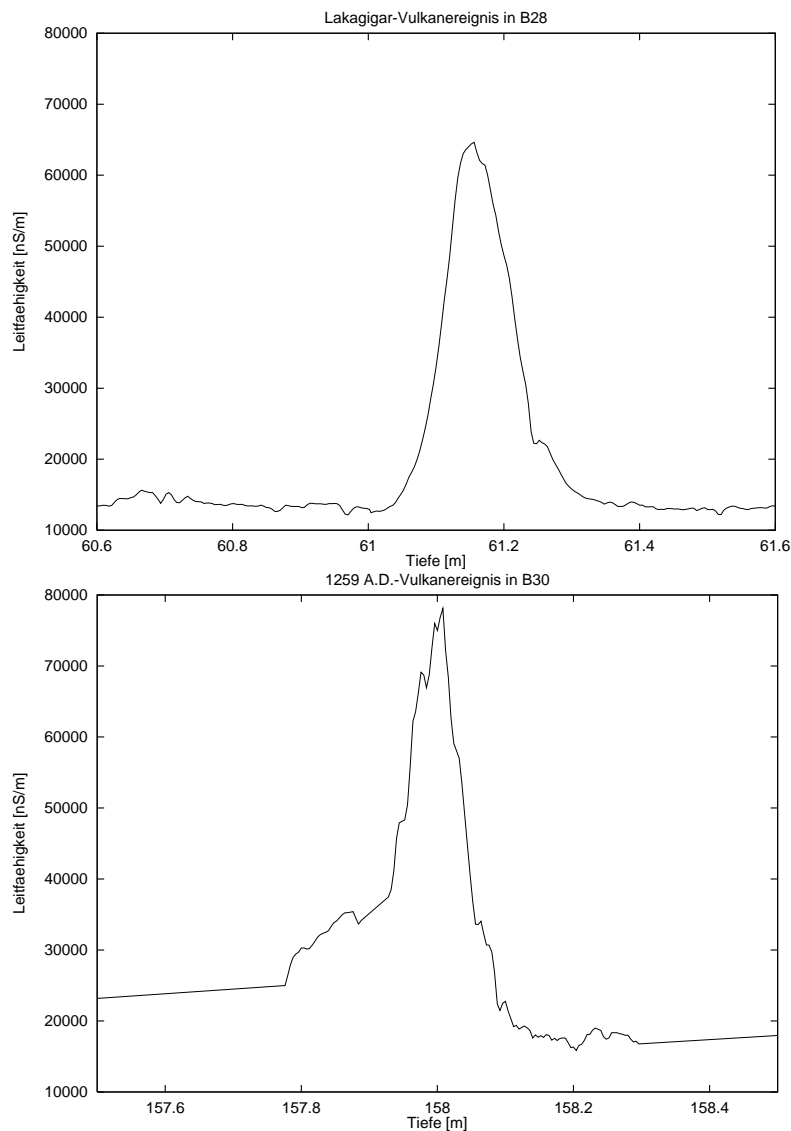


Abbildung 4.5: Lakagigarhorizont in B28 und 1259-Vulkanhorizont in B30
 In der oberen Abbildung ist das in B28 gefundene Signal des Lakagigarausbruchs im Jahr 1783 A.D. auf Island dargestellt, in der unteren das Signal eines Vulkanausbruchs im Jahr 1259 A.D. in B30. Der genaue Ort des 1259 A.D. Ausbruchs ist nicht sicher bekannt, neuere Untersuchungen vulkanischer Gläser am entsprechenden Horizont im GISP2-Eiskern legen aber die Vermutung nahe, daß es sich um ein Signal eines El Chichon-Ausbruchs (Mexiko) handelt. Das Lakagigarsignal in B30 hat eine Amplitude von 96 % des gezeigten B28 Signals mit der höchsten Lakagigarsignalamplitude der Kerne B26 bis B30.

aus DEP-Messungen ebenfalls Vulkanhorizonte. Abbildung 4.5 zeigt zwei Beispiele aus den Kernen B26 bis B30 aus der Feldsaison 1995.

Das Lakagigarsignal mit der höchsten Amplitude aus den Kernen B26 bis B30 in der Feldsaison 1995 und das Signal eines Ausbruchs im Jahr 1259 A.D. sind gezeigt. Die vergleichbare Amplitude der beiden unterschiedlichen Vulkanausbrüche wird von Langway Jr., Clausen und Hammer [1988] ebenfalls berichtet. Beide Vulkane sind mit dem gleichen Tiefenmaßstab und der gleichen Leitfähigkeitskala aufgetragen. Das Vulkanereignis von 1259 wird von Langway Jr., Clausen und Hammer auf einer geographischen Breite in der Äquatorgegend lokalisiert. Obwohl der Transport der Spurenstoffe auf sehr verschiedene Weise mit unterschiedlichen Zirkulationssystemen stattfinden wird, findet man eine überraschend ähnliche Signalform. Neuere Untersuchungen vulkanischer Gläser aus der entsprechenden Schicht in einem GISP2-Eiskern legen die Vermutung nahe, daß es sich bei dem 1259 A.D. Vulkanereignis um einen Ausbruch des El Chichon in Mexiko handelt [Palais, Germani und Zielinski, 1992].

Bei einer ersten Sichtung der Daten findet man auch Ereignisse, die eine ähnliche Signalform wie der hochfrequente Anteil der in Abschnitt 2.1.2 vorgestellten Ammoniumereignisse hat¹. Auch die relative Dielektrizitätskonstante ist erhöht, was mit der bei Ammoniumereignissen beobachteten Dichteerhöhung konsistent ist. Zur weiteren Klärung dieses Sachverhalts sind die Ereignisse aber noch zu sammeln und der mitgemessene aber bisher wegen der schlechteren Datenqualität nicht bearbeitete niederfrequente Datensatz bei 250 Hz ist zu sichten. Für Abschnitte der Kerne B26 und B29 werden zur Zeit Ammoniummessungen am Physikalischen Institut der Universität Bern, Abteilung für Klima- und Umweltphysik², durchgeführt. Dann werden Vergleiche zwischen den diskutierten Ammoniumsignalen und chemischen Konzentrationen im Eis möglich sein.

Ein Überblick über die gefundenen Vulkanhorizonte wird in Abschnitt 4.4 für alle Kerne der Traverse gegeben.

4.1.6 Diskussion und Ausblick zur AWI-DEP-Apparatur

Die Messungen mit der DEP-Apparatur haben überraschende Ergebnisse und Daten mit einer zuvor nicht erwarteten Qualität ergeben.

Die quantitative Übereinstimmung der aus den elektrischen Daten berechneten Dichten mit Dichtedaten aus Dichtemessungen zeigt, daß die verwendeten Verfahren unabhängig sind, daß die bestimmten DEP-Daten mit den angegebenen Fehlern quantitativ stimmen. Die Lage der Meßpunkte läßt sogar den Schluß zu, daß die Fehler zu groß sind. Die Fehler der Daten werden aber von den Fehlern einer Eichmessung des LCR-Meters dominiert, die in sich konsistent ist und

¹Persönliche Mitteilung Sepp Kipfstuhl.

²Diplomarbeit von Stefan Sommer bei Prof. Dr. B. Stauffer.

die abgeleiteten Fehler benötigt, da sonst Widersprüche innerhalb der Eichung auftreten. Die Meßgenauigkeit ist durch die Präzision der verwendeten elektrischen Meßgeräte begrenzt und keine prinzipielle Schranke der Methode. Durch Verwendung anderer elektrischer Meßmethoden werden Anwendungen mit hoher Genauigkeit eröffnet. Glen und Paren [1975] referieren Ergebnisse im GHz Bereich, bei denen der Zusammenhang des reellen Looyengamodells über einen Dichtebereich von $0.2 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$ bis $0.92 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$ gut erfüllt ist. Bei Verwendung höherer Frequenzen sollte das zugrundegelegte Materialmodell also eher noch besser brauchbar sein, als bei der hier verwendeten Frequenz von 250 kHz. Die Admittanz eines Kondensators wächst linear mit der Frequenz an, so daß bei höherer Frequenz im 10 bis 100 MHz Bereich mit einer einfachen Strom-/Spannungsmessung ein auf wenige Prozent genaues elektrisches Densimeter denkbar ist. Die Anforderungen an die elektrische Abschirmung werden bei höherer Frequenz zwar höher, sollten aber technisch lösbar sein. Auch die elektrostatische Näherung sollte bei einer 100 MHz zugeordneten Wellenlänge von 3 m noch erfüllt sein. Da die für den DEP-Apparaturinnenraum gültigen Betrachtungen auch für den Außenraum gelten, ist, evtl. mit etwas längeren Guardelektroden, eine Messung im Bohrloch denkbar. Die Vorteile einer solchen Messung wären eine sehr gut definierte Geometrie ohne fehlende Bereiche und Absplitterungen. Ein weiterer Vorteil bei Einbau der Meßelektronik in den Innenraum des Elektrodenrohres wären die daraus resultierenden kurzen Zuleitungen.

Der gemessene Frequenzgang belegt die Möglichkeit von DEP-Messungen im niederfrequenten Bereich. Diese Messungen sind aber noch auf Bereiche mit guter Kernqualität und gut am Kern anliegende Elektroden beschränkt. Eine Verbesserung der Meßgenauigkeit würde im niederfrequenten Bereich eine mögliche Übertragung der von Gross, Hayslip und Hoy [1980] vorgestellten Analyse-methode von mit ebenen Plattenkondensatoren gemessenen Relaxationspektren auf die DEP-Geometrie bringen. Dazu muß aber eine nicht vernachlässigbar dicke Isolierschicht zwischen Halbschalen und Eiskern theoretisch oder experimentell behandelt werden. Quantitative Messungen über den gesamten Bereich der Debyeschen Relaxation zeigen wie in Abschnitt A.1 diskutiert einen Weg auf, wie aus der Messung dielektrischer Parameter die Bestimmung von Konzentrationen bestimmter Spurenstoffe möglich sein sollte. Hilfreich dabei ist auch, daß die Art von im Eiskern eingelagerten Spurenstoffen an der Signalform erkannt werden kann.

4.2 Dichteberechnung aus Kernbeschreibungsdaten

Dieser Abschnitt behandelt die in Abschnitt A.4 grafisch dargestellten Datensätze.

Bei der Kernbeschreibung direkt nach dem Bohren werden die einzelnen Kernstücke gewogen und der Länge nach vermessen. Die Kerndurchmesser wurden nicht

bei allen Kernen durchgängig erfaßt, die Diskussion dazu wird einzeln bei den jeweiligen Kernen vorgenommen.

Unter Annahme eines zylinderförmigen Kerns kann man aus der Masse m , der Länge l und dem Durchmesser d eines Kernstücks seine mittlere Dichte ρ berechnen.

$$\rho = \frac{m}{\pi l \frac{d^2}{4}} \quad (4.6)$$

Für den relativen Fehler erhält man nach der Fehlerfortpflanzungsformel aus Gleichung (4.6):

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta d}{d}\right)^2} \quad (4.7)$$

Die Tiefenzuordnung der Kernstücke wird durch Addition der Längen der Kernstücke berechnet und dann jeweils auf die Mitte des betrachteten Kernstücks festgelegt.

4.2.1 Fehler in der Tiefenskala

Bei der Beschreibung der Eiskerne direkt nach dem Bohren werden die Kernstücke an Brüchen ineinander eingepaßt und fortlaufend mit einer von der Schneeoberfläche aus gemessenen Tiefenmarke gekennzeichnet. Dieses Tiefenmaß wird im Rahmen dieser Arbeit als "Tiefe" bezeichnet. Die Genauigkeit der "Tiefe" wird bei einigen Zentimetern absolut liegen. Der Fehler läßt sich schwer abschätzen.

Teilweise fehlen Kernstücke oder die Brüche passen nicht eindeutig ineinander. In diesem Fall wird eine Tiefenmarke geschätzt. Selbst eine Fehlschätzung von 10 cm bedingt in 10 m Tiefe nur 1 % Fehler und in tieferen Bereichen wird der relative Fehler noch geringer. Solche Schätzfehler sollten aber statistisch verteilt sein und sich deshalb nicht systematisch aufaddieren.

Die Inklination des Bohrers ist nicht bekannt. Die Tiefe ist bei konstanter Inklination θ um $1 - \cos \theta$ relativ zu tief angegeben, eine beträchtliche Inklination von 8° würde also nur 1 % Fehler in der Tiefe bedingen.

Der eigentliche Meßfehler für die Länge eines Kernstücks sollte im Bereich von 1 cm liegen.

Der Fehler der Gesamtlänge wächst bei Fortpflanzung der Fehler mit der Wurzel der Anzahl der Kernstücke N an. Aus der aufaddierten Länge $L = \sum_{i=1}^N l_i$ der Einzelstücke der Länge l_i mit Fehler Δl_i berechnet man mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung den Fehler der Gesamtlänge $\Delta L = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\Delta l_i)^2}$. Mit dem gleichen Fehler Δl für alle Einzelstücke ergibt sich der Fehler der aufaddierten Länge zu $\Delta L = \sqrt{N} \Delta l$. Der relative Fehler bezogen auf die Kerntiefe sollte über den

ganzen Kern also deutlich unter 1 % liegen. 400 Bruchstücke bis 100 m Tiefe, jedes mit 5 cm Fehler behaftet, würden einen relativen Fehler von $\frac{20 \times 0.05}{100} = 1\%$ bedingen. Bei dieser Abschätzung sind aber alle eingehenden Größen überschätzt.

Bei den Kernen B16, B17, B21, B22, B23 und B28 beträgt die maximale Abweichung zwischen der Tiefe der Kernmarkenskala und der aufaddierten Länge der Kernstücke 40 cm. Für den Fehler der Tiefe der aufaddierten Länge gilt die oben angestellte Betrachtung, die einen Fehler von deutlich weniger als 1 % ergibt. Damit dürfte für diese Kerne ein Fehler von maximal 40 cm in der Tiefenzuordnung realistisch sein.

Bei den Kernen B18, B19, B20 und B26 beträgt die maximale Abweichung der aufaddierten Länge der Kernstücke von der Tiefe der Kernmarkenskala am unteren Kernende 80 cm. In einer Tiefe von 100 m liegt die Abweichung von der Kernmarkenskala wie bei den oben diskutierten Kernen im Bereich von weniger als 40 cm, so daß in dieser Tiefe die oben angestellten Betrachtungen ebenfalls gelten.

Bei den Kernen B27, B29 und B30 treten größere Abweichungen von bis zu 2 m auf. In einer Tiefe von 70 m liegt die Abweichung von der Kernmarkenskala wie bei den oben diskutierten Kernen im Bereich von weniger als 40 cm, so daß in dieser Tiefe die oben angestellten Betrachtungen ebenfalls gelten. Bei der Durchsicht der Protokolle wurden einige Abtippfehler und Unstimmigkeiten im Kernbeschreibungprotokoll (Loggingprotokoll) bereinigt, aber die oben angegebenen Differenzen blieben. Die Dichten werden in dieser Arbeit nur bis zu einer Tiefe von 65 m für die weitere Auswertung in Abschnitt 4.4.3 verwendet, so daß die Unstimmigkeiten in der Tiefe hier nicht relevant sind, aber zu einem späteren Zeitpunkt beseitigt werden müssen. Da aber eine Messung mit einer genaueren Dichte aus γ -Streuung noch erfolgen wird, erhält man, selbst wenn die Unstimmigkeiten nicht mehr beseitigt werden können, trotzdem noch einen Dichtedatensatz mit genauerer Tiefenzuordnung.

4.2.2 Fehler der Erfassung eines Kernstücks

Bei den Kernen B16, B17, B18 und B19 wurden weniger als 10 Durchmesser über den ganzen Kern gemessen. Deshalb wurde ein Durchmesser abgeschätzt, der für den gesamten Kern verwendet wurde. Die Variation der Durchmesser ist sehr gering, deshalb wurden 0.5 mm für den Fehler des Durchmessers angenommen. Bei den übrigen Kernen B20 bis B23 und B26 bis B30 wurden in wenigen Metern Abstand Durchmesser mit der Schieblehre gemessen. Der Fehler für die Messung mit der Schieblehre wurde zu 0.1 mm abgeschätzt, und der in Abschnitt 4.3.3.1 abgeschätzte Fehler von 0.06 mm durch mögliches Verkanten der Schieblehre wurde quadratisch addiert, so daß sich insgesamt ein Fehler von 0.12 mm ergab. Die Durchmesser wurden zwischen den gemessenen Stützstellen linear interpoliert. Für die interpolierten Bereiche sollten die Fehler der Stützstellen, wegen

sehr geringer Variation des Durchmessers über den gesamten Kern, analog zu der Betrachtung in Abschnitt 4.3.3.1 ebenfalls gültig sein.

Für die Wägung wurde ein Fehler von 10 g angenommen. Die Waage ist zwar genauer, aber der Wind hat einen Einfluß auf die Messung, und oft war eine genauere Wägung der Kernstücke nicht möglich.

Für den Fehler der Längenmessung der Kernstücke wurden 2 cm angenommen. Der Fehler ergibt sich aus der problematischen Abschätzung einer mittleren Kernlänge bei schiefen Brüchen.

Da die Datensätze noch für weitere Bearbeitungen mit sehr unterschiedlichen Anforderungen an den Datensatz verwendet werden sollen, wurden noch keine Meßpunkte aus dem Datensatz gelöscht und an dieser Stelle interpoliert. Einige Werte sind deshalb mit enormen Fehlern behaftet, bzw. in den Datensätzen sind noch Ausreißer, die sich z.B. aus Tipp-, Schreib-, Ablese- und Bedienungsfehlern ergeben, enthalten.

4.3 Dichtemessungen mit dem γ -Densiometer

Dieser Abschnitt diskutiert den in Abschnitt A.5 exemplarisch graphisch dargestellten Datensatz von B21.

Die Messungen der Dichte aus Streumessungen (siehe Abschnitt 3.1.5) wurden mit der “GRIP-Meßbank” (siehe Abschnitt 1.3.3) im Eislabor des Alfred-Wegener-Instituts durchgeführt. Die Umgebungstemperatur war auf -20°C eingestellt und in der Kernschale der Meßbank herrschten Temperaturen von $-18^{\circ}\text{C} \pm 0.5^{\circ}\text{C}$.

Im folgenden Abschnitt 4.3.1 wird die Vorbereitung der Kerne und in Abschnitt 4.3.2 die Durchführung der Messung mit den gewählten Apparatereinstellungen beschrieben.

In Abschnitt 4.3.3 wird die Ableitung der Dichtewerte aus den Rohmeßdaten beschrieben und eine Diskussion der für beide in den Abschnitten 4.3.4 und 4.3.5 beschriebenen Messungen relevanten Fehlerquellen geführt. Für beide Datensätze variierende Fehler werden in den jeweiligen Abschnitten angegeben, wo auch die Fehlerfortpflanzung zum Fehler der Dichte für den jeweiligen Datensatz durchgeführt ist.

4.3.1 Vorbereitung der Kerne

Die Kerne werden aus den Plastikverpackungen ausgepackt und neu beschriftet. Auf den Eiskern bei der Beschreibung im Feld aufgebrachte Marken (siehe Abschnitt 1.2.2.4) und der Richtungspfeil werden ggf. erneuert, damit ein Vertauschen oder Drehen des Kerns möglichst ausgeschlossen ist.

Brüche und Absplitterungen werden im Protokoll notiert. Im Abstand von 20 cm wird der Radius des Kerns mit einer Schieblehre vermessen, um bei der Dichtemessung auf Radienschwankungen zu korrigieren.

Der Kern wird mit einer Arbeitslampe von hinten durchleuchtet und stratigraphische Merkmale, wie z.B. Krusten, Schmelzlagen und Reifschichten werden notiert. In den Bereichen des Kernes, wo eine Einteilung in Graustufen möglich ist, wird ein mm-Papier neben den Kern gelegt und darauf der geschätzte Grauwert in drei Stufen (Dunkel, Mittel, Hell) markiert.

4.3.2 Durchführung der Messung

4.3.2.1 Auflegen der Eiskerne

Die Kerne sind in der Regel auf 1 m Länge geschnitten. Pro Lauf werden deshalb üblicherweise 2 m Kern so in die 2.8 m lange Kernschale gelegt³, daß auf ein möglichst gutes Dichtesignal hin optimiert wird. D.h. die Kerne werden so verdreht, daß nach Möglichkeit im Bereich des Gammastrahlendurchgangs durch den Eiskern ein volles Kernprofil ohne Absplitterungen vorhanden ist. Mit nächster Priorität wird auf die Wechselstromleitfähigkeitsmessung mit kratzenden Elektroden hin optimiert. Dazu wird der Kern bei großen Absplitterungen evtl. auch mit Metallplatten unterfüttert, um ihn in die richtige Position zu bringen⁴. Am Anfang und am Ende des Meßabschnitts wird jeweils ein Körper aus Kunsteis von 10 cm Länge aufgelegt.

4.3.2.2 Einstellung der Apparatur

Bei den hier beschriebenen Messungen wurde mit einer Auflösung von 1 mm oder 3 mm gemessen. Für die Messung von 2 m Kern benötigt man in 1 mm Auflösung etwa eindreiviertel Stunden, so daß mit den Vorarbeiten im Schnitt etwa 1 m pro Stunde bearbeitet werden kann. Nach Durchlaufen der Messungen bleibt die Kernschale am Ende der Meßbank stehen. Dort werden die Kerne entladen und verpackt oder an weitere Messungen, wie z.B. Spurenstoffchemie oder Isotopenanalyse, zum zersägen übergeben.

Die Apparatur war bei dieser Messung auf eine Empfindlichkeit (engl. Sensitivity) von 290 % und eine Lowpassfilterkonstante von 1 s eingestellt. Damit lagen die Spannungswerte bei der Luftintensitätsmessung unterhalb von 6 V. Der in der Bedienungsanleitung [Löffel, 1989] angegebene Idealbereich ist um 5 V.

³Die "GRIP-Bank" wurde, wie der Name besagt, für Messungen im Rahmen von GRIP konstruiert, wo Kernstücke von bis zu 2.8 m Länge gebohrt werden konnten.

⁴Pressbare Materialien, wie z.B. gefaltetes Papier, haben sich nicht als brauchbar erwiesen, da die Kratzelektroden so starr sind, daß sie den Kern wegdrücken.

Für die Leermessung nimmt das Meßprogramm jeweils vor und nach der Messung 25 Meßwerte in Luft.

Die gewählte Lowpassfilterkonstante sollte klein genug sein, um Dichteschwankungen im Meßsignal nicht zu unterdrücken. Selbst bei einer Auflösung von 3 mm dauert die Gesamtmessung immer noch eine halbe Stunde. D.h. aber der Eiskern bleibt im Mittel immer noch mindestens 2 s an einer Meßposition. Die Änderung der Dichte erfolgt aber auf der Skala von einigen Zentimetern. Damit erfolgen die Änderungen der Dichte innerhalb der Zeit von mehreren Filterkonstanten. Das Meßsignal sollte also nicht wesentlich durch die Wahl einer Filterkonstanten von 1 s in den schnellen Schwankungen ausgedünnt sein.

Bei einer Sichtung der Luftwerte der B26 Messung zeigten lediglich die ersten zwei Werte nach der Messung ein ansteigendes Verhalten. Diese werden aber an einer Kernschalenposition in schneller Folge gemessen. D.h. für die Kernmessung, daß höchstens immer ein nachfolgender Dichtemeßwert von der Dichtemessung an der Meßposition vorher beeinflusst ist. Diese Beobachtung steht in Einklang mit der Definition der Filterkonstanten. Der Definition zufolge wird ein Rechtecksignal nach der Zeit einer Filterkonstanten auf $\frac{1}{e} \approx 37\%$ des Ausgangssignals abgedämpft.

Nach 4 s ist das Signal auf 1.8 % des Ausgangssignals abgefallen, was bei kleinen Dichteschwankungen unterhalb der Fehlerschranken bleibt. Lediglich bei Brüchen und an den Kernenden treten durch die lange Filterkonstante relevante Fehler auf. Diese Bereiche werden ohnehin aus dem Datensatz entfernt und durch eine Interpolation ersetzt, da dort keine Dichtemessung möglich ist.

4.3.3 Ableitung der Dichte aus den Spannungsmeßwerten

In diesem Abschnitt werden allgemeine Prinzipien der Ableitung von Dichtewerten aus Spannungsmeßwerten und allgemeingültige Fehlerbetrachtungen für die Auswertung gemacht. Fehlerbetrachtungen, die nur auf die in den Abschnitten 4.3.4 und 4.3.5 vorgestellten Messungen anwendbar sind, werden dort jeweils vorgenommen.

4.3.3.1 Fehlerquellen

Näherung der Luftmessung als Leermessung Die Luftmessung kann man als brauchbare Näherung der Leermessung im Vakuum ansehen. Da Photonen mit einer Energie von 662 keV nach Jaeger und Hübner [1974] in Luft einen Massenabsorptionskoeffizienten $\alpha \approx 0.075 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$ haben, berechnet man nach dem Lambert-Beer-Gesetz (3.4) für eine 10 cm dicke Luftschicht mit einer Luftdichte von $0.0013 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ eine Abnahme der Intensität auf 99.90 % der Einfallintensität.

Nach 10 cm sind also 0.1 % absorbiert, womit dieser (systematische) Fehler kleiner als die dominierenden Fehler ist. Wäre dieser systematische Fehler dominierend, dann könnte man ihn immer noch aus den Messungen herauskorrigieren. Man bestimmt den Massenabsorptionskoeffizienten von Luft analog zur Bestimmung des Massenabsorptionskoeffizienten von Wasser in Abschnitt 3.1.4.1. Nach dem Lambert-Beer-Gesetz (3.1) rechnet man dann den Einfluß der Luft heraus.

Fehler einer Einzelmessung Für den Fehler $\sigma(I(d))$ der gemessenen Intensität $I(d)$ an einer Meßposition mit Eis einer Dicke d erwartet man, wenn $\sigma(I(0))$ die Standardabweichung⁵ und $I(0)$ der Mittelwert der Intensität der Leermessung in Luft ist:

$$\sigma(I(d)) = \sqrt{\frac{I(d)}{I(0)}} \sigma(I(0))$$

Zu dieser Formel kommt man mit folgender Überlegung: Man mißt jeweils zu Photonenraten $N(d)$, $N(0)$ mit einer Proportionalitätskonstante ζ proportionale Spannungen $I(d)$, $I(0)$:

$$I(x) = \zeta N(x)$$

Der Fehler $\sigma(N(x))$ ist aber dann nach der Poissonstatistik, bei nicht fehlerbehaftetem ζ , die Wurzel aus der Zählrate $N(x)$:

$$\sigma(I(x)) = |\zeta| \sigma(N(x)) = |\zeta| \sqrt{N(x)} = \sqrt{\zeta I(x)}$$

Teilen der beiden Gleichungen für eine Materialdicke d und eine Leermessung ergeben die gesuchte Formel, die ein auf Intensitäten umformuliertes \sqrt{N} -Gesetz ist, das wegen der Proportionalitätskonstante nicht mehr absolut gilt, sondern einen Bezugspunkt mit bekanntem Fehler braucht.

Für die relativen Fehler berechnet man:

$$\frac{\sigma(I(d))}{I(d)} = \sqrt{\frac{I(0)}{I(d)} \frac{\sigma(I(0))}{I(0)}} \quad (4.8)$$

Man erwartet also für die relativen Fehler bei Halbierung des Meßwerts einen um $\sqrt{2}$ größeren Fehler.

Diesen Zusammenhang kann man für die in Abschnitt 4.3.4 vorgestellten Messungen exemplarisch nachvollziehen. Die Messungen für die Leerintensität ergaben einen relativen Fehler $\frac{\sigma(I(0))}{I(0)} = 0.15\%$. Die Standardabweichungen des Mittelwerts sind ungefähr 0.03 % d.h. die Standardabweichung ist bei 25 Messungen um einen Faktor $\sqrt{25}$ größer. Eine Auswertung für einen willkürlich gewählten Bereich mit konstanter Dichte (B17 zwischen 55.4 m und 55.49 m Tiefe) ergibt ein mittleres Verhältnis von Intensität zu Leerintensität von $\frac{I(d)}{I(0)} = 0.51$ und

⁵An dieser Stelle ist die Standardabweichung der Meßgröße gemeint, nicht die Standardabweichung des Mittelwerts.

eine relative Standardabweichung $\frac{\sigma(I(d))}{I(d)} = 0.25\%$. Die Berechnung nach obiger Formel mit dem Wert für die relative Standardabweichung der Leermessung von $\frac{\sigma(I(0))}{I(0)} = 0.15\%$ liefert $\frac{\sigma(I(0))}{I(0)} = 0.21\%$.

Fehler der Dicke des durchstrahlten Eises Der Kerndurchmesser ist nicht konstant. Er schwankt, da der Bohrer manchmal verkantet, so daß der Kern dünner wird. Der Kerndurchmesser wird mit einer Schieblehre gemessen. Der Durchmesser schwankt im Firnbereich oberhalb von 10 m um bis zu 7 mm. In diesem Bereich ist der Kern weicher und wird durch mechanische Beanspruchung mehr abgetragen. Bis 20 m nehmen diese Schwankungen des Durchmessers langsam ab. Unterhalb von 20 m sind die Schwankungen wesentlich kleiner, und die Schwankungen liegen höchstens im Bereich von 0.5 mm bei einem Kerndurchmesser von etwa 100 mm.

Der Fehler der Durchmesser messung mit Schieblehre sollte bei einer Anzeige von 0.01 mm Auflösung und ihrer mechanischen Präzision⁶ im Bereich von 0.05 mm liegen. Berücksichtigt man zusätzlich die thermische Ausdehnung der Schieblehre aus Stahl mit einem linearen Ausdehnungskoeffizienten von $11 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{grad}}$ [Kohlrausch, 1968, Tabelle 56.] und nimmt eine Eichung der Schieblehre für eine Temperatur von 20°C an, so erhält man für die Messung einer Länge von 100 mm bei -20°C einen Fehler von 0.04 mm aufgrund der thermischen Ausdehnung. Wird die Schieblehre bei der Messung um 2° verkantet, so ergibt das einen relativen Fehler von $1 - \cos 2^\circ = 0.06\%$. Nach quadratischer Addition der Fehler ergibt sich damit ein Fehler von 0.09 %. Die Durchmesserschwankungen über den ganzen Kern sind gering. Deshalb sollte auch für eine lineare Interpolation zwischen Meßwerten in 20 cm Abständen ein Fehler von 0.09 % vertretbar sein.

Eine anderes Problem ist, in welcher Weise sich Änderungen in der Lage des Eiskerns auf die Dicke des durchstrahlten Eises auswirken. Eine Fehlerabschätzung bekommt man aus einer einfachen geometrischen Betrachtung. Der kreisförmige Eiskern mit einem Radius R wird mit einer Ablage y vom Zentrum durchstrahlt. Aus der Parametrisierung für einen Kreis $R^2 = x^2 + y^2$ berechnet man die Durchstrahlungslänge $2x = 2\sqrt{R^2 - y^2}$. Den relativen Fehler der Durchstrahlungslänge $\frac{\Delta x}{x}$ aus einer Strahlablage y berechnet man nun $\frac{\Delta x}{x} = \frac{R - \sqrt{R^2 - y^2}}{R}$. Für $y = 2$ mm bei einem Radius der Eiskerne von $R = 50$ mm berechnet sich dieser Fehler zu $\frac{\Delta x}{x} = 0.08\%$ ⁷. Wenn Quelle und Detektor korrekt montiert sind und der Kern in der Mitte läuft, dann kann, bei einer Kollimation des Strahls auf 3 mm, kein Photon einen kürzeren Durchgang als den geraden Weg bei 1.5 mm Ablage nehmen, so daß der oben abgeschätzte Fehler auch die Ausdehnung der Quelle berücksichtigt.

⁶Gute Schieblehren haben eine $\frac{1}{20}$ -Noniusteilung, was einer Genauigkeit von 0.05 mm entspricht.

⁷Dies zeigt, wie gutmütig die runde Geometrie eigentlich ist, eine Ablage von 4 % bezogen auf den Radius bedingt lediglich einen Fehler von 0.08 % in der Durchstrahlungslänge.

Hintergrundfehler Fehler durch Hintergrundstrahlung und Dunkelstrom in der Meßeinrichtung treten nur untergeordnet auf. Bei geschlossener Quelle zeigt die Digitalanzeige am SMS-102A Meßwerte von 0.000 V und 0.001 V. Diese Variation in der letzten Stelle kann auch Digitalisierungsrauschen in der Anzeige sein. 0.001 V entspricht bei einem Meßsignal von mehr als 1 V weniger als 0.1 % Fehler. D.h. dieser Fehler ist kleiner als die bei der Fehlerbetrachtung der einzelnen Datensätze diskutierten systematischen Driften.

Fehler in der Tiefenzuordnung Beim Auflegen der Kernstücke auf die GRIP-Meßbank wird die Lage des Kerns in der Schale nur auf 1 cm genau vermessen. Dieser Fehler liegt also im Bereich der in Abschnitt 4.2.1 diskutierten Meßfehler bei der Tiefenzuordnung während der Kernbeschreibung. Der Fehler in der Tiefenzuordnung wurde dort zu weniger als 1 % abgeschätzt und durch einen Konsistenztest zwischen der Tiefenskala aus der Kernbeschreibung und der aufaddierten Kernlänge bestätigt.

4.3.3.2 Berechnung der Dichte und Fehlerfortpflanzung

Die Dichte wird gemäß dem logarithmierten Lambert-Beer-Gesetz (3.5) berechnet:

$$\rho = -\frac{1}{\alpha d} \ln \frac{I(d)}{I(0)}$$

Damit ergibt sich nach gaußscher Fehlerfortpflanzung für den relativen Fehler⁸:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{1}{\ln \frac{I(d)}{I(0)}} \frac{\Delta I(d)}{I(d)}\right)^2 + \left(\frac{1}{\ln \frac{I(d)}{I(0)}} \frac{\Delta I(0)}{I(0)}\right)^2} \quad (4.9)$$

Setzt man für den Fehler der Intensität an einer Meßposition die oben abgeleitete Relation für den relativen Fehler (4.8) ein, so erhält man die Formel für die Berechnung des Fehlers:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{1}{\ln \frac{I(d)}{I(0)}} \frac{\Delta I(0)}{I(0)}\right)^2 \left(1 + \frac{I(0)}{I(d)}\right)} \quad (4.10)$$

Für den verwendeten Massenabsorptionskoeffizienten nach Formel (3.10) hat die Diskussion in Abschnitt 3.1.4.4 einen relativen Fehler von $\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = 0.1\%$ ergeben.

⁸Hat man es, wie oben diskutiert, mit systematischen Fehlern in der Verstärkung zu tun, so würde man bei einer Fehlerrechnung Korrelationsterme erwarten. Diese Korrelationsterme treten aber nicht auf, da die Leermessung und die Einzelmessung nicht gleichzeitig gemessen werden und deshalb unkorreliert sind. Dieser Term würde den in der Gaußschen Fehlerformel addierten systematischen Fehler auch wieder abziehen, was bei gleichzeitiger Messung vernünftig wäre, da sich ja dann der Verstärkungsfehler wieder aus der Formel für die Dichte herausdividieren würde.

4.3.4 Fehlerbetrachtung für die Dichtemessung von B21, B17 und B19 (bis 100m)

Fehler der Intensität bei der Leermessung Die Mittelwerte der Intensitäten der Luftmessungen jeweils vor und nach der Kernmessung weichen im Mittel um 0.2 %, maximal um 0.6 % für einen Lauf auf der Meßbank, systematisch nach der Messung fallend voneinander ab. Die Abbildungen 4.6, 4.7 und 4.8 zeigen die Ergebnisse der statistisch ausgewerteten Leermessungen.

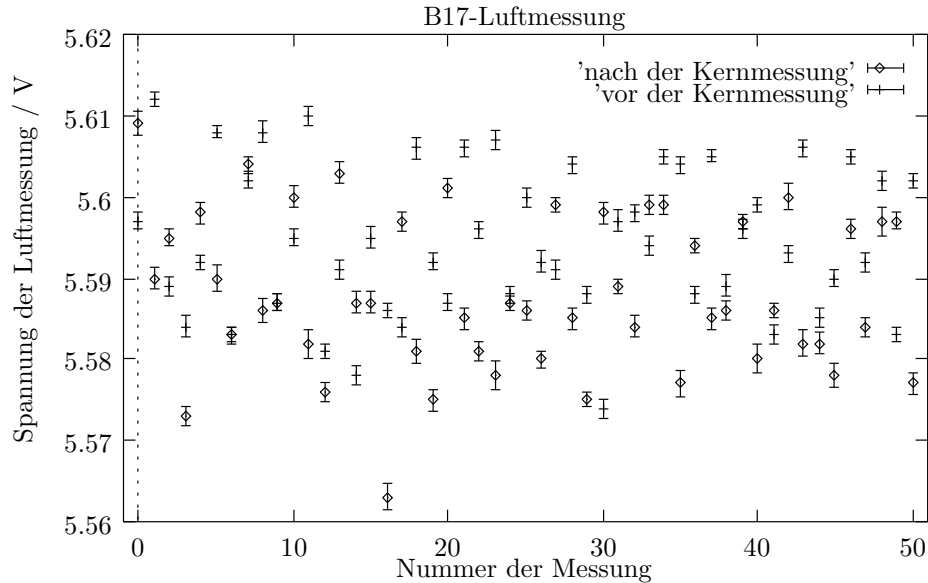


Abbildung 4.6: Spannungsmeßwerte der Luftmessung vor und nach der Kernmessung für B17

Aufgetragen sind die Mittelwerte aus 25 Messungen je Meßpunkt mit den Standardabweichungen der Mittelwerte. Man sieht im Mittel einen leichten systematischen Abfall der Meßwerte nach der Kernmessung. Die Werte streuen zwar ineinander, aber man beobachtet, daß die zwei Punktwolken kein gemeinsames Zentrum haben. Diese Beobachtung wird auch in einer statistischen Auswertung verifiziert: Der Mittelwert aus den Punkten vor der Kernmessung ist 5.595 V und der nach der Messung ist 5.588 V, die relative Abweichung ist somit 0.125 %, während die relative Standardabweichung des Mittelwerts maximal 0.04 % beträgt.

Die Standardabweichungen der Mittelwerte liegen bei maximal 0.04 % relativem Fehler. Damit ist eine Drift zu kleineren Werten nach der Eiskernmessung signifikant, da man bei einer Messung ohne Drift eine Übereinstimmung der Meßwerte nach den Regeln der Fehlerstatistik erwarten würde. Die Abweichung oben entspricht aber einer Abweichung von mehr als drei Fehlerintervallen, innerhalb der die Meßwerte im Mittel in 99.73 % (in Barlow [1989] tabellierter Wert) der Fälle übereinstimmen sollten.

Eine Übereinstimmung im Rahmen der Statistik ist aber auch nicht zu erwarten. Ein Photomultiplier zeigt Ermüdung und Hysterese (siehe Abschnitt A.2.3). Die

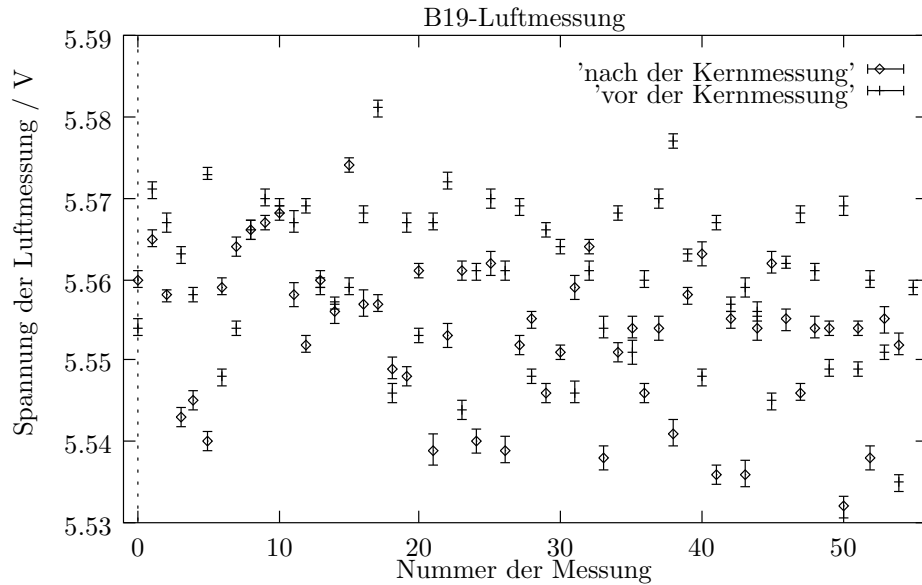


Abbildung 4.7: Spannungsmeßwerte der Luftmessung vor und nach der Kernmessung für B19

Für diese Messung gelten die gleichen Beobachtungen, wie für B17 (siehe Abbildung 4.6). In diesem Falle ergibt die statistische Auswertung: Der Mittelwert aus den Punkten vor der Kernmessung ist 5.560 V und der nach der Messung ist 5.553 V, die relative Abweichung ist somit 0.125 %, während die relative Standardabweichung des Mittelwerts maximal 0.03 % beträgt.

in Abschnitt A.2.4 beschriebene Korrektorelektronik ist nicht in der Lage auf kurzzeitige Schwankungen zu korrigieren. Die beobachtete systematische Abweichung von ca. 0.2 % entspricht der Spezifikation des Szintillationsdetektors. In der Bedienungsanleitung [Löffel, 1989] ist eine Verstärkungsdrift von weniger als 0.2 % innerhalb von 24 Stunden angegeben.

Eine genauere Messung wäre bei einer Auswertung ohne die Berücksichtigung der Streuung von Luft auch nicht sinnvoll, da diese schon, wie oben diskutiert, mit einem systematischen Fehler in der gleichen Größenordnung behaftet ist. Aus der beobachteten Drift und der systematischen Schwächung der Leermessung durch die Luft von 0.1 % kann man einen großzügig abgeschätzten Fehler von 0.25 % aus der quadratischen Addition der Fehler beider Effekte für die Leerspannungsmessung annehmen.

Fehler der Einzelmessung Die gemessenen Spannungen im Bereich der höchsten Dichten liegen bei 2.5 V, bei weniger als 6 V Leerspannung. Nach dem \sqrt{N} -Gesetz für Intensitäten (4.8) ergibt sich mit einem relativen Fehler der Luftmessung von $\frac{\sigma(I(0))}{I(0)} = 0.15\%$ der maximale relative Fehler für einen einzelnen Meßwert zu $\frac{\sigma(I(d))}{I(d)} = 0.23\%$. Zu diesem sind noch 0.2 % Verstärkungsdrift quadratisch zu addieren, so daß man insgesamt einen Fehler von 0.3 % erhält.

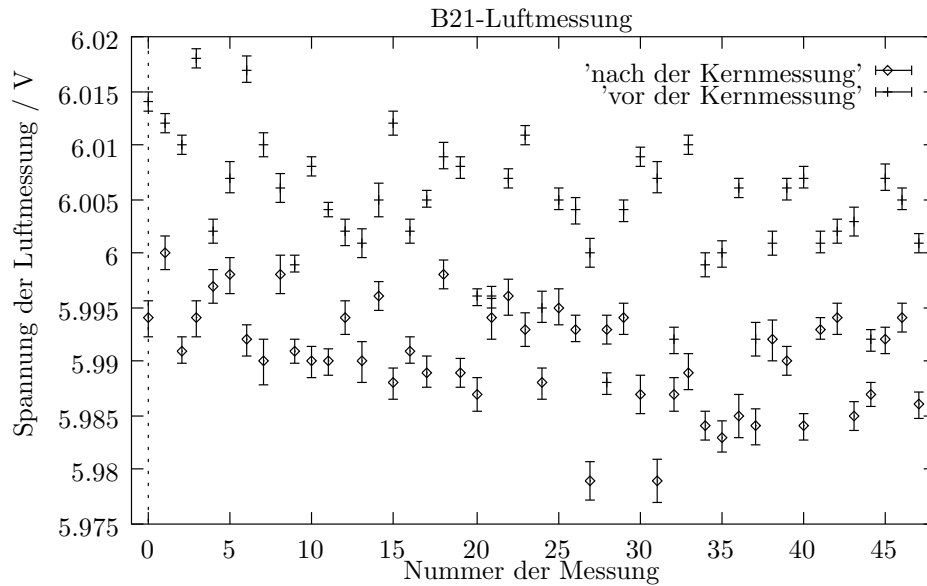


Abbildung 4.8: Spannungsmeßwerte der Luftmessung vor und nach der Kernmessung für B21

Bei dieser Messung sind die Beobachtungen der B17 und der B19 Messung noch deutlicher zu erkennen, da die Drift der Luftmessung zu niedrigeren Werten nach der Kernmessung noch deutlicher ist. Dieser Trend wird durch die statistische Analyse bestätigt: Der Mittelwert aus den Punkten vor der Kernmessung ist 5.991 V und der nach der Messung ist 6.004 V, die relative Abweichung ist somit 0.217 %, während die Standardabweichung des Mittelwerts 0.04 % beträgt.

Berechnet man für die Meßpunkte mit minimalem Fehler, die ein Verhältnis von $\frac{I(d)}{I(0)} \approx 0.8$ haben, so erhält man für den statistischen Fehler nach der Rechnung mit dem \sqrt{N} -Gesetz für Intensitäten (4.8) 0.17 % und nach quadratischer Addition des Fehlers für die Verstärkungsdrift einen relativen Fehler von 0.26 %.

Der Fehler für die Intensitätsmessung an einer Position liegt also über den ganzen Kern in der Größenordnung von 0.3 %.

Addiert man den in Abschnitt 4.3.3.1 abgeschätzten Hintergrundfehler von 0.1 % quadratisch zum Fehler der Leermessung, so erhält man für diese einen relativen Fehler von 0.27 %. Für den Wert der Messung an einer Position ergeben sich analog 0.32 %.

Fehler der Dicke des durchstrahlten Eises Bei B17, B19 und B21 sind die Durchmesser im Abstand von wenigstens 20 cm gemessen, bei größeren Schwankungen sogar noch häufiger. Damit sollte der Fehler von 0.09 % für die Messungen nach der Diskussion in Abschnitt 4.3.3.1 über den gesamten Kern gültig sein. Die quadratische Addition der Fehler für Ablage und Durchmessermessung ergibt für den relativen Fehler der Dicke des durchstrahlten Bereichs 0.12 %.

Fehlerfortpflanzung Die drei behandelten Kerne haben ein ähnliches Dichteprofil, deshalb kann die Fehlerrechnung exemplarisch an ausgewählten Punkten vorgenommen werden. Tabelle 4.1 listet die nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz (4.10) berechneten Fehler bei gegebenen Eingangsgrößen auf.

Tiefe [m]	$\frac{I(d)}{I(0)}$	$\frac{\Delta\rho}{\rho}$ [%]
2	0.78	1.65
3	0.75	1.44
5	0.73	1.33
10	0.67	1.07
20	0.61	0.89
30	0.58	0.83
50	0.53	0.73
100	0.48	0.66

Tabelle 4.1: Relativer Fehler der Dichtemessung bei den Kernen B17, B19 und B21

Die relativen Fehler wurden gemäß der Formel 4.10 berechnet. Für den relativen Fehler des Massenabsorptionskoeffizienten wurde 0.1 % und für den relativen Fehler der durchstrahlten Dicke wurde 0.12 % eingesetzt. Für den relativen Fehler der Leerspannung wurde 0.27 % eingesetzt.

4.3.5 Aufarbeitung von B16- und B18-Dichtemeßdaten

4.3.5.1 Die Rohdatensätze

An zwei Eiskernen (B16 und B18) waren die Messungen bereits durchgeführt und die Rohdatensätze lagen vor.

Die Apparatereinstellungen Die Messungen wurden bei den gleichen Apparatereinstellungen vorgenommen, wie die eben diskutierten Messungen in Abschnitt 4.3.4. Allerdings war die Leermessungsspannung wesentlich höher, im Bereich von 8V und darüber. Warum sie höher lag ist nicht geklärt. Die Messungen wurden in der Zeit eines halben bis eines Jahres vor den oben beschriebenen Messungen durchgeführt, so daß eine Abnahme der Photonenrate der Quelle, in der Größenordnung der Änderung der Leerspannung, auszuschließen ist, da ^{137}Cs eine Halbwertszeit von 30 Jahren hat. Die Halterung der Quelle und die Kernschale wurden zwischen den Messungen umgebaut, so daß eine leichte Dejustierung der Quelle und damit eine Abnahme der Intensität die plausibelste Erklärung ist.

Auswirkung einer Dejustierung auf die Messungen von B17, B19 und B21 Eine oben angedeutete Dejustierung würde die Fehler der im vorhergehenden Abschnitt 4.3.4 beschriebenen Messungen nicht vergrößern, da Fehler in der Geometrie in der Fehlerrechnung berücksichtigt sind. Eine geringere Photonenrate bedingt einen größeren statistischen Fehler. Die Vergrößerung ist aber nicht wesentlich, da eine Änderung der Photonenraten nach dem Wurzel- N -Gesetz (4.8) den relativen Fehler nur mit der Wurzel der inversen Raten reskalieren. Der statistische Fehler konkurriert mit dem Fehler der Schwankungen

im Verstärkungsfaktor, so daß der Einfluß einer geringeren Photonenrate nicht fehlerdominierend wird. Trotzdem sollte die Justierung der Quelle überprüft werden, da alle Fehlerquellen so klein wie möglich gehalten werden sollten.

4.3.5.2 Differenz in der Leermessung

Wie in Abschnitt 4.3.4 bereits erwähnt, sind bei dieser Messung durch die hohen Leermessungsspannungen erhebliche Differenzen zwischen den Luftwerten vor und nach der Kernmessung aufgetreten. Die Abbildung 4.9 zeigt die Daten der Luftmessung für B16 und B18.

Die Auswahl der Luftmeßwerte für die Auswertung ist damit nicht mehr eindeutig. Dieses Problem soll nun diskutiert werden.

Die Luftwerte vor der Kernmessung Die Luftwerte vor der Kernmessung sind stabil und zeigen keine Driften. Die maximalen Standardabweichungen der Mittelwerte liegen mit 0.02 % in der gleichen Größenordnung, wie die bei den in Abschnitt 4.3.4 vorgestellten Messungen von B17, B19 und B21. Die Apparatur hat vor der Kernmessung ausreichend Zeit sich stabil einzustellen, da zwischen der Messung von zwei Kernen mindestens zehn Minuten vergehen. Die Einstellzeiten des elektronischen Regelkreises liegen, wie in Abschnitt A.2.4 beschrieben, bei einigen Minuten.

Die Elektronik wurde am Rand ihrer Spezifikation betrieben, und es ist nicht klar, ob sie in diesem Bereich noch richtig arbeitet. Die aus dem falschen Betriebsmodus resultierenden Abweichungen und Driften können auch systematisch sein. Selbst bei einer einwandfreien Statistik werden diese systematischen Effekte nicht unbedingt offensichtlich. Eine Betrachtung weiter unten wird zeigen, daß ein Fehler in der Elektronik naheliegender ist, als ein nichtlineares Verhalten des Photomultipliers.

Die Luftwerte nach der Kernmessung Die Luftwerte nach der Kernmessung steigen systematisch um ca. 0.15V über 25 Meßwerte an. Sie liegen außerdem um ca. 0.3V tiefer als die Meßwerte vor der Kernmessung. Diese Differenz entspricht einer relativen Abweichung von 3.7 % auf die Luftwerte vor der Kernmessung. Diese Tatsache ließe sich durch einen kurzzeitigen Ermüdungseffekt (Fatigue) des Photomultipliers erklären, den die Stabilisierungselektronik mit einer Zeitkonstanten im Bereich von Minuten korrigiert und deshalb die Werte langsam ansteigen. Diese Erklärung ist aber nicht zwingend. Der Photomultiplier kann vollkommen einwandfrei arbeiten und die Korrektur Elektronik kann unter Betriebsbedingungen, die nicht mehr ihrer Spezifikation entsprechen, ebenfalls ein Signal produzieren, daß dem am Photomultiplier abgegriffenen Strom nicht mehr proportional ist.

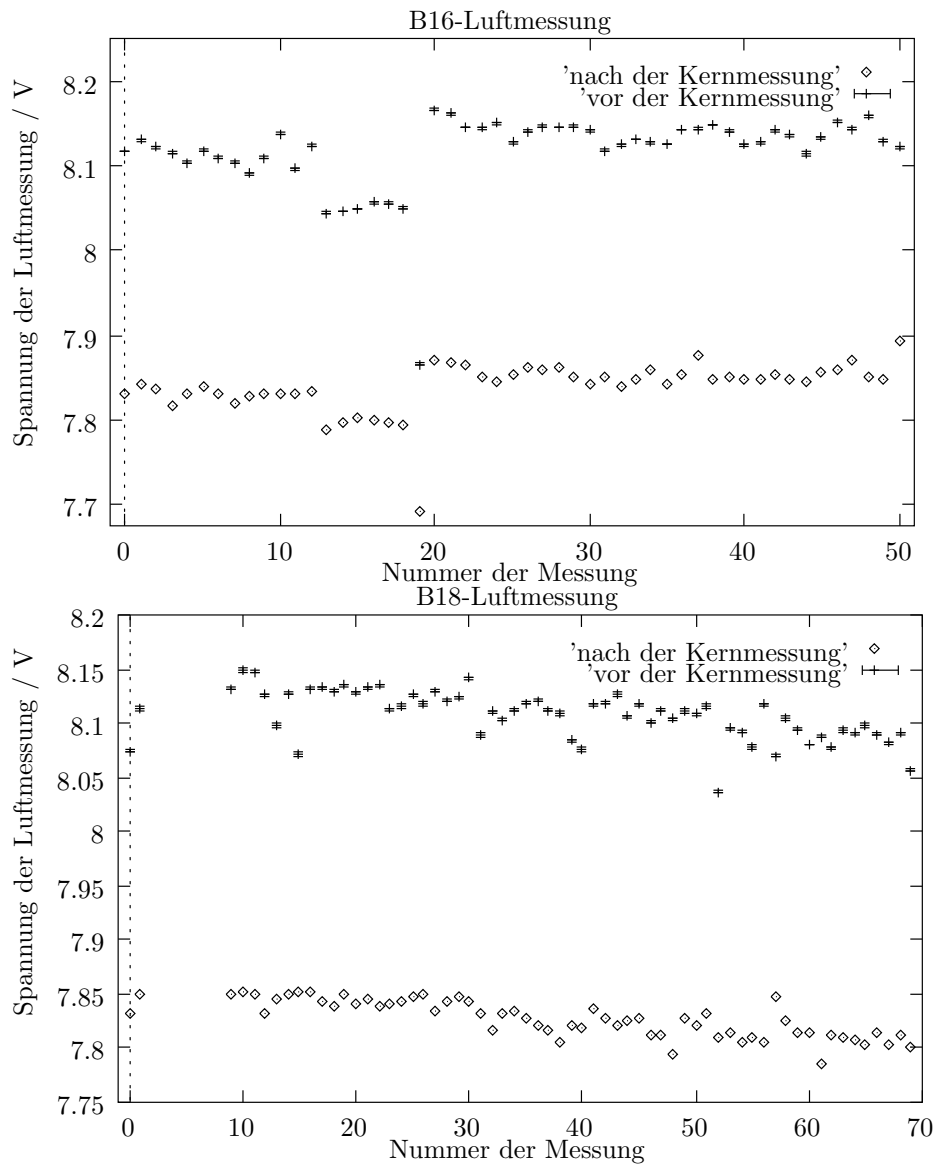


Abbildung 4.9: Spannungsmeßwerte der Leermessung vor und nach der Kernmessung für B16 und B18

Für die Werte nach der Kernmessung sind keine Fehlerbalken eingetragen. Die Werte driften mit der Zeit systematisch zu höheren Werten, eine statistische Auswertung ist in diesem Fall nicht zulässig. Die bei der B18-Messung fehlenden Werte von 3 bis 8 liegen, da sie im Rahmen der B21-Messung durchgeführt wurden, im Bereich unter 6V und zeigen keine großen Driften. Die statistische Auswertung der Leermessungen vor der Kernmessung ergibt für beide Kerne eine maximale Standardabweichung des Mittelwerts von 0.02 %. Die Werte vor und nach der Kernmessung (bei B18 ohne die Messungen 2 bis 8, entsprechend einer Tiefe von 4m bis 18m) weichen um etwa 0.3V bzw. 3.7 % voneinander ab.

4.3.5.3 Messungen zur Linearität des Szintillationsdetektors

Möglicherweise hat die Differenz in den Meßwerten ihre Ursache in der hohen Versorgungsspannung für den Photomultiplier und dem entsprechend hohen abgegriffenen Strom. Eine vergleichbar hohe Bestrahlung wie bei den Messungen der Kerne war bei den Linearitätsmessungen nicht mehr gegeben, aber eine hohe Versorgungsspannung kann durch eine Erhöhung der Empfindlichkeit ebenfalls erreicht werden.

Der korrekt arbeitende Szintillationsdetektor soll ein der Intensität strikt proportionales Spannungssignal erzeugen. Dann sollte das Lambert-Beer-Gesetz (3.1) beim Einbringen von Absorbern nachvollzogen werden.

Bei der Messung wurde eine zunehmende Anzahl von 2 mm dicken Edelstahlplatten⁹ in den Strahlengang gebracht und der Meßwert an der Spannungsanzeige abgelesen. Vom Auflegen neuer Platten bis zum Ablesen des Spannungswertes dauerte es immer einige Minuten, so daß die Apparatur immer wieder Zeit hatte sich einzustellen und deshalb das Verhalten für die Luftmessung vor der Kernmessung beschrieben wird. Die Ergebnisse der Messungen mit Edelstahlplattenabsorbern sind in Abbildung 4.10 dargestellt.

Aufgetragen ist die am SMS-102A auf zwei Stellen gerundet abgelesene Spannung gegen die Anzahl eingebrachter Absorberplatten. An die Meßpunkte wurden χ^2 -Anpassungen für das Lambert-Beer-Gesetz $I(x) = I_0 e^{-\mu x}$ (3.1) und ein Lambert-Beer-Gesetz mit Offset I_{off} : $I(x) = I_0 e^{-\mu x} + I_{\text{off}}$ berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.2 aufgeführt.

Sensitivität [%]	Offsetspannung I_{off} [V]	Anfangsintensität I_0 [V]	Streukoeffizient μ	χ^2	Signifikanz [%]
290	0	5.549 ± 0.010	0.11420 ± 0.00034	11.90	21.91
400	0	7.599 ± 0.014	0.11467 ± 0.00032	9.02	43.58
430	0	8.138 ± 0.015	0.11295 ± 0.00031	224.98	0.00
290	0.128 ± 0.052	5.440 ± 0.045	0.1191 ± 0.0021	6.32	61.14
400	0.041 ± 0.070	7.564 ± 0.061	0.1158 ± 0.0020	8.69	36.93
430	0.881 ± 0.052	7.423 ± 0.043	0.1405 ± 0.0020	32.99	0.00

Tabelle 4.2: Messung der Kennlinien mit Edelstahlplatten

Der angegebene Streukoeffizient ist in diesem Falle in Einheiten der Plattendicke angegeben, die die natürliche Längendimension des Systems ist.

Die Fehler wurden aus dem in Abschnitt 4.3.4 abgeschätzten Fehler für eine Einzelmessung an einer Position von 0.3 % und einem Ablesefehler von 0.005V für die Rundung nach der zweiten Nachkommastelle berechnet.

⁹Die Platten wurden aus einem einzigen Blech ausgestanzt. Auf diese Weise sollte eine konstante Dicke garantiert sein. Für die Aufnahme einer Kurve zum Verhalten des Detektors kommt es nicht auf genau bekannte Schichtdicken, sondern lediglich auf sehr konstante Inkrementdicken an.

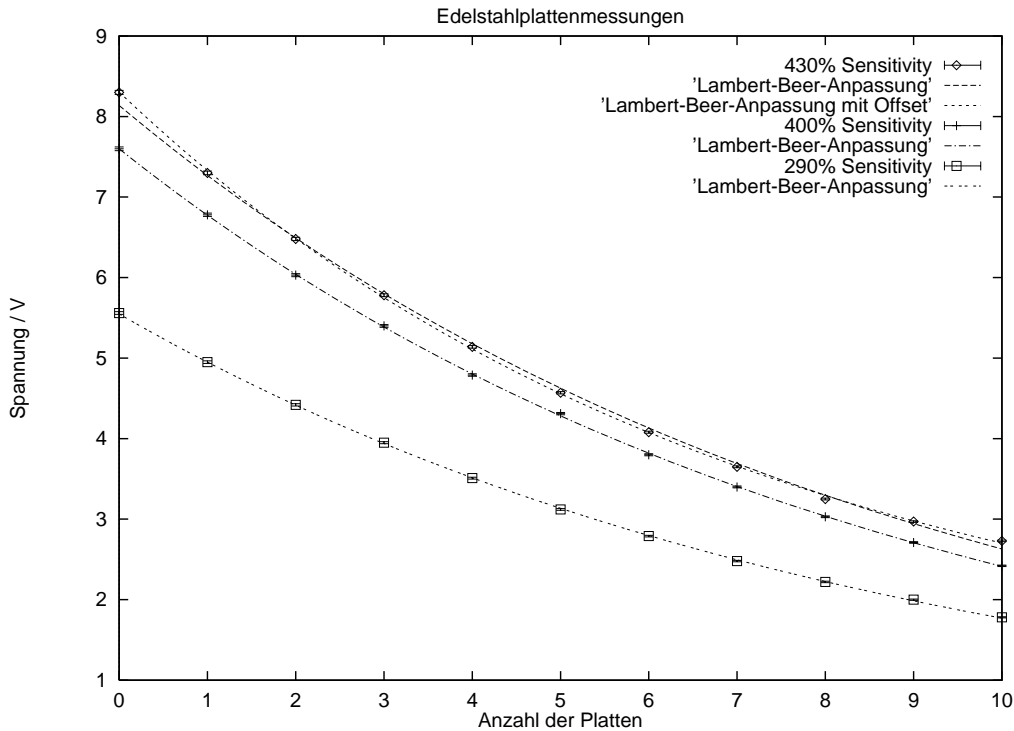


Abbildung 4.10: Messungen zur Linearität des Szintillationsdetektors
 Die Grafik zeigt die Messungen mit Plattenabsorbern im Strahlengang bei drei verschiedenen Empfindlichkeitseinstellungen. Die Lowpass-Filterkonstante war jeweils auf 1 s eingestellt. Die Fehler setzen sich aus der quadratischen Addition der angegebenen 0.3 % Fehler für Gerätedriften und Zählstatistik der Intensitätsmessungen an einem Punkt und 0.005 V Ablesefehler zusammen. Die Kurven sind mit verschiedenen Modellen berechnete χ^2 -Anpassungen, deren Ergebnisse in Tabelle 4.2 aufgelistet sind.

Für eine Empfindlichkeit von 290 % und 400 % ergeben die Anpassungen eine hohe Signifikanz, das Lambert-Beer-Gesetz ist nachvollzogen und damit ist das zur Eingangsintensität proportionale Verhalten des Szintillationsdetektors als erfüllt verifiziert.

Für eine Empfindlichkeit von 290 % ist die Anpassung an das Modell mit einem Offset zwar noch besser als an das Modell ohne Offset, aber beide, sowohl die Anpassung an das Modell mit Offset als auch die Anpassung an das Modell ohne Offset haben eine so hohe Signifikanz, daß man nicht wirklich von einer wesentlich besseren Anpassung sprechen kann. Außerdem liegt der Offset für die 290 % Anpassung immer noch im 2.5σ Intervall. Wenn man aus diesen Messungen eine Nichtlinearität des Szintillationsdetektors aus der Ungültigkeit des Lambert-Beer-Gesetzes nachweisen wollte, dann müßte man die Messungen mit einer besseren Statistik und ohne Ablesefehler wiederholen.

Im Vergleich zu den eben diskutierten Anpassungen verhält sich die Anpassung für eine Empfindlichkeit von 430 % anders. Das Ausgangssignal des Szintillationsdetektors kann als nichtproportional zur Eingangsintensität angesehen werden.

Aus einer Signifikanz¹⁰ von Null kann man schließen, daß das Lambert-Beer-Gesetz nicht reproduziert wird und somit ein nicht zur Einfallintensität proportionales Ausgangssignal des Szintillationsdetektors vorliegen muß. Die rein optische Anpassung in Abbildung 4.10 ist für eine Kurve mit Offset wesentlich besser, aber die statistische Auswertung zeigt, daß die gewählte Kurve das Verhalten des Systems nicht richtig beschreibt.

Bei den Messungen mit einer Empfindlichkeit von 290 % und 400 % könnte man wegen der hohen Signifikanz erwägen, daß der Fehler überschätzt ist, bei der Messung mit einer Empfindlichkeit von 430 % könnte man wegen der verschwindenden Signifikanz einen unterschätzten Fehler erwägen. Aber dieser Gegensatz bei einer Messung spricht für eine richtige Abschätzung der Fehler und bestätigt ein nicht zur Einfallintensität proportionales Verhalten des Szintillationsdetektors bei einer Empfindlichkeitseinstellung von 430 %.

Das Densimeter wurde mit einer Empfindlichkeit von 430 % bei ähnlich hohen Leerspannungen wie bei der Kernmessung außerhalb des Spezifikationsbereichs betrieben. In Abbildung 4.10 erkennt man, daß das Verhalten des Systems stärker als exponentiell ist. Eine Kurve durch die Meßwerte hätte eine stärkere Krümmung, als die Anpassung an das Lambert-Beer-Gesetz.

Diese Beobachtung legt aber die Vermutung nahe, daß das nichtproportionale Verhalten des Szintillationsdetektors in der Steuerelektronik zu suchen ist und nicht in der Photomultiplerröhre. Alle Effekte, die im Zusammenhang mit Photomultiplerröhren diskutiert werden (siehe Abschnitt A.2.3.4), bewirken eine Abnahme der Verstärkung mit zunehmender Intensität.

Bei einer Empfindlichkeit von 430 % wächst die Verstärkung aber mit zunehmender Intensität. Dies erkennt man zum einen daran, daß der Streukoeffizient für dieses Modell im Vergleich zu den Empfindlichkeitseinstellungen von 290 % bzw. 400 % abnimmt und die Kurve trotzdem noch stärker gekrümmt ist, als die Anpassungskurve.

Für die Anpassung mit einem Offset bei einer Empfindlichkeit von 430 % gibt es auch keine naheliegende Erklärung wie durch einen Photomultipliereffekt ein Offset in dieser Größenordnung zustandekommen sollte, zumal das angepaßte Modell das Verhalten nicht richtig beschreibt.

Diese Beobachtungen lassen die Interpretation des Offsets zwischen den Leermessungswerten vor und nach der Kernmessung als Effekt der Elektronik wegen des stärker als exponentiellen Verhaltens eher zu als eine Annahme von Effekten des Photomultipliers. Außerdem wird von Fortescue, Löffel und Romanski [1994] angegeben, daß der Photomultiplier eher etwas unter den vom Hersteller

¹⁰In der Fehlerrechnung hat man eine Vorstellung, wie viele Meßwerte im Mittel in den jeweiligen Fehlerintervallen liegen müssen. Rechnet man für die Lambert-Beer-Anpassung mit Offset die Abweichungen aus, so findet man einen Wert außerhalb von fünf Fehlerintervallen, zwei außerhalb von drei, vier außerhalb von zwei und sechs Werte außerhalb von einem Fehlerintervall. Diese Konstellation ist für ein richtiges Modell extrem unwahrscheinlich.

angegebenen Röhrenstrom betrieben werden sollte. Aus diesem Grunde ist anzunehmen, daß bezgl. des Röhrenstroms des Photomultipliers beim Entwurf der Apparatur noch eine Reserve eingeplant wurde, die bei einem Betrieb am Rande des spezifizierten Bereichs immer noch ausreichen sollte.

Unter diesen Umständen sind für die Auswertung die Meßwerte nach der Messung zu nehmen, auch wenn sie driften. Tatsächlich zeigt eine Auswertung der Messung mit Leermeßwerten vor der Kernmessung, daß in größeren Tiefen Dichten auftreten, die deutlich über der Dichte von reinem Eis von $0.92 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$ bei -20°C [Hobbs, 1974, Tabelle 5.1] liegen. Diese Tatsache schließt eine Auswertung mit den Luftmeßwerten vor der Kernmessung aus, da sie ein physikalisch falsches Ergebnis implizieren würde.

Jede Auswertung bei den gegebenen Datensätzen kann nur durch Wiederholungsmessungen und Vergleiche mit unabhängigen Verfahren gerechtfertigt werden.

4.3.5.4 Auswertung mit den Luftmeßwerten nach der Kernmessung

Bei der Auswertung mit den systematisch zu höheren Spannungen driftenden Luftwerten ist nicht klar, welcher Wert aus der ansteigenden Meßreihe zu verwenden ist. Die Meßreihe ist von zwei gleichgerichteten Effekten beeinflusst. Zum einen erwartet man einen Anstieg der Werte, da die Lowpaßfiltereinstellung von 1 s den Anstieg der Spannungswerte bedämpft und der Anstieg deshalb verzögert einsetzt. Zum anderen bewirkt die Elektronik bei einer Annahme des oben beschriebenen stärker als exponentiellen Verhaltens einen Anstieg der Verstärkung und damit einen Anstieg der Meßwerte. Beide Effekte sind also nicht mehr zu trennen.

Für die Auswertung wurde der Mittelwert aus den 25 genommenen Meßwerten gebildet und verwendet. Die gesamte Drift beträgt etwa 0.15 V, so daß man den Fehler in der Leerspannung mit 0.075 V abschätzen kann. Die Aufnahme der 25 Meßwerte dauert einige Sekunden, so daß die Filterung bei den letzten Werten keinen Einfluß mehr haben sollte und dieser Anstieg sicherlich ein störender Drifteffekt ist. Dieser Fehler entspricht bei einer Luftspannung von 7.85 V einem relativen Fehler von $\frac{\sigma(I(0))}{I(0)} \approx 1\%$. Dieser Fehler ist im Vergleich zu den Messungen von B17, B19 und B21 (siehe Abschnitt 4.3.4) sehr groß, aber besser läßt sich die Luftmeßspannung nicht mehr rekonstruieren.

Die Fehler der Einzelmessung Die Fehler für die Einzelmessungen sollten nicht wachsen, da die Spannungswerte der Messungen im Eiskern 5.5 V nicht übersteigen und das System dann in seinem Spezifikationsbereich betrieben wird. Damit ist die Annahme eines Fehlers für die Einzelmessung von 0.32 % gerechtfertigt.

Die Dicke des durchstrahlten Bereichs bei B16 und B18 Für die Messungen an B16 und B18 wurden noch keine durchgängigen Kerndurchmesser-messungen in 20 cm Abständen durchgeführt. In den ersten 14 m lagen für beide Kerne Durchmesser-messungen in hoher Auflösung vor. In tieferen Bereichen sind die Schwankungen bei allen gemessenen Kernen nicht größer als 0.5 %, so daß man auch im Bereich von Datenlücken einen Interpolationsfehler von lediglich 0.25 % annehmen kann. Eine quadratische Addition mit dem Fehler für die Ablage und die Absolutmessung des Kerndurchmessers von 0.12 % ergibt einen Gesamtfehler von 0.3 %. Da dieser Fehler klein im Vergleich zum Fehler aus der Messung der Leerintensität ist, lohnt eine weitergehende Detailbetrachtung nicht.

In Tabelle 4.3 ist eine exemplarische Fehlerrechnung für B16 und B18 durchgeführt. Für den Abschnitt von 4 m bis 18 m von B18 gelten die Werte aus Tabelle 4.1, da dieser Abschnitt gemeinsam mit B21 gemessen wurde und deshalb einen geringeren Fehler hat.

Tiefe [m]	$\frac{I(d)}{I(0)}$	$\frac{\Delta\rho}{\rho}$ [%]
2	0.78	4.24
3	0.75	3.66
5	0.73	3.35
10	0.67	2.64
20	0.61	2.14
30	0.58	1.95
50	0.53	1.68
100	0.48	1.47

Tabelle 4.3: Relativer Fehler der Dichtemessung bei den Kernen B16 und B18

Die relativen Fehler wurden gemäß der Formel 4.10 berechnet. Für den relativen Fehler des Massenabsorptionskoeffizienten wurde 0.1 % und den relativen Fehler der Dicke des durchstrahlten Bereichs 0.3 % eingesetzt. Für den relativen Fehler der Leerspannung wurde 1 % und für den relativen Fehler der Einzelintensitätsmessung 0.32 % eingesetzt. Für den Fehler des Bereichs zwischen 4 m und 18 m von B18 gelten die Werte aus Tabelle 4.1.

4.3.5.5 Vergleich eines Meßabschnitts der B18-Messung mit einer Wiederholungsmessung

Die Rechtfertigung für die Auswertung mit den Luftwerten nach der Kernmessung kann nur ein Vergleich mit einer Wiederholungsmessung eines Kernstücks erbringen. Deshalb wurde das Kernstück von 100 m bis 102 m von B18 nochmals mit der Apparateinstellung für die Messungen von B17 bzw. B19 gemessen. Damit lassen sich auf diese Messung die Fehlerbetrachtungen für die B17, B19 und B21 Messungen (Abschnitt 4.3.4) anwenden.

Absolutvergleich eines B18-Abschnitts mit einer Wiederholungsmessung Abbildung 4.11 zeigt die beiden Meßergebnisse in einer gemeinsamen grafischen Darstellung.

Im Bereich zwischen 100 m und 100.8 m liegen die beiden Signale ineinander. Im Bereich zwischen 100.8 m und 102 m liegt die Erstmessung etwas höher, aber noch

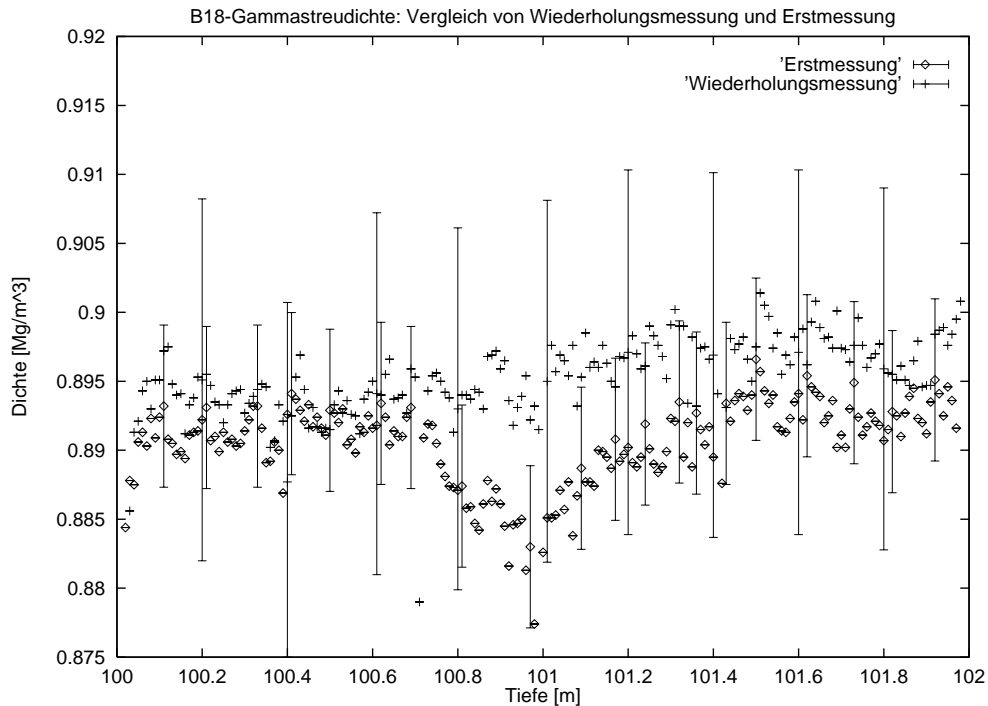


Abbildung 4.11: B18-Gammastreudichte: Absolutwertvergleich von Wiederholungsmessung und Erstmessung

Eingetragen sind als Erstmessung bezeichnet der B18-Datensatz, der in der beschriebenen Weise mit der Leermessungswerten nach der Kernmessung behandelt wurde, und eine Wiederholungsmessung, die mit den in Abschnitt 4.3.4 als brauchbar verifizierten Apparatereinstellungen vorgenommen wurde. Von 100.6 m bis 101.4 m Tiefe befinden sich große einseitige Kernabsplitterungen. Eine Durchmessermessung des Kerns ergab an der dünnsten Stelle 83.64 mm. Dieser Bereich ist deshalb beim Vergleich auszuschließen, da eine kleine Verdrehung des Kerns die Messung beeinflussen kann. Die Fehlerbalken sind für einige Punkte exemplarisch eingezeichnet. Sie wurden nach den in Tabelle 4.1 abgeleiteten relativen Fehler von 0.66 % für die Dichte unterhalb von 100 m Tiefe berechnet. Die großen Fehlerbalken sind zu ausgewählten Punkten aus der Erstmessung eingetragen. Für die Fehler der Erstmessung gilt der in Tabelle 4.3 abgeleitete Wert von 1.47 %. (Die Punkte mit Fehlerbalken wurden bewußt in den Maxima gewählt, um die Maxima besser miteinander vergleichen zu können.)

größtenteils innerhalb der Fehlerbalken. Diese Abweichungen können ihre Ursache auch in einer anderen Geometrie haben. Z.B. daß der Kern nach dem Umbau der Apparatur etwas anders in der Schale lag, oder daß er nicht exakt rund ist und bei der Wiederholungsmessung anders verdreht lag.

Selbst der Bereich von 100.8 m bis 101.2 m liegt, obwohl die beiden Messungen hier deutlich abweichen, noch im Bereich der für die Erstmessung abgeschätzten Fehler. Die deutliche Abweichung hat ihre Ursache wohl in großen einseitigen Absplitterungen in einer Tiefe zwischen 100.6 m und 101.4 m. Die Durchmesser-messung ergab an der dünnsten Stelle einen Durchmesser von 83.64 mm bei einem vollen Kerndurchmesser von etwa 100 mm. Der angegebene Bereich ist, da eine leichte Drehung des Kerns die Messung beeinflusst, vom Vergleich auszuschließen.

Die Fehlerabschätzung der Erstmessung soll durch die hier angestellte Betrachtung gerechtfertigt werden.

Vergleich des Relativsignals eines B18-Abschnitts mit einer Wiederholungsmessung Das relative Meßsignal mit den aufmodulierten Schwankungen ist erhalten. Erst- und Wiederholungsmessung sind in Abbildung 4.12 nebeneinandergestellt. Die Schwankungen sind bei der Wiederholungsmessung etwas bedämpft, die groben Strukturen sind aber korrespondierend. Die Bedämpfung des Signals kann ihre Ursache einerseits in einer Veränderung des Kerns haben, andererseits aber auch in den anderen Apparatereinstellungen.

Eine leichte Verschiebung der Signale im Bereich von 1 cm bis 2 cm ist erkennbar, aber diese Verschiebung liegt im Bereich der in Abschnitt 4.3.3.1 abgeschätzten Fehler für die Längenmessung von 1 cm und der Genauigkeit des an der Kernschalenmarke abgelesenen Wertes.

Diskussion Die Messungen in diesem exemplarisch ausgewählten Tiefenabschnitt zeigen, daß die Auswertung der B18- und B16-Daten in der beschriebenen Weise gerechtfertigt ist. Sowohl das absolute Dichtesignal, als auch die Struktur des Signals der Erstmessung sind in der Wiederholungsmessung verifiziert worden.

Die Struktur des Signals sollte auch durch einen Offset in der Luftmessung nicht beeinflusst sein. Durch einen Vergleich mit den aus der Kernbeschreibung berechneten Dichten kann dann die Auswertung für den gesamten Kern gerechtfertigt werden.

Die Ursache der größeren Amplitude der aufmodulierten Schwankungen bei der Erstmessung läßt sich evtl. über eine Dokumentation ausgewählter Kerne über eine längere Zeit nachvollziehen. Findet eine Veränderung der Kerne statt, so ist der Effekt auf diese Weise erklärt, andernfalls wird er seine Ursache in der Elektronik haben.

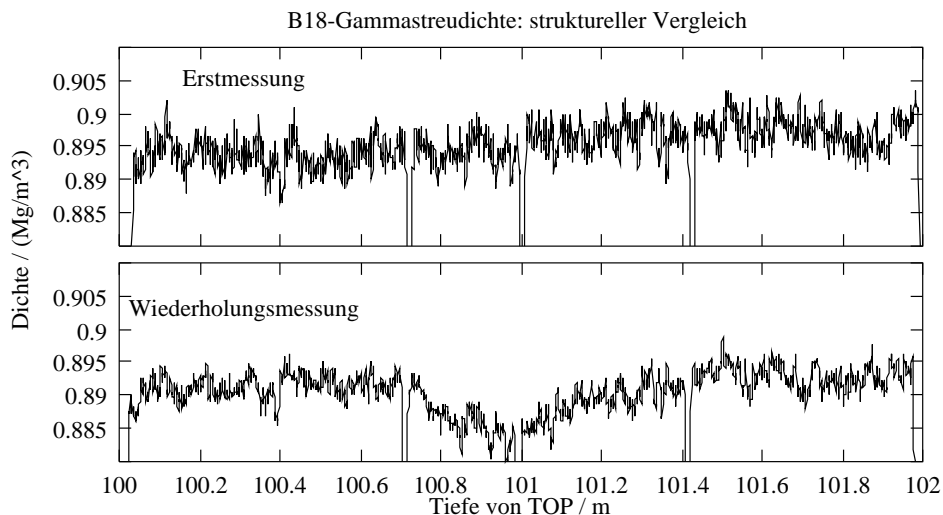


Abbildung 4.12: B18-Gammastreudichte: Struktureller Vergleich von Wiederholungsmessung und Erstmessung

Die Erstmessung und die Wiederholungsmessung sind mit gleichen Achsenabschnitten dargestellt. Die Struktur des Signals ist erhalten, so daß die Interpretation der Strukturen relativ zueinander nicht eingeschränkt wird. In einer Tiefe von 100.6 m bis 101.4 m hat der Kern große seitliche Absplitterungen, so daß dieser Bereich nicht für einen Vergleich der Signale geeignet ist. Ein leichter Offset von 1 cm bis 2 cm in der Tiefe ist zu erkennen. Dieser bewegt sich aber im Bereich der Fehlerabschätzung für die Tiefenzuordnung und Positionierung in der Kernschale (Abschnitt 4.3.3.1), bei der ein Meßfehler von 1 cm angenommen wurde.

4.3.6 Vergleich der Dichte aus γ -Streumessungen mit Dichtemessungen bei der Kernbeschreibung

4.3.6.1 Erzeugung vergleichbarer Datensätze

In Kapitel 4.2 werden Dichten aus Kernbeschreibungsmessungen berechnet. Die Fehler für die Daten aus der Kernbeschreibung liegen bei einigen Prozent, sind also etwas größer als die Fehler aus γ -Streumessungen. In den Abbildungen 4.13 bis 4.15 sind die Daten aus der Kernbeschreibung mit Fehlerbalken eingezeichnet. Die γ -Streudaten wurden in Intervallen von etwa 10 m gemittelt. Dazu wurde eine Routine verwendet, die aus dem γ -Streudatensatz in 10 m Inkrementen jeweils den Schwerpunkt ausrechnet. Es wird also ein Dichtemittelwert über die Punkte in einem 10 m langen Intervall gebildet und dem Mittelwert der Tiefen der verwendeten Punkte zugeordnet. Ein solches Verfahren glättet den Datensatz. Bei der Verwendung von Interpolationsroutinen und Glättungsalgorithmen treten teilweise Artefakte auf, die durch die Verwendung eines so einfachen Algorithmus vermieden werden.

Da die Dichten aus Kernbeschreibungsdaten ebenfalls Mittelwerte über die einige Dezimeter langen Bruchstücke sind, denen die Mitte des Bruchstücks als Tiefe zu-

geordnet ist, ist die oben beschriebene Schwerpunktbildung ein Verfahren, das den in Millimetrauflösung gemessenen γ -Streudichtedatensatz mit schnellen Dichteschwankungen in einen Datensatz mit der gleichen Auflösung wie der Dichtedatensatz aus der Kernbeschreibung transformiert. Beide Datensätze sollten also die gleichen Strukturen zeigen, da sie die gleiche physikalische Information, die sich in der Größenordnung der Fehler um einen Faktor 2 bis 3 unterscheidet, enthalten sollten.

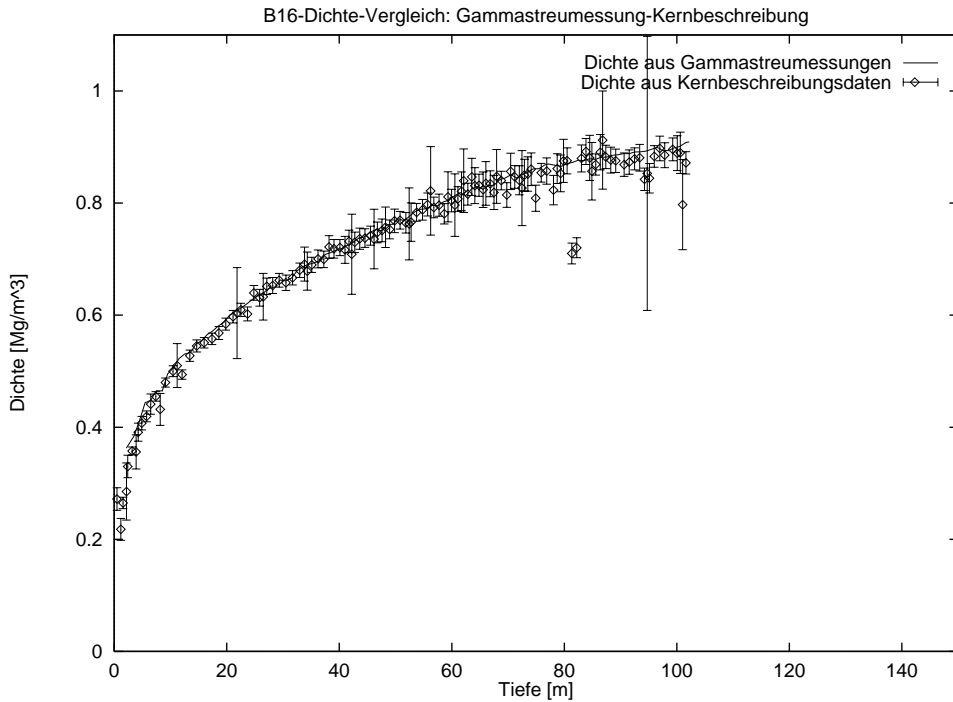


Abbildung 4.13: Vergleich der Dichte aus Gammastreumessung mit der Dichte aus Loggingdaten für B16

Die aus Kernbeschreibungsdaten berechneten Dichten sind mit Fehlerbalken eingetragen. Die Dichtedaten aus Gammastreumessungen wurden in 1 m-Abschnitten gemittelt und sind als durchgezogene Linie eingetragen.

4.3.6.2 Vergleich der Datensätze

Alle Datensätze außer B19 stimmen im Rahmen der Fehler überein. In den obersten 60 m, wo die Kernqualität im allgemeinen gut ist und die Fehler der Dichten aus der Kernbeschreibung deshalb klein sind, lassen sich sogar einzelne Strukturen wie kleine Sattel in der Kurve nachvollziehen. Die B16- und B18-Datensätze stimmen im Rahmen der Fehler miteinander überein. Diese Beobachtung ist eine weitere Rechtfertigung für die Auswertung der γ -Streudichtedaten.

Die Ursache der Abweichung bei B19 läßt sich nicht mehr nachvollziehen. Dem Kernbeschreibungsprotokoll nach wurde der Bohrvorgang bei 60 m unterbrochen und bei 70 m war ein Bohrtag abgeschlossen. Die Abweichungen treten oberhalb

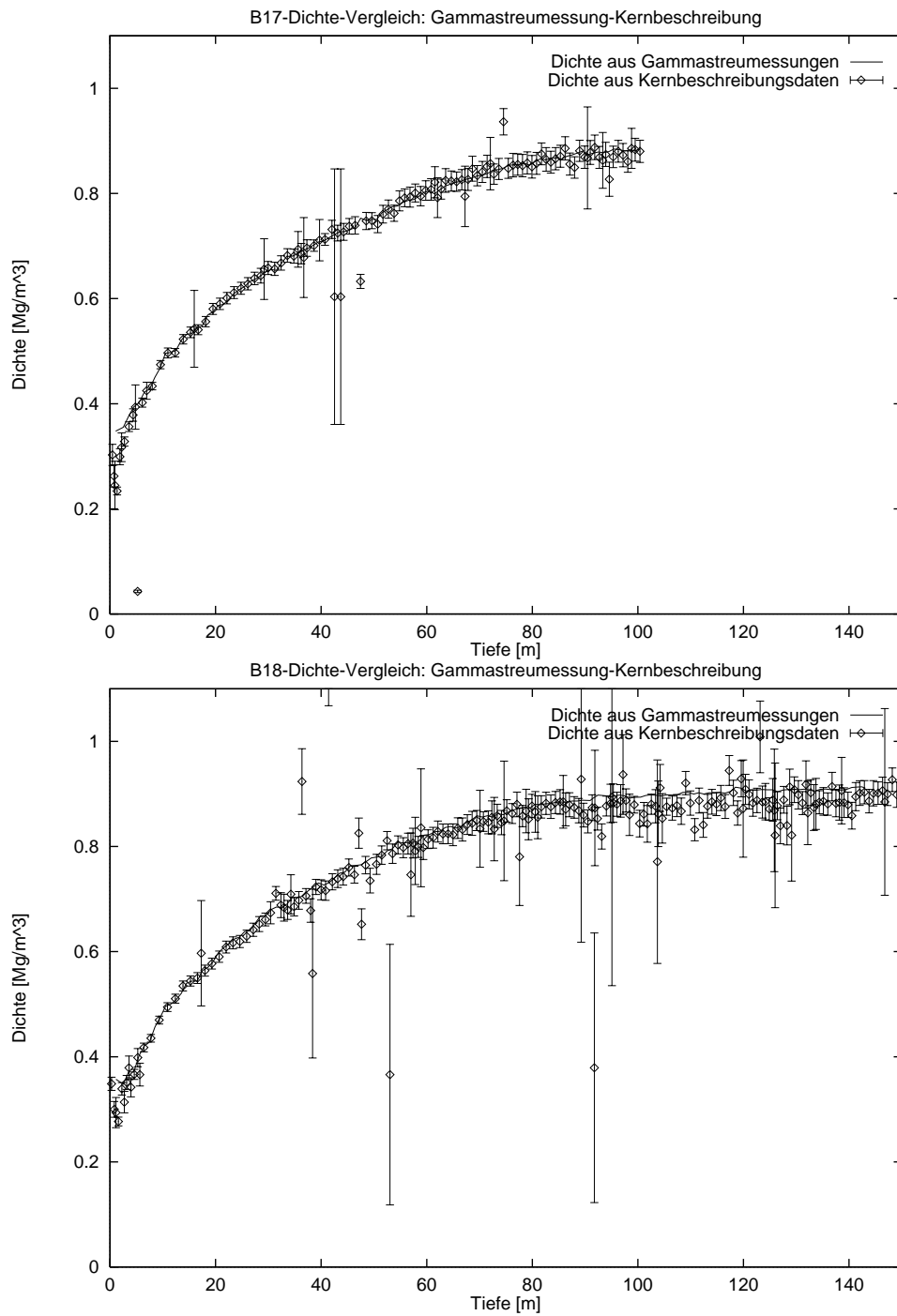


Abbildung 4.14: Vergleich der Dichte aus Gammastreumessung mit der Dichte aus Kernbeschreibungsdaten für B17 und B18

Die aus der Kernbeschreibung berechneten Dichten sind mit Fehlerbalken eingetragen. Die Dichtedaten aus Gammastreumessungen wurden in 1 m-Abschnitten gemittelt und sind als durchgezogene Linie eingetragen.

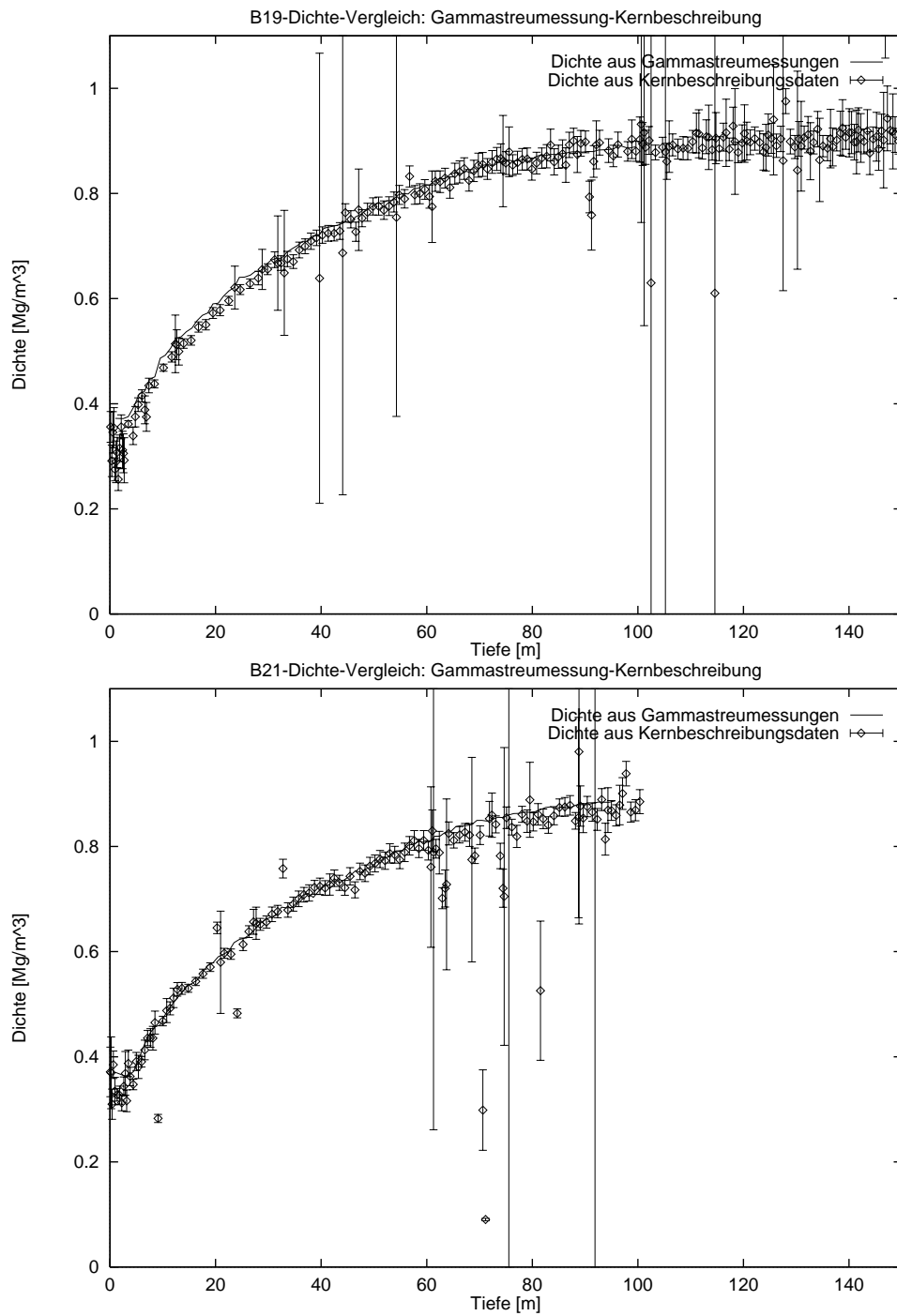


Abbildung 4.15: Vergleich der Dichte aus Gammastreumessung mit der Dichte aus Kernbeschreibungsdaten für B19 und B21

Die aus Kernbeschreibungsdaten berechneten Dichten sind mit Fehlerbalken eingetragen. Die Dichtedaten aus Gammastreumessungen wurden in 1 m-Abschnitten gemittelt und sind als durchgezogene Linie eingetragen.

von 60 m auf, so daß eine falsche Einstellung der Waage (z.B. eine falsche Tara-angabe für Metallplatten, die zur Fixierung des Kernstücks auf der Waage liegen) durchaus als Erklärung für die Abweichung in Betracht kommt.

4.3.7 Diskussion

Die γ -Streudichtemessung ist ein sehr genaues Verfahren. Die Fehler aus den einzelnen Messungen stehen in einem sinnvollen Verhältnis zueinander.

Der Fehler des Massenabsorptionskoeffizienten als Konstante trägt mit 0.1 % Fehler nur untergeordnet bei, d.h. eine genauere Bestimmung ist nicht notwendig. Ein genauere Bestimmung des Massenabsorptionskoeffizienten wäre auch sehr aufwendig, da die verfügbaren Daten aus der Standardliteratur bereits für die Festlegung verwendet wurden.

Die Messung des Durchmessers mit einer Schieblehre in 20 cm Abständen ist sinnvoll und ausreichend, da die Kerndurchmesser auf 0.09 % gemessen werden. Eine automatische kontinuierliche Messung des Durchmessers über den ganzen Kern würde die Vorbereitung des Kerns für die Messung wesentlich vereinfachen. Für die Präzision der Messung in Bereichen guter Kernqualität ist sie aber nicht erforderlich. In Bereichen schlechter Kernqualität mit großen Absplitterungen würde eine kontinuierlich gemessene Durchstrahlungsdicke eine Dichtemessung ermöglichen, wo momentan noch Kernbereiche für die Auswertung unbrauchbar sind.

Für die Unsicherheiten in der Kernposition und der Geometrie der Apparatur geht in den Fehler der durchstrahlten Eisdicke ein Fehler von 0.08 % ein. Selbst in großen Tiefen mit hohen Dichten ist der Gesamtfehlerbeitrag von 0.12 % aus der Unsicherheit der durchstrahlten Eisdicke klein gegen die Fehler der Intensitätsmessung.

Den dominierenden Fehler in allen Tiefen trägt die Intensitätsmessung des γ -Strahls bei. Der Fehler ist zudem von einem systematischen Fehler von 0.25 % dominiert. Dieser systematische Fehler ergibt sich aus Detektordriften und dem Luftuntergrund. Die Dominierung durch einen systematischen Fehler bedeutet aber auch, daß sich die Fehler der Dichten bei einer Mittelwertbildung nicht nennenswert reduzieren. Über einen Bereich gemittelte Datensätze sind deshalb mit den gleichen Fehlern behaftet, wie die Datensätze der Einzelmessungen.

Man kann zusammenfassen, daß das vorgestellte System sehr gute Ergebnisse mit geringen Fehlern liefert. Das System ist gut betrieben, da der Fehler von den Detektorkomponenten dominiert wird, die teuren Systemkomponenten also gut genutzt sind.

In Zukunft ist zu erwägen, ob das Szintillationsdetektorsystem bei noch etwas geringeren Spannungen, d.h. niedrigeren Sensitivityeinstellungen, betrieben wird,

da dann der geringe verbleibende Offset zwischen Luftmeßwerten vor und nach der Kernmessung wahrscheinlich noch weiter reduziert werden kann.

Die drastische Signalabnahme nach dem Umbau sollte untersucht und die Justierung der Apparatur überprüft werden, da sonst eine Untersuchung des Photomultipliers angezeigt wäre, der bei einem Umbau durch mechanische Beanspruchung ebenfalls leiden kann oder, wie andere Elektronenröhren auch, altern kann.

Die Einstellung der Lowpassfilterkonstante von 1 s bedingt einen Verlust von 1 bis 2 Meßwerten in Bereichen von Brüchen, da jeweils ein nachfolgender Wert von der vorangegangenen Messung beeinflusst ist. Ein durch eine lange Lowpassfilterkonstante besserer Spannungsmeßwert mit weniger Rauschen über weite Bereiche des Kerns rechtfertigt den Verlust von Daten an den Brüchen, der bei der niedrigsten benutzten Auflösung von 3 mm immer noch unter 1 cm bleibt. Dieser Datenverlust ließe sich durch eine einfache Modifikation des Steuerprogramms beheben. Man triggert auf ein starkes Abfallen des Meßsignals, verwirft die ersten Werte und wartet bei der folgenden Positionen die Zeit von einigen Filterkonstanten ab. Da auf den ganzen Kern gesehen nur eine geringe Anzahl an Brüchen vorhanden ist, wird die Messung durch die Verwendung einer solchen Routine nicht wesentlich verlangsamt.

In dem in Abschnitt A.5 dargestellten Datensatz des Kerns B21 wurden in Bereichen, die von Brüchen und Absplitterungen beeinflusst sind, Datenlücken erzeugt.

Im Datensatz der B18-Messung treten unterhalb einer Tiefe von 110 m deutliche Schwankungen des Signals auf. Im Meßprotokoll sind unterhalb einer Tiefe von 108 m eine große Anzahl von großen Absplitterungen vermerkt. Ähnlich wie bei der Wiederholungsmessung des Kernabschnitts, wo eine deutliche Beeinflussung der Messung durch Absplitterungen, die nicht im unmittelbaren Meßbereich liegen, vorliegt, erklären diese Absplitterungen die beobachteten Schwankungen. Die Amplituden der Schwankungen bleiben unterhalb von 1 % der Signalamplitude der Dichte. Damit bewegen sie sich innerhalb der für B18 gemachten Fehlerabschätzung.

4.4 Standardinterpretation der Ergebnisse

4.4.1 Bestimmung der Tiefe von Vulkanhorizonten

Bei den DEP-Messungen und den Leitfähigkeitsmessungen mit kratzenden Elektroden wurden Vulkanhorizonte in den Kernen detektiert. Die bisher gefundenen Horizonte sind in Tabelle 4.4 aufgelistet. Die endgültige Festlegung der Vulkanhorizonte erfolgt erst, wenn alle an den Eiskernen gemessenen Parameter verfügbar sind.

Mit Hilfe der Vulkanhorizonte ist eine Datierung der Eiskerne möglich. Wenn der Zeitpunkt des Vulkanausbruchs bekannt ist, kann dem Kern an der Stelle des

Datum	B16	B17	B18	B19	B20	B21	B22	B23	B26	B27/28	B29	B30	Name
1912AD	19.3			17.5	17.6	19.3	24.1	19.9	29.2	27.8	25.2	26.5	Katmai
1816AD	42.7	37.8	35.3	32.7	32.65	36.2	45.55	39.45	54.1	52.5	47.0	50.6	Tambora
1783AD	49.3	43.2	40.2	37.3	37.2	41.2	52.1	45.45	62.1	60.4	54.0	58.5	Laki
1694AD	64.3	56.4	52.5	49.0	48.8	53.8	68.0						Hekla
1601AD	81.1	71.7	64.5		60.9	66.6		78.2	100.4	98.0	87.1	94.5	Huaynaputina
1514AD	96.3		74.5	71.1		80.6			118.0	115.5	102.7	111.5	?
1479AD		88.6	79.7	75.5	78.45	86.1	108.55	93.5		122.1	108.6?	118.5	Mt.St. Helens
1259AD			105.3	96.0	100.85			120.6		163.2		158.0	?
1179AD			113.8	104.2	108.85			131.05					Katla
1104AD			121.3	111.9	116.3			140.5					Hekla1
934AD			142.0	134.7	136.9								Eldgja

Tabelle 4.4: In den Kernen der Nordgrönlandtraverse gefundene Vulkanhorizonte

Vulkanhorizonts eine Zeitmarke zugeordnet werden. Dazwischen kann die Datierung interpoliert oder durch Abzählen von Signalen jahreszeitlich variierender Parameter vorgenommen werden.

4.4.2 Interpretation der γ -Dichteprofile

4.4.2.1 Jahreszyklen in der Dichte

Über weite Kernbereiche findet man jahreszeitliche Schwankungen in der kontinuierlich gemessenen γ -Absorptionsdichte. Abbildung 4.16 zeigt einen Ausschnitt mit jahreszeitlichen Schwankungen. Die Erwartung für die Anzahl der Jahreszyklen ergibt sich aus einer Datierung des Kerns anhand von Vulkanhorizonten.

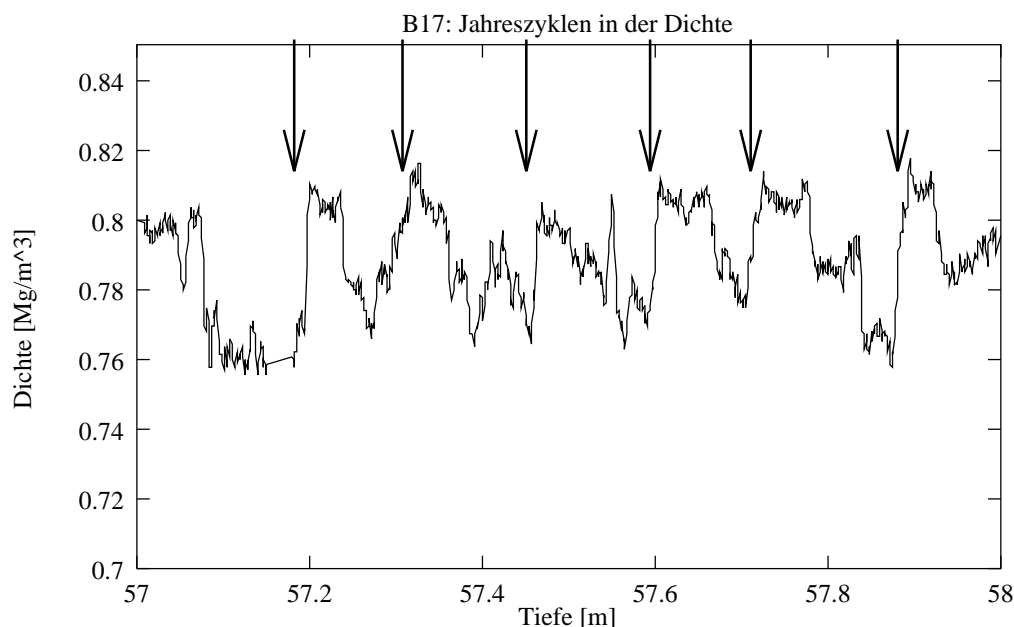


Abbildung 4.16: Jahreszeitliche Schwankungen in der γ -Streudichte in B17. In der gezeigten Tiefe von 57 m bis 58 m erwartet man etwa 7 Jahreszyklen pro Meter.

Der Entstehungsprozeß der jahreszeitlichen Signale in der Dichte ist noch nicht geklärt. Die hier vorgestellten Messungen sind neu, und mit den Kernen der Nordgrönlandtraverse stehen erstmals mehrere mit kontinuierlicher hochauflösender Dichtemessung gemessene Kerne aus einem Gebiet zur Verfügung. Eine genauere vergleichende Analyse der Eiskerne in Verbindung mit Ergebnissen aus den Schneeschachtuntersuchungen wird evtl. zur Klärung der Entstehungsgeschichte der Signale beitragen.

Auf jeden Fall sind die Signale für eine genauere Datierung der Kerne als mit Vulkanhorizonten alleine verwendbar.

4.4.2.2 Verdichtungsprozeß

Anhand der γ -Absorptionsdichte kann man Verdichtungsprozesse in Firn und Eis verfolgen. Abbildung 4.17 zeigt eine ungeglättete grafische Darstellung aller gemessenen Punkte für den Kern B21.

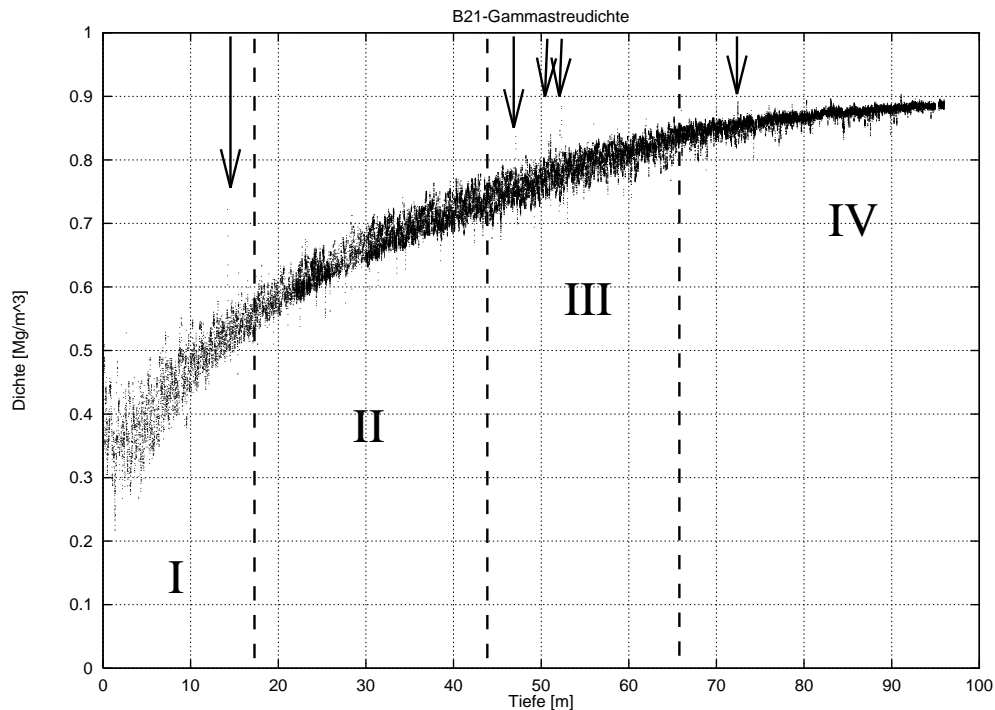


Abbildung 4.17: γ -Absorptionsdichte von B21

Erläuterungen zum Verdichtungsprozeß und Interpretation der Kurve im Text. In den mit Pfeil markierten Tiefen ist die Erhöhung der Dichte auf im Protokoll verzeichnete Eislagen zurückzuführen.

In Paterson [1994] sind die üblicherweise referierten Vorstellungen für die trockene Umwandlung von Schnee zu Eis angegeben. Implizit beinhalten die unten geführten Diskussionen das Gesetz von Sorge, d.h. daß an gegebenem Ort und in gegebener Tiefe sich die Dichte nicht zeitlich verändert [Sorge, 1935] (entnommen aus Bader [1954]).

Die in Paterson angegebenen Bereiche für die einzelnen Verdichtungsprozesse können am vorgestellten Dichteprofil gut nachvollzogen werden. Die in den einzelnen Bereichen relevanten Transformationsprozesse sind:

I Setzung Bei der Setzung findet die relative Verschiebung einzelner Teilchen zu seinen Nachbarn statt. Die Zunahme der Dichte kann durch die Annahme gleichgroßer Kugeln abgeschätzt werden. In einer sogenannten rhomboedrischen Anordnung kann man zeigen, daß die Porosität, d.h. das Verhältnis von zwischen den Kugeln verbleibendem Volumen zum Gesamtvolumen, 26 % ist. Packungsexperimente mit Kugeln zeigen, daß nur eine Porosität

von 40 % erreicht wird. Für Eis mit einer Dichte von $0.91 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$ entsprechen 40 % Porosität einer Dichte von $0.55 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$. Beim γ -Streudichteprofil beobachtet man in diesem Dichtebereich eine deutliche Abnahme der Amplituden der Dichteschwankungen. In Abbildung 4.15 erkennt man beim geglätteten Dichteprofil von B21 bei einer Dichte von $0.55 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$ einen kleinen Absatz, der auch in Dichteprofilen von anderen Kernen beobachtet wird. Der Absatz und die Amplitudenabnahme der Schwankungen resultiert aus einer Abnahme der Setzungsrate, da die Setzung bei Erreichen der maximal durch Setzung erreichbaren Verdichtung als Verdichtungsprozeß nicht mehr in Frage kommt.

II Rekristallisation Mit zunehmender Dichte wird der Firn weniger porös. Der Druck auf die Firnschicht und die Kontaktflächen zwischen den einzelnen Kristallen nehmen zu. Rekristallisation und Verformung werden die in diesem Dichtebereich dominanten Verdichtungsprozesse. Molekulare Diffusion ändert die Form und Größe der Kristalle unter Reduzierung der Spannungen auf sie. Zusätzlich werden einige Kristalle durch Verschiebung entlang innerer Gleitflächen verformt. Im γ -Dichteprofil nimmt die Amplitude der Dichteschwankungen in diesem Dichtebereich wieder zu.

III Kriechen Bei einer Dichte von $0.73 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$ nimmt die Verdichtungsrate wieder ab. An diesem Punkt hat die Kontaktfläche zwischen den Körnern ein Maximum erreicht und die gesamte verbleibende Luft ist in zwischen den Korngrenzen verbleibenden Kanälen gesammelt. Unterhalb dieses Punkts ist die Verformung des Eises (engl. “creep” dt. kriechen) der dominante Mechanismus der Verdichtung. Im γ -Streudichteprofil erahnt man an diesem Punkt einen Absatz, der im geglätteten Datensatz (Abbildung 4.15) deutlich hervortritt.

IV Luftblasenkompression Wenn die Dichte einen Wert von $0.83 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$ erreicht, werden die luftgefüllten Zwischenräume zwischen den Körnern abgeschlossen. Ein Großteil der Luft ist an die Oberfläche entwichen. Die etwa verbleibenden 10 Volumenprozent sind nun in Luftblasen eingeschlossen. Der Firn ist zu Gletschereis geworden. Eine weitere Verdichtung resultiert aus einer Kompression der Luftblasen beim kriechen (“creep”) des umgebenden Eises. Im γ -Streudichteprofil erkennt man ein wenig unterhalb der Tiefe des Blasenabschlusses eine Abnahme der Amplitude der Dichteschwankungen.

4.4.3 Bestimmung von Akkumulationsraten

Genauere Informationen über Niederschlag und Akkumulation sind sowohl für das Verständnis des hydrologischen Kreislaufs als auch der Gletscherdynamik eine grundlegende Voraussetzung [Ohmura und Reeh, 1991]. Anhand der aus der eben genannten Publikation üblicherweise zitierten Karte 4.18 für die Akkumulation in Nordostgrönland erkennt man den Mangel an genauer Information über die Akkumulation in diesem Gebiet.

4.4.3.1 Die Akkumulationsrate

Akkumulation beinhaltet alle Prozesse bei denen dem Gletscher Material hinzugefügt wird [Paterson, 1994].

Akkumulation gibt man üblicherweise in deponierter Schneemasse pro Fläche pro Zeit an, oder in der Höhe der deponierten Wassersäule pro Zeit (Einheit $\frac{\text{mm}}{\text{a}}\text{WE}$ (Wasseräquivalent))¹¹.

Die Masse m eines Volumens V ist das Volumenintegral über die Dichteverteilung. Daraus folgert man, daß sich die auf einer Fläche A deponierte Schneemasse \mathcal{M} aus dem Integral der Dichteverteilung $\rho(z)$ über die auf der Fläche errichtete Höhe H ergibt:

$$\mathcal{M} \equiv \frac{m}{A} = \frac{1}{A} \int_V \rho \, d^3x = \int_0^H \rho(z) \, dz \quad (4.11)$$

Kennt man das Zeitintervall T , in dem die Schneemasse angesammelt wurde, so kann man die Akkumulationsrate \mathcal{A} als pro Zeit deponierte Schneemasse definieren:

$$\mathcal{A} \equiv \frac{\mathcal{M}}{T} = \frac{1}{T} \int_0^H \rho(z) \, dz \quad (4.12)$$

4.4.3.2 Berechnung der Akkumulationsrate aus den Dichtedaten

Berechnung der deponierten Schneemasse Die deponierte Schneemasse \mathcal{M} ist in Gleichung (4.11) als Integral über die Dichte ausgedrückt. Für die Behandlung des hier vorliegenden diskreten Falls von Dichtemeßpunkten ρ_i an N Tiefenpunkten z_i ersetzt man das Integral durch einen Mittelwert aus Unter- und Obersumme. Damit ergibt sich die deponierte Schneemasse \mathcal{M} zu:

$$\mathcal{M} = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=0}^{N-1} \rho_i (z_{i+1} - z_i) + \sum_{i=1}^N \rho_i (z_i - z_{i-1}) \right)$$

Man nimmt nur die Dichten als fehlerbehaftet an und erhält für den Standardfehler $\Delta\mathcal{M}$ der deponierten Schneemasse \mathcal{M} :

$$\Delta\mathcal{M} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sum_{i=0}^{N-1} (\Delta\rho_i (z_{i+1} - z_i))^2 + \sum_{i=1}^N (\Delta\rho_i (z_i - z_{i-1}))^2 \right)}$$

¹¹Die Akkumulationsrate hat die Dimension Masse pro Fläche pro Zeit in SI-Einheiten also $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{a}}$. Da die Dichte von Wasser bei 4°C und 1 bar Druck $1 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3}$ ist, entspricht eine Akkumulationsrate von $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{a}}$ der Deposition einer Wassersäule unter den oben genannten Standardbedingungen von $1 \frac{\text{mm}}{\text{a}}$. Für die Angabe der Akkumulationsraten kann man deshalb auch die Einheit $1 \frac{\text{mm}}{\text{a}}\text{WE} \hat{=} 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{a}}$ definieren.

Aus den in den Kapiteln 4.3 diskutierten Dichtemessungen mit γ -Streuung und den in Kapitel 4.2 diskutierten Dichtedaten aus der Kernbeschreibung wurde die deponierte Schneemasse bis zum Vulkanhorizont des Lakagigarausbruchs im Jahr 1783 A.D. aufintegriert. Dieser Vulkanhorizont ist eindeutig und deutlich datierbar, und man nimmt keine wesentliche Änderung in der Akkumulationsrate über den Zeitraum von damals bis heute an.

Der Fehler in der Tiefenzuordnung wurde mit 30 cm angenommen. Dieser Fehler ergibt sich aus den Problemen, die sich, wie in Abschnitt 4.3.3.1 diskutiert, bei der Bestimmung der Tiefenskala ergeben. Auch der Vulkanhorizont selbst ist nicht scharf, sondern über einen Bereich von etwa 30 cm verteilt. Den Tiefenfehler kann man quadratisch zum Fehler der deponierten Schneemasse $\Delta\mathcal{M}$ addieren, da die deponierte Schneemasse auch als Länge der akkumulierten Wassersäule angegeben werden kann. Damit wird der relative Fehler der Tiefenzuordnung noch etwas vergrößert, der oben absolut evtl. etwas unterschätzt wurde.

Der Fehler für den Zeitraum seit dem Ausbruch ΔT wurde mit einem Jahr abgeschätzt. Lakagigar liegt auf Island, ist also geographisch nahe am Bohrort des Kerns, so daß der Niederschlag des Vulkanmaterials zur Ausbildung eines Horizonts nicht mit einer größeren zeitlichen Verzögerung einsetzen sollte.

Die eben diskutierten Fehler wurden quadratisch zum Fehler der Akkumulation aufaddiert. Tabelle 4.5 listet die nach eben diskutiertem Verfahren berechneten mittleren Akkumulationsraten mit Fehlern für den Zeitraum zwischen dem Lakagigarausbruch im Jahr 1783 A.D. bis zum Zeitpunkt des Bohrens des Kerns auf.

Mittlere Akkumulationsraten bis zum Lakagigar-Horizont aus dem Jahr 1783 A.D.			
Kern	Kernbeschreibung [$\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{ a}}$]	γ -Streuung [$\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{ a}}$]	gewichteter Mittelwert [$\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{ a}}$]
B16	139.39±1.73	139.44±1.58	139.42±1.16
B17	115.32±1.87	116.81±1.53	115.33±1.18
B18	108.37±1.67	108.12±1.52	108.23±1.12
B19	97.18±1.64	98.89±1.51	98.11±1.11
B20	96.69±1.84		
B21	110.92±1.60	110.62±1.52	110.76±1.02
B22	148.70±1.82		
B23	123.43±1.72		
B26	179.72±1.74		
B27	173.98±1.78		
B28	177.54±1.76		
B29	153.11±1.91		
B30	171.28±1.87		

Tabelle 4.5: Aus den Kernen der Nordgrönlandtraverse bestimmte Akkumulationsraten

Die in den Kapitel 4.3 diskutierten Dichten aus γ -Streumessungen und die Dichten aus der Kernbeschreibung wurden für die Berechnung verwendet. Waren beide Datensätze verfügbar, so wurde ein gewichteter Mittelwert gebildet.

Die berechneten Akkumulationsraten sind in der Karte für die Akkumulationsverteilung in Grönland 4.18 eingetragen.

In Nordgrönland fällt die Akkumulationsrate von der Westküste aus nach Nordosten hin mit Erreichen der Eisscheide schnell in einen Bereich mit geringer Akkumulation ab. Die aus den Eiskernen der Nordgrönlandtraverse berechneten Akkumulationsraten zeigen, daß der Abfall der Akkumulationsrate noch stärker als in den Isolinien erkenntlich sein muß und das Gebiet mit geringer Akkumulation in Nordostgrönland größer als angenommen ist.

4.4.4 Diskussion und Ausblick

Die in diesem Abschnitt exemplarisch gezeigten Meßergebnisse zeigen die Leistungsfähigkeit der verwendeten physikalischen Methoden. Qualitativ hochwertige Datensätze der physikalischen Parameter der Eiskerne mit kleinen Fehlern sind eine wichtige Voraussetzung für die Interpretation der Ergebnisse.

Die schon aus den Kernbeschreibungsdaten auf 2 % genau bestimmte mittlere Akkumulationsrate zeigt die Leistungsfähigkeit von Eiskernmessungen. Durch Hinzunahme weiterer Vulkane wird die Berechnung einer mittleren Akkumulationsrate über einzelne Perioden möglich. Wenn die Kernbeschreibungsprotokolle noch von Werten mit großen Fehlern bereinigt werden, dann wird der Fehler sicher noch etwas kleiner. Bei der Verwendung von Interpolationsalgorithmen zur Berechnung der Akkumulationsverteilung aus einzelnen gewichteten Meßpunkten benötigt man Meßwerte mit einer Fehlerabschätzung, der Aufwand einer ausführlichen Fehlerbetrachtung lohnt also.

Die Interpretation der Dichtevariation mit der Tiefe soll nur eine kurze Vorstellung der Möglichkeiten sein, die sich aus der Interpretation der Datensätze ergeben. Die Kerne der Nordgrönlandtraverse sind die erste Serie von Kernen aus einem Gebiet, für die γ -Streuddichtemessungen für die gesamte Serie durchgeführt werden. Damit ergeben sich aus vergleichenden Analysen neue Ansatzpunkte für das Verständnis der Transformation von Schnee zu Eis. Für die Interpretation kommt die Signalform und Amplitude der in der γ -Streumessung beobachteten Dichteschwankungen als weiterer Parameter hinzu. Die jahreszeitlichen Schwankungen in der Dichte ermöglichen eine sehr genaue Datierung der Kerne, so daß auch Variationen in der Akkumulationsrate verfolgt werden können.

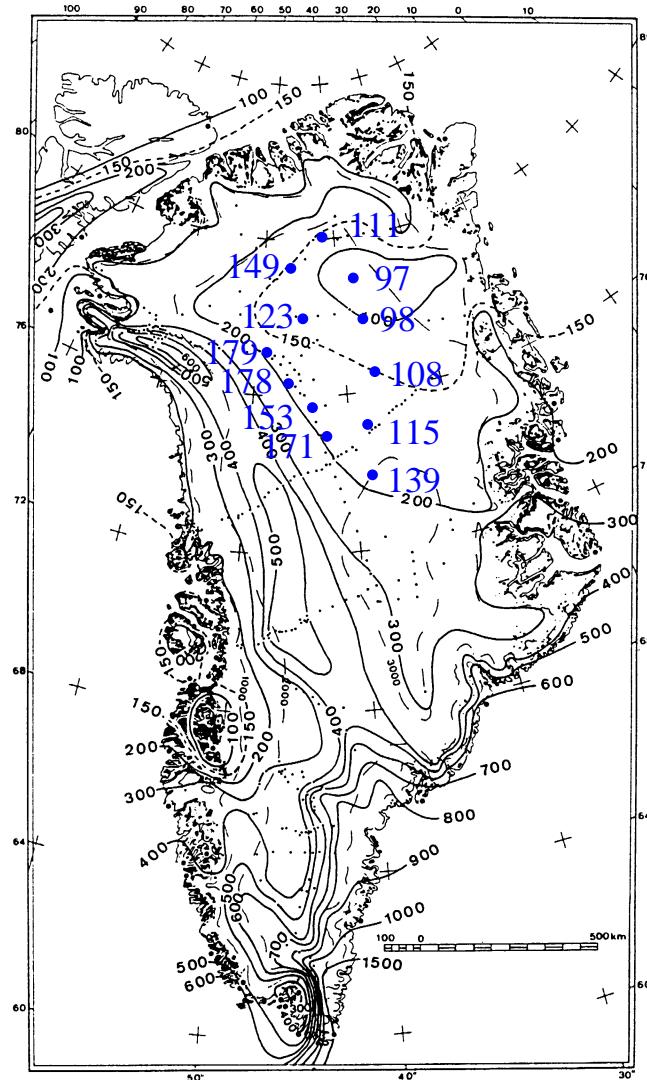


Abbildung 4.18: Die Akkumulationsverteilung in Grönland

Entnommen aus Ohmura und Reeh [1991]. Die kleinen Punkte geben Datenpunkte an, die in die Erstellung der Karte eingeflossen sind. Die Einheit ist $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{ a}} \hat{=} \frac{\text{mm}}{\text{a}} \text{WE}$. In Nordostgrönland ist das Datennetz sehr weitmaschig und wenig Daten sind verfügbar. Die großen nachgetragenen Punkte mit Angabe der Akkumulationsrate werden in diesem Abschnitt für die Kerne der Nordgrönlandtraverse berechnet.

Anhang

A.1 Eis I_h als Festkörper und Leitfähigkeitstheorie

A.1.1 Einleitung

In diesem Kapitel sollen die Ergebnisse der Jaccard-Theorie für die Leitung in Eis kurz skizziert werden. Die Jaccard-Theorie ist die derzeit unter Eisphysikern verbreitete Theorie [Petrenko, 1993a] zur Beschreibung der Leitfähigkeit von Eis. Die vorgestellte Theorie gilt streng genommen nur für unendlich ausgedehnte Einkristalle. Im natürlichen Eis und Firn der Eiskerne sind die einzelnen Kristalle im Bereich der Größenordnung von Millimeter im Durchmesser oder größer. Dies sind makroskopische Dimensionen, so daß die Ergebnisse anwendbar bleiben, auch wenn sie gegebenenfalls zu modifizieren sind. Es kommen noch weitere Effekte an den Korngrenzen hinzu, die aber hier nicht diskutiert werden sollen. Ein Modell zur Leitung in Firn und Eis findet man z.B. bei Shabtaie und Bentley [1994], das Looyenga-Modell eignet sich zur Behandlung von Dichteeffekten in Firn und Eis im Bezug auf dielektrische Eigenschaften. Es ist z.B. in Glen und Paren [1975] und Shabtaie und Bentley [1995] dargestellt. Dieser Abschnitt soll lediglich aufzeigen, wie im Rahmen der vorgestellten theoretischen Grundlagen eine Erhöhung der Leitfähigkeit teilweise bis zu einer Größenordnung durch Einbringen von Spurenstoffen im Eis qualitativ verstanden werden kann.

A.1.2 Die Kristallstruktur von hexagonalem Eis I_h

In der vorliegenden Arbeit wird hexagonales Eis I_h als Eis bezeichnet. Es ist die einzige von 14 bekannten festen Zustandsformen des Wassers [Petrenko, 1993b], die man in Gletschern findet.

Dem Phasendiagramm von Wasser in Abbildung A.19 entnimmt man die verschiedenen kristallographischen Zustandsformen und die Temperatur- und Druckbedingungen unter denen sie existieren.

Hexagonales Eis I_h ist in einem Bereich bis maximal 2 kbar Druck stabil. Bei einem höheren Druck geht es abhängig von der Temperatur in die flüssige Phase, oder in andere feste kristallographische Formen über¹². Im folgenden soll kurz die Kristallstruktur von Eis I_h vorgestellt werden.

¹²Man schätzt den hydrostatischen Druck am Fuße eines 3500 m dicken Eisschildes zu 343 bar ab. Also hat nach Abbildung A.19 in Gletschern bei Temperaturen deutlich über -100°C nur das hexagonale Eis eine Bedeutung.

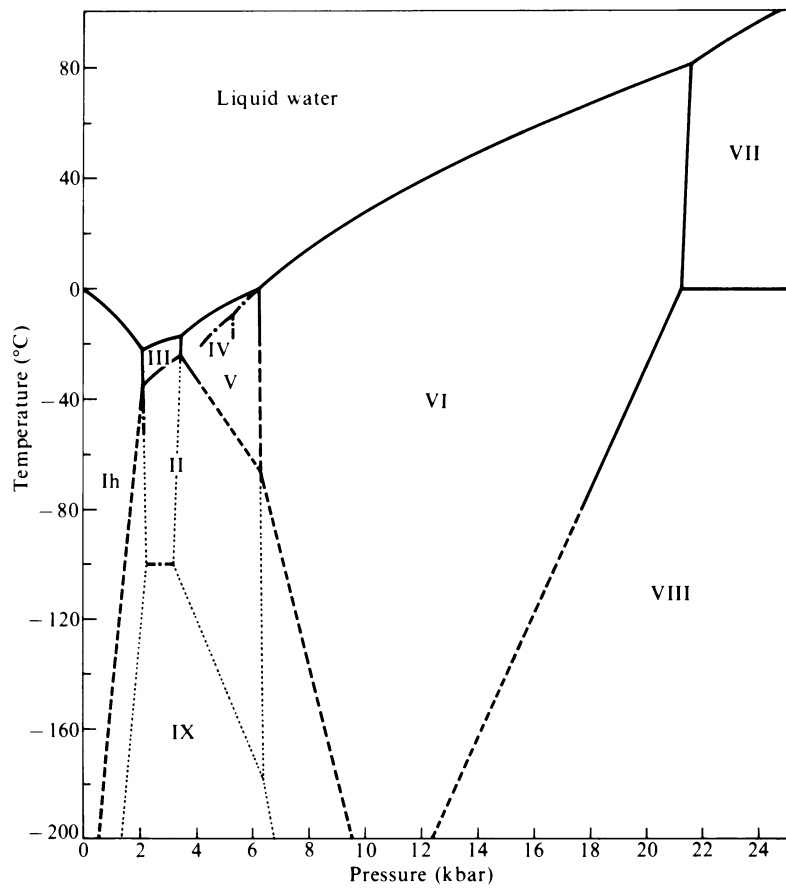


Abbildung A.19: Das Phasendiagramm der festen Phasen von Wasser. Nach Whalley, entnommen aus Hobbs [1974].

A.1.2.1 Das Wassermolekül als Baustein von Eis I_h

Die Struktur eines Molekülkristalls wird durch die Geometrie und die Ladungsverteilung in den Molekülen als Bausteine des Kristalls bestimmt.

Das Wassermolekül ist ein gewinkeltes Molekül mit einem Winkel von 104.523° zwischen den beiden Wasserstoff-Sauerstoffbindungen. Dieser Winkel ist etwas kleiner als ein Tetraederwinkel¹³ von 109.467° .

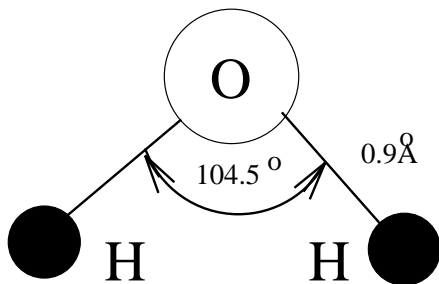


Abbildung A.20: Anordnung der Kerne von Wasserstoff- und Sauerstoffatomen im Wassermolekül. Nach Petrenko [1993b].

Im Modell der Molekülorbitale versteht man das Wassermolekül als einen Tetraeder mit zwei bindenden und zwei einsamen paarweise besetzten Orbitalen, die in die Ecken eines Tetraeders gerichtet vom Sauerstoffkern wegzeigen. Die bindenden Orbitale tragen eine effektive positive Ladung, und die einsamen paarweise besetzten Orbitale tragen eine effektive negative Ladung.

A.1.2.2 Die Kristallstruktur von Eis I_h

Bei der Bildung eines Eiskristalls kommt es zwischen diesen effektiven Ladungen zur Ausbildung von Wasserstoffbrückenbindungen. Eine Substanz, in der jedes Atom vier Nachbarn hat, kann in der regulären Tetraederanordnung hexagonal oder kubisch kristallisieren [Paterson, 1994]. Die Röntgenstrukturanalyse von Eis hat gezeigt, daß die Sauerstoffatome in hexagonalen Ringen angeordnet sind. Die Atome in einem Ring befinden sich in zwei verschiedenen Ebenen. Man unterscheidet die Basalebene parallel zu der Ebene der hexagonalen Ringe und die optische- oder c-Achse senkrecht zur Richtung der basalen Ebenen [Paterson, 1994]. Wichtig für das Verständnis elektrischer Eigenschaften ist, daß sich in der Idealstruktur ein Wasserstoffatom auf der Verbindungsachse zweier Sauerstoffatome befindet und der Eiskristall ein Molekülkristall ist, jedem Sauerstoffatom also genau zwei Wasserstoffatome zugeordnet sind. Diese Eigenschaften werden in den "Eisregeln" von Bernal und Fowler [1933] und Pauling [1935] (entnommen aus Petrenko [1993b]) gefaßt:

1. Jedem Sauerstoffatom sind zwei Protonen zugeordnet.
2. Jeder Wasserstoffbrückenbindung ist ein Proton zugeordnet.

¹³Gemeint ist hier der Winkel zwischen zwei vom Schwerpunkt ausgehenden Achsen eines Tetraeders in die Ecken des Tetraeders.

Nach diesen Regeln darf sich das Proton nicht in der Mitte der Verbindungsachse¹⁴ aufhalten, da es einem der beiden Sauerstoffatome fest zugeordnet ist. Es kann zwei bevorzugte Stellen einnehmen, die jeweils näher an einem der beiden Sauerstoffatome liegen. Diese Positionen sind in Abbildung A.21 dargestellt.

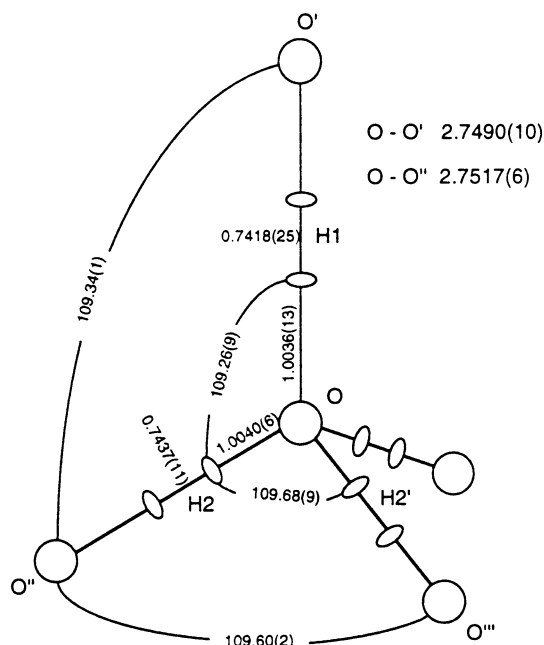


Abbildung A.21: Protonanordnung in Eis I_h

“Halbes-Proton” Bild für die Protonanordnung in Eis I_h . Nach Peterson und Levy [1957], entnommen aus Petrenko [1993b].

Die defektfreie Struktur von Eis ist in Abbildung A.22 dargestellt. Die Eisregeln sind berücksichtigt, jedem Sauerstoffatom sind zwei Protonen zugeordnet, und auf jeder Verbindungsachse ist ein Proton.

Zwischen den beiden Positionen können die Protonen quantenmechanisch tunneln, da die Potentialbarriere sehr klein ist [Petrenko, 1993b]. Dieser Tunnelvorgang darf in defektfreiem Eis aber nicht für ein einzelnes Proton stattfinden, da sonst Ionen des Wassers mit mehr oder weniger als zwei Protonen gebildet werden und dann die erste Eisregel verletzt ist. Der reale Eiskristall ist nicht defektfrei und es treten Defekte auf. Diese Defekte entstehen einerseits bei einer spontanen paarweisen Bildung eines Defektpaares, analog zur Eigendissoziation des flüssigen Wassers, können aber auch durch Fremdchemikalien, die in den Eiskristall eingebaut werden, künstlich erzeugt werden.

A.1.3 Protonendefekte in Eis

Defekte spielen in der Festkörperphysik eine wichtige Rolle. Durch Defekte werden die Eigenschaften eines Festkörpers oft um Größenordnungen verändert, wie z.B.

¹⁴Wäre das Wasserstoffatom in der Mitte der Wasserstoffbrückenbindung, so würde ein typischer Ionenkristall vorliegen. Dieser hätte einen wesentlich höheren Schmelzpunkt und andere dielektrische Eigenschaften [Petrenko, 1993b].

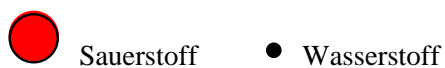
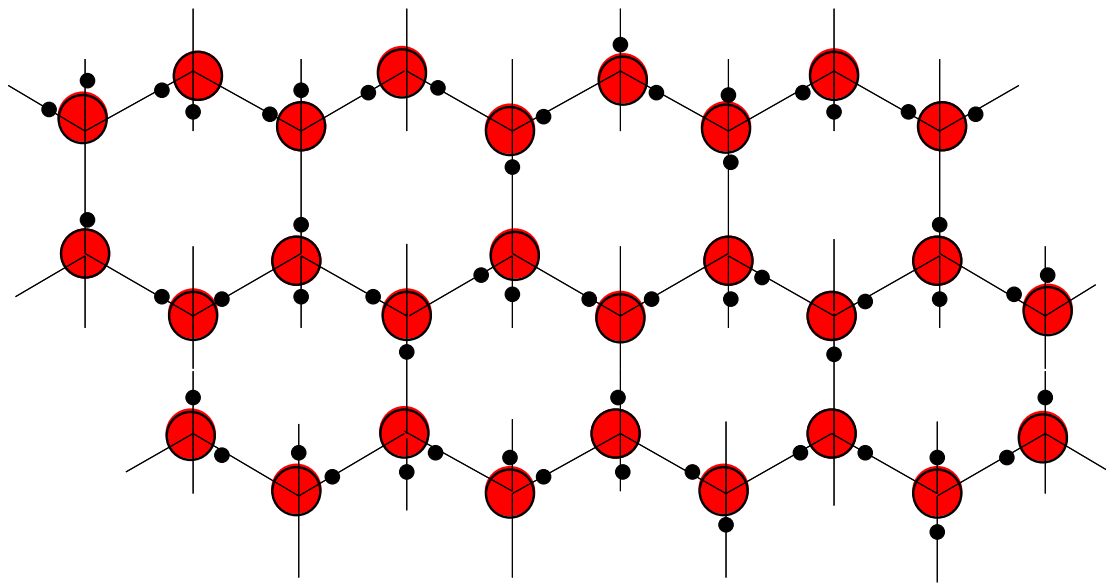


Abbildung A.22: Die defektfreie Struktur von Eis I_h . Nach Petrenko [1993b].

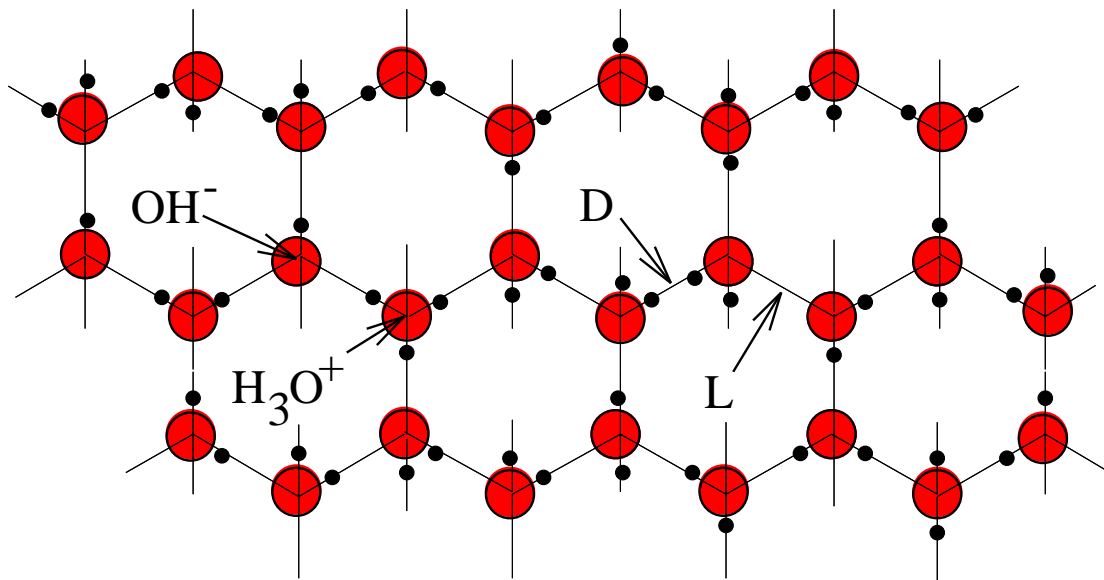
beim Einbringen von Defekten in einen Halbleiter [Gerthsen et al., 1989]. Ähnlich wie bei den klassischen Halbleitern sind es auch in Eis Defekte, die die Leitfähigkeit bestimmen. Die Vorstellungen zu diesen sogenannten Protonendefekten sollen nun qualitativ diskutiert werden. Die Theorie läßt sich auch quantitativ fassen. Ihre Ergebnisse werden in Abschnitt A.1.4 kurz referiert. Die Verletzung der Eisregeln bei einem Teil der Bindungen oder Moleküle bedingt die Bildung von vier verschiedenen Protonendefekten. Diese Defekte sind in Abbildung A.23 dargestellt.

Unter Ionendefekten versteht man die schon in Wasser im flüssigen Aggregatzustand vorkommenden H_3O^+ - und OH^- -Ionen. Ein Ion bewegt sich durch die Übertragung eines Protons über eine Wasserstoffbrückenbindung hinweg von einem Kristallgitterpunkt zum nächsten. Spricht man von der Bewegung eines Ionendefekts im Zusammenhang mit der hier vorgestellten Theorie, so ist grundsätzlich der Transfer eines Protons gemeint, nicht die Bewegung eines gesamten H_3O^+ - oder OH^- -Ions. Unter der Bewegung eines H_3O^+ versteht man die Bewegung der charakteristischen Anordnung von drei Protonen, die ein Sauerstoffatom umgeben. Die Vorzeichen der Ionen geben die Vorzeichen der Ladungen der Defekte wieder.

Weitere Defekte, die im Eiskristall und nicht im flüssigen Wasser auftreten, sind die sogenannten Bjerrumdefekte. Unter einem D-Defekt versteht man eine Bindung mit zwei Protonen, und unter einem L-Defekt versteht man eine Bindung ohne Protonen¹⁵. Ein Bjerrumdefekt bewegt sich durch die Rotation eines Wassermoleküls im Kristall bzw. durch das Tunneln eines Protons von einem Orbital des

¹⁵Diese Namen wurden von Bjerrum [1951] für doppelt und leer eingeführt.

Wassermoleküls in ein anderes. Da sich bei einem D-Defekt zwei positive Ladungen gegenüberstehen, trägt der D-Defekt eine Ladung mit positivem Vorzeichen, entsprechend trägt ein L-Defekt eine Ladung mit negativem Vorzeichen.





 Sauerstoff
  Wasserstoff

Abbildung A.23: Eis mit H_3O^+ - und OH^- -Ionen und D- und L-Defekten. Nach Petrenko [1993b].

A.1.4 Jaccard-Theorie

Jaccard ging von der Annahme aus, daß Protonen die Ladungsträger in Eis sind. Um Protonen über eine größere Distanz zu bewegen, müssen sie, wie in Abbildung A.24 dargestellt, mehrere Sprünge entlang der Wasserstoffbrückenbindungen und zwischen den einzelnen Bindungen der Wassermoleküle ausführen.

In einer defektfreien Eisstruktur gibt es dazu nicht viele Möglichkeiten, da jeder Sprung die Erzeugung von neuen Defekten voraussetzt. Eine Protonenbewegung würde dann nur unter extrem hohen Feldstärken erfolgen¹⁶.

In Wirklichkeit erzeugt ein elektrisches Feld keine neuen protonischen Ladungsträger, sondern setzt die schon existierenden Ionen- und Bjerrumdefekte in Bewegung. Die Struktur der Wasserstoffbrückenbindungen bildet ein dreidimensionales Gitter, auf dem sich die Protonen bewegen. Die Bewegung eines beliebigen der vier oben eingeführten Ladungsträger verdreht die Wassermoleküle in einer Weise, daß kein weiterer Defekt der gleichen Sorte denselben Weg in der gleichen Richtung durchlaufen kann. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung A.25 dargestellt.

¹⁶Um ein Proton bei einer Aktivierungsenergie von 1eV über eine Distanz von 1Å zu bewegen, benötigt man eine elektrische Feldstärke $E \approx \frac{1\text{eV}}{e \cdot 10^{-10}\text{m}} = 10^{10} \frac{\text{V}}{\text{m}}$.

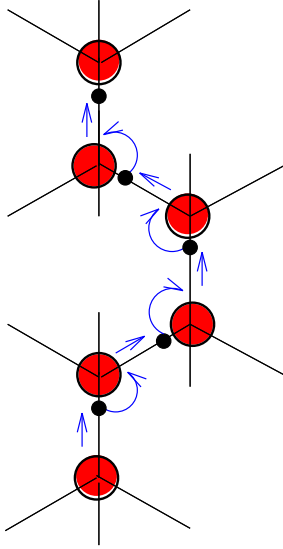


Abbildung A.24: Wanderung eines Protons im Eiskristall

Eine Kette aus Wassermolekülen in der Eis I_h -Struktur. Fortlaufende Sprünge des Protons entlang der Wasserstoffbrückenbindungen und zwischen ihnen ergeben einen Ladungstransfer unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes. Nach Petrenko [1993a].

Die Idee der Leitung von Protonen in Eis über einen oben beschriebenen Mechanismus mit vier Defekten hat Jaccard in verschiedenen Arbeiten ausgearbeitet [Decroly, Gränicher und Jaccard, 1957; Jaccard, 1959; Jaccard, 1965; Jaccard, 1967]. Eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Schritte der Ableitung der Theorie findet sich in Petrenko [1993b] und Petrenko und Whitworth [1994].

Die Möglichkeit der Defektwanderung hängt von der Vorgeschichte, d.h. den bereits bewegten Defekten ab. Man führt eine Zustandsgröße (bei vier Defekten einen Vierervektor) ein, die die bereits geflossenen Ströme, bzw. die Differenz der bereits ausgeführten Defektwanderungen in verschiedene Richtungen aufintegriert. Da die Defekte eine Ladung tragen, stellen die Defektströme auch Ladungsströme dar. Der insgesamt fließende Strom setzt sich aus den eben beschriebenen Defektflüssen und einem durch ein elektrisches Feld verursachten ohmschen Strom zusammen. Die Analyse dieses Ansatzes führt auf Formeln vom Typ einer Debyeschen Relaxation. Diese Formeln hat Debye [1929] für die Beschreibung der Orientierungspolarisation polarer Flüssigkeiten hergeleitet. In der Jaccardtheorie tauchen die Dipolmomente der Moleküle nicht auf, die dielektrischen Eigenschaften werden durch den beschriebenen Mechanismus der Wanderung von Defekten erklärt. Die Übereinstimmung ist also rein formal.

Die Rechnungen ergeben für die komplexe Leitfähigkeit $\tilde{\sigma}(\omega)$ von Eis bei einer Frequenz ω :

$$\tilde{\sigma}(\omega) = \sigma_S + \frac{i\omega\tau_D(\sigma_\infty - \sigma_S)}{1 + i\omega\tau_D} \quad (\text{A.13})$$

Für den Realteil, der üblicherweise als Leitfähigkeit bezeichnet wird, berechnet man aus Gleichung (A.13) weiter:

$$\sigma(\omega) = \sigma_S + \frac{(\omega\tau_D)^2(\sigma_\infty - \sigma_S)}{1 + (\omega\tau_D)^2} \quad (\text{A.14})$$

Die Größen in den Formeln bedeuten im einzelnen:

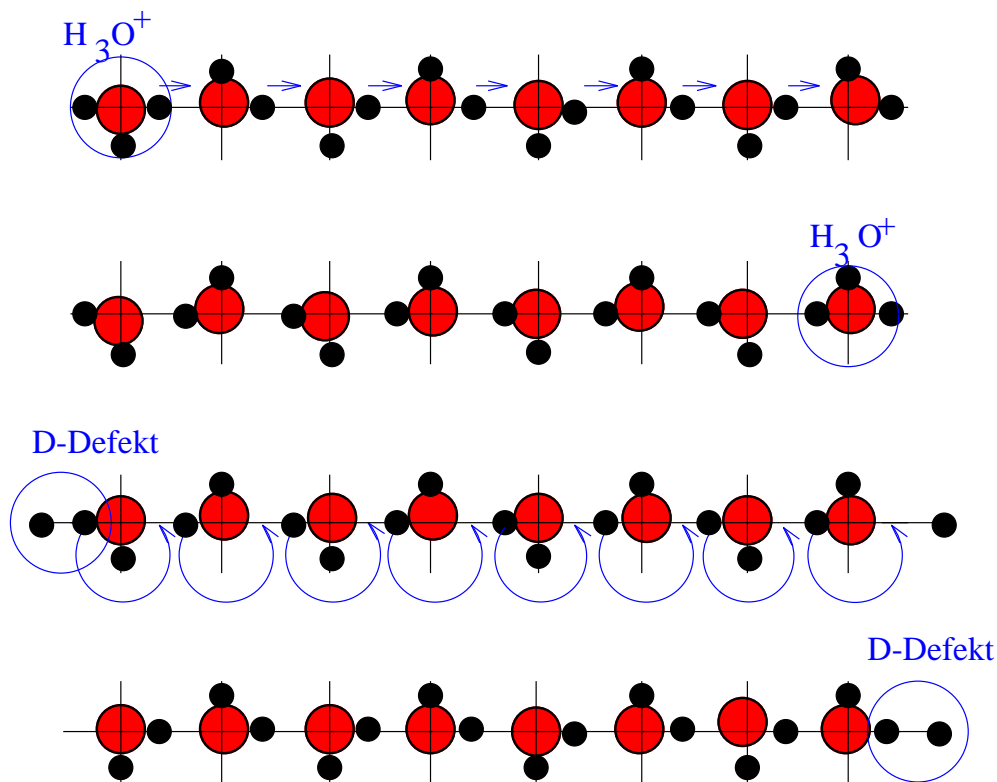


Abbildung A.25: Wanderung von Defekten im Eiskristall

Die schematische Darstellung der Wanderung eines H_3O^+ -Ions und eines D-Defekts in Eis. In der ersten Kette ist die Ordnung der Kette vor der Wanderung eines H_3O^+ -Defekts von der linken zur rechten Seite gezeigt. Die Pfeile zeigen aufeinanderfolgende Protonsprünge an. In der zweiten Zeile ist die Kette nach dem Durchgang eines H_3O^+ -Ions gezeigt, offensichtlich kann kein weiteres H_3O^+ -Ion die Kette in der gleichen Richtung durchlaufen. Die Kette ist blockiert. In der dritten Kette wandert ein D-Defekt von der linken zur rechten Seite die Kette entlang. Die vierte Kette zeigt den Zustand, nachdem der D-Defekt die Kette durchlaufen hat. Die Kette ist nun wieder im ursprünglichen Zustand wie zu Beginn, bevor ein H_3O^+ -Ion sie durchlaufen hat. Nun kann ein weiteres H_3O^+ -Ion die Kette passieren. Nach Petrenko [1993a].

σ_∞ ist die Leitfähigkeit von Eis bei hoher Frequenz.

$$\sigma_\infty = \sum_{i=1}^4 \sigma_i$$

Die σ_i bezeichnen die Leitfähigkeiten der einzelnen Defekte. Diese Leitfähigkeiten berechnen sich aus den effektiven Ladungen e_i , den Konzentrationen n_i und den Beweglichkeiten μ_i der einzelnen Defekte, nach der Formel $\sigma_i = |e_i| n_i \mu_i$.

Damit entspricht die hochfrequente Leitfähigkeit σ_∞ , wie in Abbildung A.26 symbolisch dargestellt, einer Parallelschaltung der inversen Leitfähigkeiten der einzelnen Defekte. Im Rahmen der oben vorgestellten qualitativen Erklärung der elektrischen Leitung durch Defekte interpretiert man dieses Ergebnis als eine unabhängige Bewegung der einzelnen Defekte. Die Leitung wird durch die Summe aller möglichen Leitungsarten bestimmt.

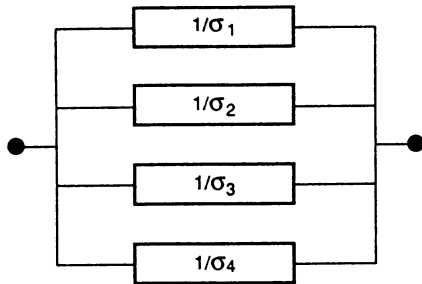


Abbildung A.26: Äquivalenter elektrischer Schaltkreis für die Leitfähigkeit bei hohen Frequenzen. Entnommen aus Petrenko [1993a].

σ_S ist die Leitfähigkeit von Eis bei niedriger Frequenz und Gleichstrom.

$$\frac{e^2}{\sigma_S} = \frac{e_1^2}{\sigma_1 + \sigma_2} + \frac{e_3^2}{\sigma_3 + \sigma_4}$$

Die Indizes 1 und 2 bezeichnen die Ionendefekte, die Indizes 3 und 4 die Bjerrumdefekte. $e = e_1 + e_3 = e_2 + e_4$ ist eine Elementarladung¹⁷.

Die Formel für die Gleichstromleitfähigkeit repräsentiert eine Reihenschaltung der inversen mit den effektiven Ladungsquadraten reskalierten Leitfähigkeiten. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung A.27 symbolisch dargestellt. Im Rahmen der oben angegeben qualitativen Erklärung der Leitung durch Defekte interpretiert man dieses Ergebnis folgendermaßen. Die Protonen legen im Vergleich zur Bewegung unter dem Einfluß hoher Frequenzen große Wege im Kristall zurück. Damit

¹⁷Die Defekte tragen keine ganze Elementarladung, sondern nur einen Teil der Elementarladung. Durch Einbringen oder Entfernen eines Protons aus dem Kristallgitter erzeugt man jeweils einen Ionendefekt und einen Bjerrumdefekt, deshalb muß die Summe beider Defekte eine Elementarladung sein. Ein D-Defekt trägt eine Ladung von $e_3 = (0.38 \pm 0.01) e$ [Hubmann, 1979a; Hubmann, 1979b] entnommen aus Petrenko [1993a].

eine größere Anzahl von Protonen bewegt werden kann, muß der in Abbildung A.25 gezeigte Mechanismus die Wege durch den Durchgang eines Bjerrumdefekts nach dem Durchgang eines Ionendefekts und umgekehrt für den Durchgang eines weiteren Defekts wieder öffnen. Die Leitung ist also durch die in der geringsten Konzentration vorhandenen Defekte limitiert. Diesen Sachverhalt drückt die Reihenschaltung aus.

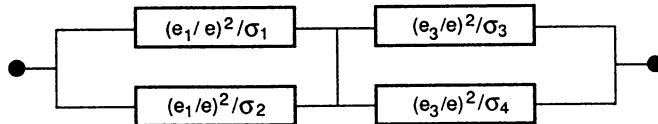


Abbildung A.27: Äquivalenter elektrischer Schaltkreis für die Leitfähigkeit bei niedrigen Frequenzen und Gleichstrom
Entnommen aus Petrenko [1993a].

τ_D bezeichnet die (Debeysche) Relaxationszeit.

$$\frac{1}{\tau_D} = \omega_D = 2\pi f_D = \Phi \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{e_1^2} + \frac{\sigma_3 + \sigma_4}{e_3^2} \right)$$

$\Phi = 3.85 \pm 5\%$ [Hubmann, 1979a; Hubmann, 1979b] entnommen aus Petrenko [1993a] ist eine Konstante, die die Topologie des dreidimensionalen Eiskristalls berücksichtigt.

Beim Einschalten einer Rechteckspannung gibt die Relaxationszeit die charakteristische Abklingzeit für die gemessene Stromdichte vom hochfrequenten auf den Gleichstromwert an.

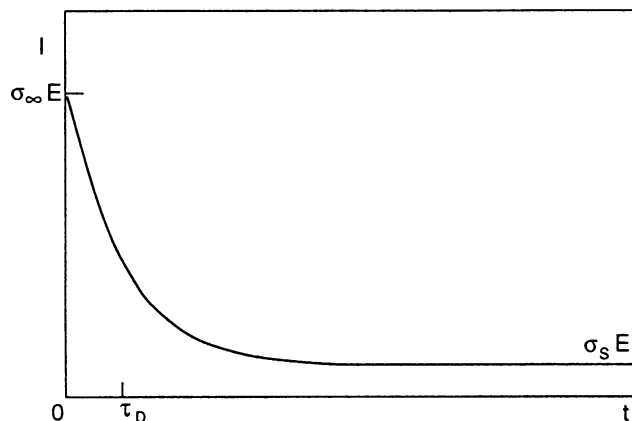


Abbildung A.28: Zeitlicher Verlauf der Stromdichte durch eine Eisprobe nach Einschalten einer Rechteckspannung
Die Stromdichte verläuft gemäß der Funktion $I = E(\sigma_S + (\sigma_\infty - \sigma_S)e^{-\frac{t}{\tau_D}})$.
Entnommen aus Petrenko [1993a].

Im oben abgeleiteten Ergebnis für die Leitung (A.14) treten die hochfrequente und die niederfrequente Leitfähigkeit auf. Die Relaxationsfrequenz f_D legt den Frequenzbereich des Übergangs von hochfrequentem und niederfrequentem Verhalten fest. Dieser Übergang erfolgt für Eis bei 0° bei etwa 10^5 Hz und fällt einer

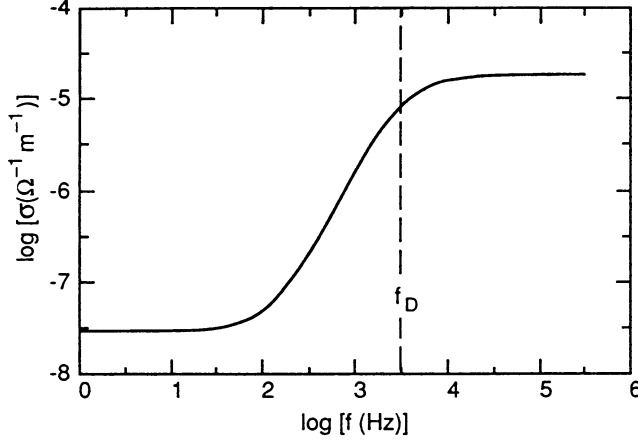


Abbildung A.29: Frequenzgang der Leitfähigkeit von reinem monokristallinem Eis bei -10°C

Es wurden die Werte $\tau_D = 5.06 \times 10^{-5}\text{s}$, $\sigma_\infty = 1.9 \times 10^{-5}\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ und $\sigma_S = 3 \times 10^{-8}\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ in Formel (A.14) eingesetzt. Entnommen aus Petrenko [1993a].

Arrheniusabhängigkeit (siehe Gleichung (2.6)) folgend mit der Temperatur zur Frequenz 0 hin ab. Für reines Eis gibt Petrenko [1993a] für die Relaxationszeit bei -10°C einen Wert von $\tau_D \cong 5 \times 10^{-5}\text{s}$ und eine Aktivierungsenergie der Relaxationszeit von $(0.58 \pm 0.01)\text{eV}$ an. Für die hochfrequente Leitfähigkeit sind $\sigma_\infty = (1.8 \pm 0.2) 10^{-5}\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ und eine Aktivierungsenergie von $(0.58 \pm 0.03)\text{eV}$ angegeben¹⁸. In Abbildung A.29 ist der Zusammenhang für eine Temperatur von -10°C nach Formel (A.14) berechnet und aufgetragen.

Statt der Leitfähigkeit $\tilde{\sigma}(\omega)$ in Gleichung (A.13) kann man auch die komplexe Dielektrizitätskonstante $\tilde{\epsilon}(\omega)$ berechnen:

$$\tilde{\epsilon}(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_S - \epsilon_\infty}{1 + i\omega\tau_D} \quad (\text{A.15})$$

Für den Realteil, der üblicherweise nur als relative Dielektrizitätskonstante bezeichnet wird, berechnet man aus Gleichung (A.15) weiter:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_S - \epsilon_\infty}{1 + (\omega\tau_D)^2} \quad (\text{A.16})$$

Die in den Gleichungen auftretende statische Dielektrizitätskonstante ϵ_S berechnet sich mit der Jaccardtheorie wie folgt:

$$\epsilon_S = \epsilon_\infty + \frac{1}{\epsilon_0\Phi} \frac{\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{e_1} - \frac{\sigma_3 + \sigma_4}{e_3}\right)^2}{\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{e_1^2} - \frac{\sigma_3 + \sigma_4}{e_3^2}\right)^2}$$

In Abbildung A.30 ist der Frequenzgang der Dielektrizitätskonstanten von Eis für -10°C aufgezeichnet.

¹⁸Für natürliche polare Eisproben wurden in Abschnitt 2.2.4.3 andere Aktivierungsenergien referiert.

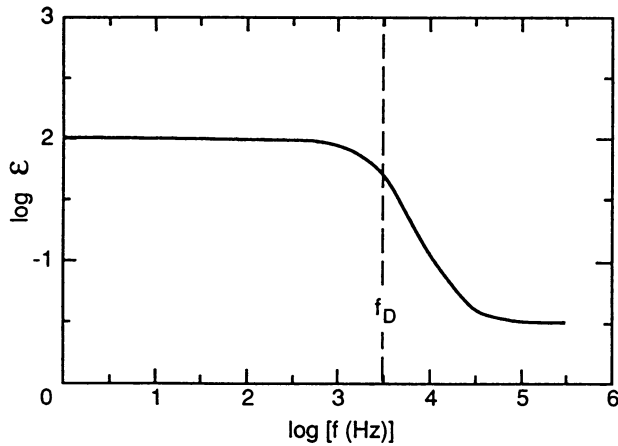


Abbildung A.30: Frequenzgang der Dielektrizitätskonstanten von reinem monokristallinem Eis bei -10°C Entnommen aus Petrenko [1993a].

Man erhält einen sehr hohen Wert für die statische Dielektrizitätskonstante von der Größenordnung von 100, die damit noch größer als die Dielektrizitätskonstante von Wasser (81 bei Raumtemperatur) ist. Die Polarisation ist aus der räumlichen Verschiebung von Ladungen definiert. Die Verschiebung von Ladungsträgern dauert solange an bis eine entgegengesetzt gerichtete Kraft aufgebaut ist. Diese Gegenkraft ist mit der Zustandsgröße für die bereits erfolgte Verschiebung verknüpft. Anschaulich ist nach Aufbau der Gegenkraft die Anzahl der möglichen Defekte, die verschoben werden können, verschoben. Die Balance zwischen der Verschiebungskraft des elektrischen Feldes und der entgegengesetzt gerichteten Kraft wird innerhalb der charakteristischen Zeit einer Relaxationszeit τ_D erreicht. Oberhalb der Relaxationsfrequenz wird die Dielektrizitätskonstante durch die Polarisation der Wassermoleküle bestimmt, und man erhält eine Dielektrizitätskonstante von 3.2.

Die Gleichungen (A.14) und (A.16) geben das Verhalten einer Eisprobe in einem Meßkondensator wieder. Die Anordnung ist durch das Netzwerk in Abbildung A.31 repräsentiert.

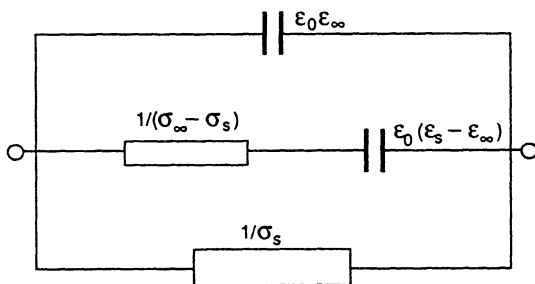
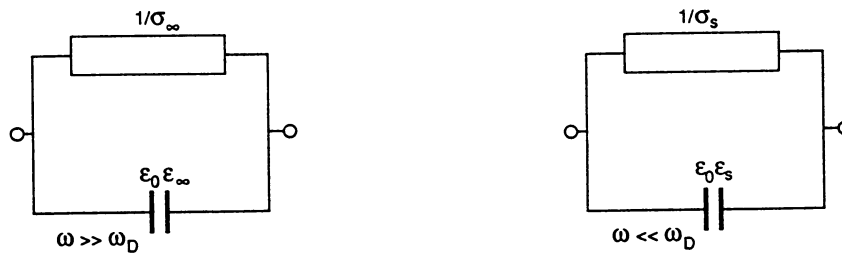


Abbildung A.31: Äquivalentes Netzwerk für eine Eisprobe in einem Kondensator Entnommen aus Petrenko [1993a].

Bildet man in den Gleichungen (A.14) und (A.16) den Grenzübergang zu hohen und niedrigen Frequenzen, so geht das repräsentierende Netzwerk in die in Abbildung A.32 gezeigten Grenzen über.



Verhalten bei hohen Frequenzen

Verhalten bei niedrigen Frequenzen

Abbildung A.32: Äquivalente Netzwerke für eine Eisprobe in einem Kondensator bei hohen und niedrigen Frequenzen

Entnommen aus Petrenko [1993a].

A.1.5 Konzentrationen von Ladungsträgern in Eis

In den vorangegangenen Abschnitten wurde die Leitfähigkeit von Eis durch die Bewegung von Defekten ohne Aussage über den Ursprung der Defekte beschrieben. Für die Bildung von Defekten sind drei Möglichkeiten bekannt. Zwei davon existieren im thermischen Gleichgewicht. Erstens die thermische Erzeugung von Ladungsträgern und zweitens Spurenstoffe im Eis. Die dritte hier nicht relevante Quelle sind äußere Anregung durch hochenergetische Strahlung oder hohe elektrische Felder.

In Petrenko [1993a] findet man eine Diskussion der intrinsischen Ladungsträgerkonzentration in Eis. Dieser Punkt soll hier nicht weiter diskutiert werden, da in dieser Arbeit auch keine Betrachtungen zu Konzentrationen von Ladungsträgern gemacht werden. Erwähnenswert in diesem Zusammenhang ist, daß die Konzentration der Ladungsträger nach dem Arrheniusgesetz (siehe Gleichung (2.6)) mit Aktivierungsenergien in der Größenordnung von 1 eV von der Temperatur abhängt und die Rechnungen mit Konzentrationen wie auch in der Chemie bekannt mit dem Massenwirkungsgesetz erfolgen.

Für die zweite Quelle von Defekten durch Einbringen von Spurenstoffen sollen nun noch einige Beispiele anhand von grafischen Darstellungen diskutiert werden, um den in der Literatur referierten Zusammenhang von Spurenstoffen und Ladungsträgern zu motivieren. Dabei ist zu beachten, daß an Korngrenzen ebenfalls Spurenstoffe auftreten können. Dort geht man aber von einem dünnen Flüssigkeitsfilm aus, in dem sich Ionen bewegen können. Die Verbindung von Leitfähigkeit und Ionengehalt in einem Flüssigkeitsfilm bedarf aber keiner weiteren Motivation, da die elektrolytische Leitung sehr gut verstanden ist.

Im Zusammenhang mit der Jaccardtheorie werden in der Literatur Spurenstoffe diskutiert, die mit ihren Abmessungen und Bindungswinkeln sehr gut in den Eiskristall passen und deshalb bei der Kristallbildung aus der flüssigen Phase im Kristall inkorporiert werden. Diese Spurenstoffe haben im Zusammenhang mit der Analyse von Defekteigenschaften eine besondere Bedeutung [Jaccard, 1959; Cam-

plin, Glen und Paren, 1978; Camplin und Glen, 1973; Boned und Barbies, 1973] und werden zum Einbringen von künstlichen Defekten in den Eiskristall verwendet. Die unten gezeigten Abbildungen sind nicht durch Messungen verifiziert, sondern lediglich Vorstellungen, die aus Ionenradialanalysen entwickelt wurden.

Zu den bevorzugt eingebauten Molekülen gehören z.B. Ammoniak und das Ammoniumion. Die Moleküle besitzen wie das Wasser eine tetraederförmige Geometrie und passen deshalb sehr gut in den Eiskristall. Durch Einbringen eines Ammoniaks bringt man wie in Abbildung A.33 angedeutet einen D-Defekt in das Eisgitter ein. Diese Ammoniakdefektstelle ist ein Aktivatorzentrum, daß durch Aufnahme eines Protons noch einen OH^- -Defekt erzeugen kann.

Eine weitere Spezies, die gut im Eiskristall eingebaut werden, sind Halogensäuren, wie z.B. Flußsäure HF. HF bringt ein Proton weniger in den Kristall ein als Wasser, erzeugt also einen L-Defekt wie in Abbildung A.34 gezeigt. Das HF kann das eingebrachte Proton an ein Wassermolekül abgeben, so daß noch ein H_3O^+ -Ionendefekt erzeugt wird.

Auch der Einbau von Ionen in Zwischengitterplätze ist denkbar. Auf diese Weise wäre der Einbau von Kaliumhydroxid ($\text{K}^+ [\text{OH}]^-$) in der in Abbildung A.35 dargestellten Weise denkbar. Das OH^- -Ion bringt zusätzlich noch einen L-Defekt in das Kristallgitter ein.

A.1.6 Diskussion

Die vorgestellte Theorie ist nicht umfassend für die Beschreibung der dielektrischen Eigenschaften von natürlichen Firn- und Eisproben. Ein vorstellbares langfristiges Ziel für die Messung von Leitfähigkeiten ist die Abschätzung von Spurenstoffkonzentrationen im Eis. Dazu muß aber verstanden werden, welche Effekte in den Kristallen und welche an den Korngrenzen auftreten. Für Spurenstoffe, die in die Kristalle inkorporiert werden, sollten die oben vorgestellten Ergebnisse relevant sein.

Die Defektkonzentrationen treten in den Formeln für die Leitfähigkeiten auf. Man sollte also bei bekannten Leitfähigkeiten prinzipiell die Konzentrationen ausrechnen können. Das Problem bei diesen Rechnungen wäre aber, daß die hier nicht näher diskutierten Defektbeweglichkeiten zumindest teilweise nur sehr ungenau bekannt sind.

Die Leitfähigkeiten der Defekte treten in voneinander unabhängigen Gleichungen für die dielektrischen Parameter auf. Die Leitfähigkeiten für die einzelnen Defekte sollten also prinzipiell aus den dielektrischen Parametern abzuleiten sein. Dazu müssen die relative Dielektrizitätskonstante und die Leitfähigkeit aber quantitativ gemessen werden.

Mit DEP wurde eine Methode vorgestellt, die hochfrequente elektrische Leitfähigkeit quantitativ zu messen. Weitere Methoden für die quantitative Messung des

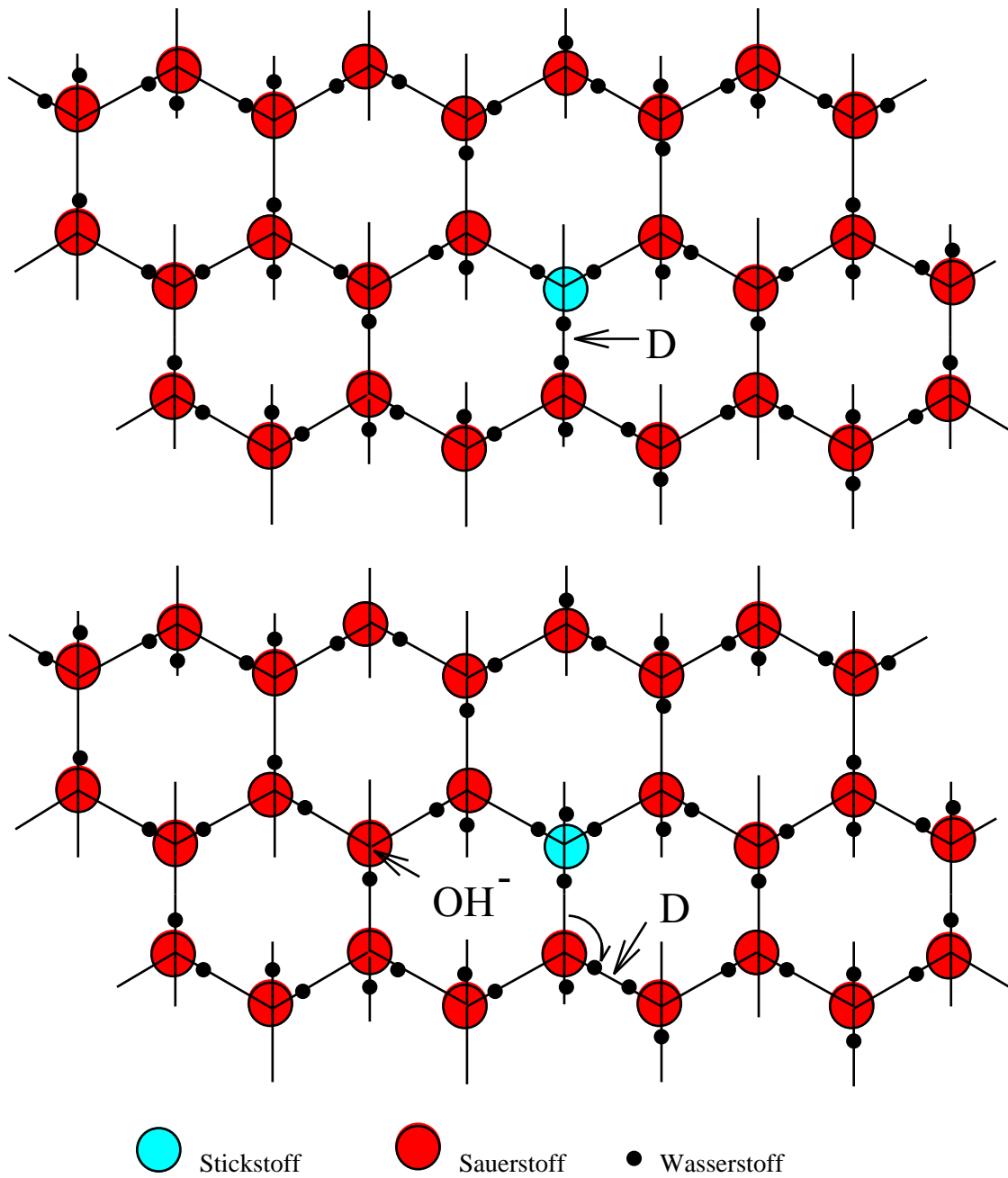


Abbildung A.33: Dotierung mit Ammoniak

In die Eisstruktur eingebrachtes NH_3 -Molekül und Zustand nach der Wegbewegung eines OH^- -Ions und eines D-Defekts vom NH_3 -Molekül. Nach Petrenko [1993b].

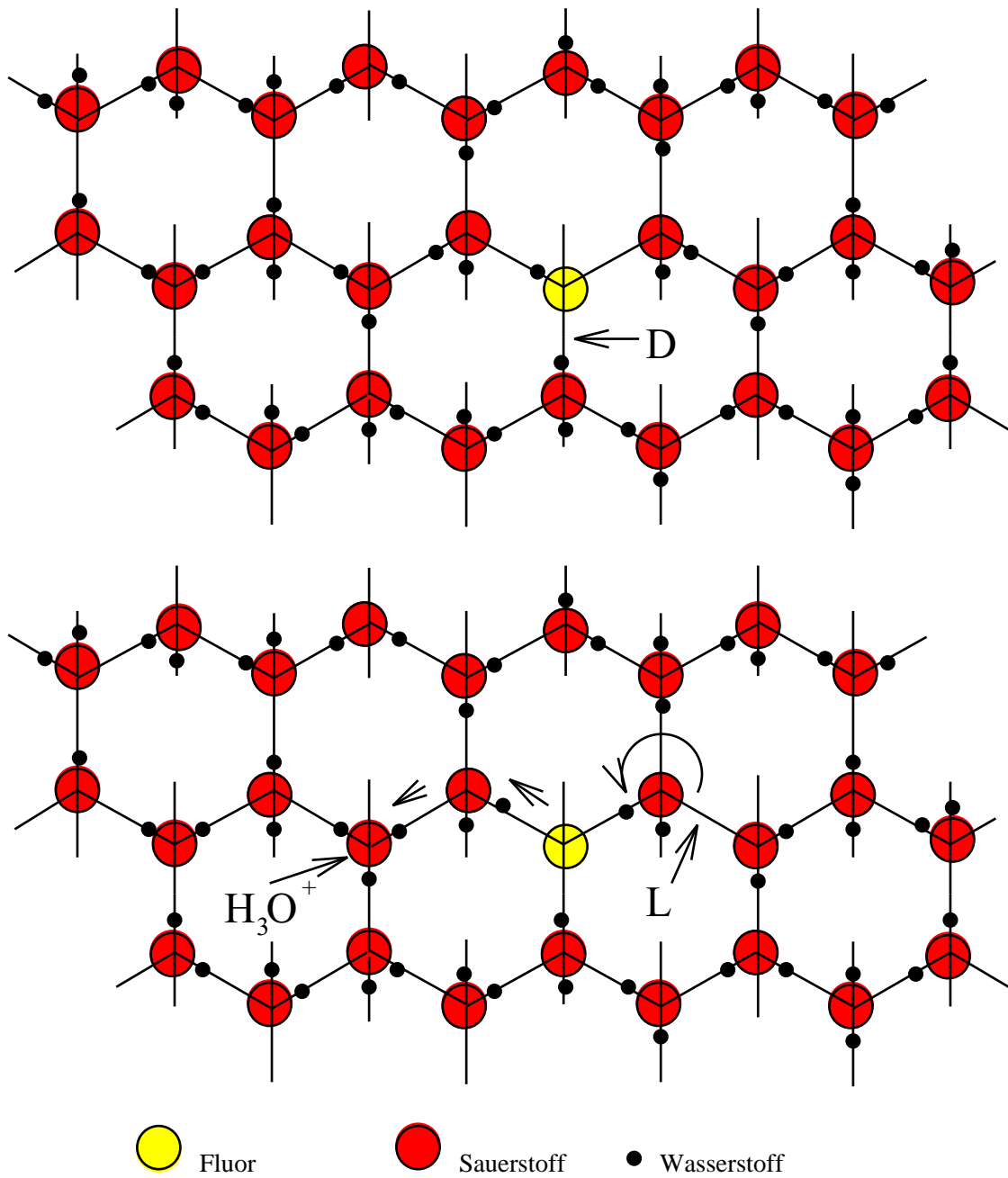


Abbildung A.34: Dotierung mit Halogenen

In die Eisstruktur eingebrachtes HF-Molekül und Zustand nach der Wegbewegung eines H_3O^+ -Ions und eines L-Defekts vom HF-Molekül. Nach Petrenko [1993b].

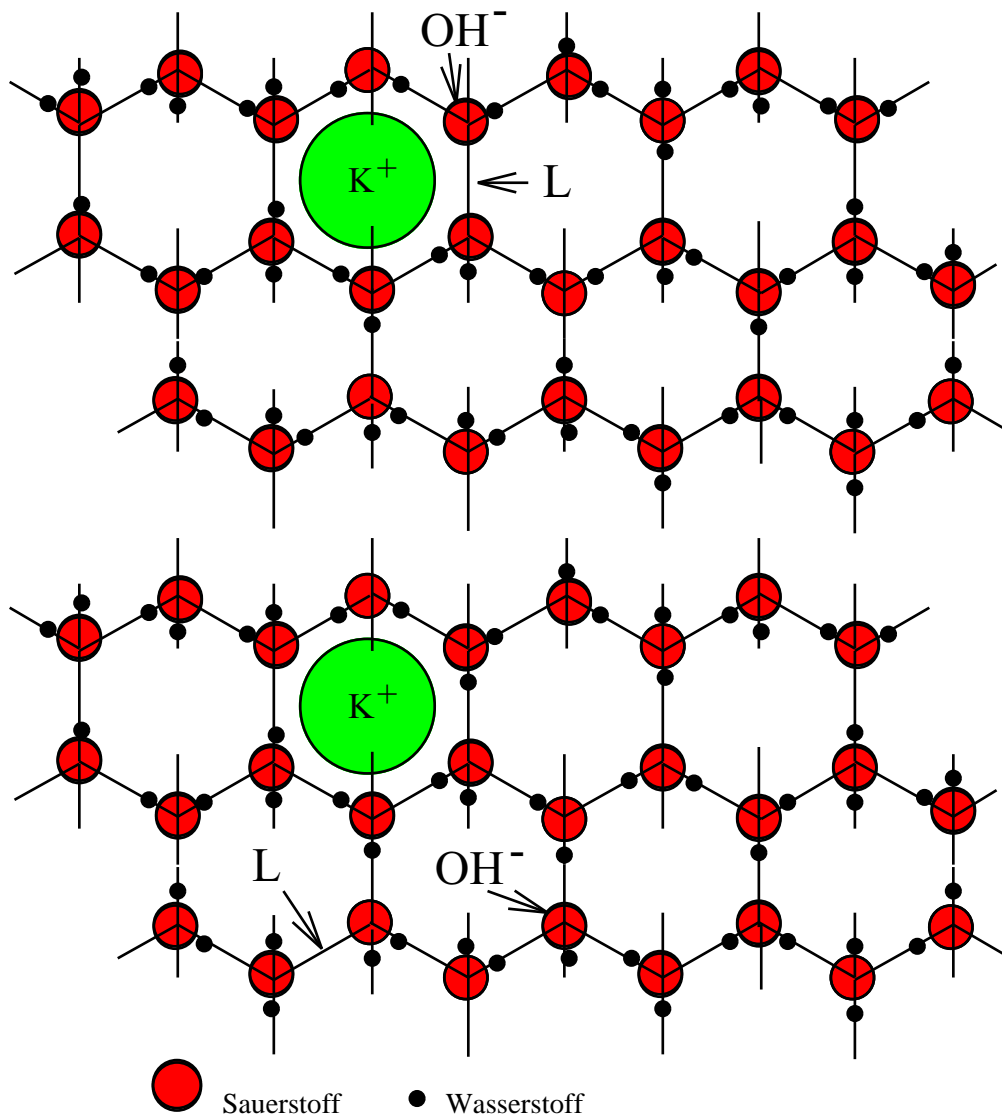


Abbildung A.35: Dotierung mit Kaliumhydroxid

In die Eisstruktur eingebrachtes OH^- -Ion und ein Kaliumion auf einem Zwischengitterplatz, sowie der Zustand nach der Wegbewegung des OH^- -Ions und des L-Defekts vom Kaliumion. Nach Petrenko [1993b].

Frequenzgangs der Leitfähigkeit vom niederfrequenten bis zum hochfrequenten Bereich und der statischen Dielektrizitätskonstante sind erforderlich.

Die oben referierten Vorstellungen zeigen einen Weg auf chemische Messungen von Konzentrationen bestimmter Spurenstoffe, wie z.B. Säure und Ammoniumverbindungen durch physikalische Messungen zu ersetzen oder zumindest zu unterstützen. Zur Verwirklichung dieses Zieles ist aber noch viel Forschungsarbeit zur Physik der einzelnen Defekte und zur Meßtechnik für quantitative Messungen an Eiskernen im Frequenzbereich von 100 Hz bis 1 MHz erforderlich.

A.2 Instrumentierung zur Gammadichtemessung

A.2.1 Radioaktive Strahlungsquellen

Für die Dichtebestimmung an Materialien kamen bereits verschiedene radioaktive Quellen in früheren Arbeiten zum Einsatz, diese waren u.a. ^{133}Ba -, ^{60}Co -, ^{137}Cs - und ^{192}Ir -Präparate [Belcher, Herner, Cuykendall und Sack, 1953; Bunker und Bradley, 1961; McHenry und Dendy, 1964; Evans, 1965; Fritz und Löffel, 1990]. Für die Wahl der am besten geeigneten Strahlungsquelle sollten folgende Punkte erfüllt sein [Gerland, 1992]:

- relativ lange Halbwertszeit, um Drifteffekte klein und Austauschintervalle lang zu halten
- geeigneter und scharfer Energiebereich des Isotops im Bereich der Compton-Wechselwirkung, um einen gut bekannten und scharfen Massenabsorptionskoeffizienten zu haben

Tabelle A.6 listet die Eigenschaften der oben genannten Quellen auf.

Photonenenergien und Halbwertszeiten verschiedener γ -Quellen		
Präparat	Photonenenergie [keV]	Halbwertszeit
^{133}Ba	356	10.5 a
^{60}Co	1173.238 1332.502	5.272 a
$^{137}\text{Cs}/^{137}\text{Ba}$	661.660	30.17 a
^{192}Ir	316.5080 468.0715 308.4569 295.9582 ⋮	74 d

Tabelle A.6: Photonenergien und Halbwertszeiten verschiedener γ -Quellen. Zahlenwerte entnommen aus Seelmann-Eggebert, Pfennig, Münzel und Klewe-Nebenius [1981].

Man sieht, daß die ^{137}Cs -Strahlung die am besten geeignete ist. ^{133}Ba und ^{192}Ir liefern eine etwas weichere Strahlung, was zwar einen etwas größeren Massenabsorptionskoeffizienten bedingen würde, aber beide Isotope haben eine kürzere, ^{192}Ir

sogar eine wesentlich kürzere, Halbwertszeit als ^{137}Cs . Bei ^{192}Ir kommt noch der Nachteil einer polychromatischen Strahlung, d.h. einer Strahlung mit mehreren Spektrallinien, hinzu, so daß man keinen konstanten Massenschwächungskoeffizienten hat. Auch ^{60}Co hat diesen Nachteil, da es zwei benachbarte Spektrallinien hat. Dieses Problem ließe sich aber durch einen effektiven Mittelwert behandeln. Da die Kobaltstrahlung sehr hart ist, ist ihre Wechselwirkung mit Wasser etwas schwächer (siehe Abbildung 3.3) als bei ^{137}Cs . Aus obiger Diskussion wird klar, daß die hier verwendete ^{137}Cs -Strahlung am besten für die gewünschte Anwendung geeignet ist.

A.2.2 Detektoren zur Messung radioaktiver Strahlung

Während der Geschichte und Entwicklung der Kern- und Elementarteilchenphysik hat es eine Vielzahl von verschiedenen Detektorarten gegeben, die alle auf dem gleichen fundamentalen Prinzip beruhen: Die Überführung eines Teils oder der gesamten Energie der Strahlung in das Detektorvolumen, wo es in eine der menschlichen Beobachtung besser zugängliche Form gebracht wird [Leo, 1994].

Für die Densimetrie sind üblicherweise drei Arten von Detektoren in Gebrauch [Fortescue et al., 1994]:

- Strahlungssensitive Halbleiterdetektoren
- Ionisationsröhren
- Szintillationsdetektoren

A.2.2.1 Strahlungssensitive Halbleiterdetektoren

Niederenergetische γ - und Röntgenstrahlen können in der Verarmungszone einer ganz normalen PIN-Photodiode¹⁹ absorbiert werden, freie Elektronen erzeugen und so einen Photostrom bewirken. Die Dicke der Verarmungszone begrenzt die Nutzung dieses Effekts auf Strahlungsenergien unterhalb von 100 keV [Fortescue et al., 1994]. Hochreine Germaniumdetektoren, die bei Flüssigstickstofftemperatur in Kryostaten betrieben werden, ergeben ein hochlineares Energiesignal bis zu γ -Energien von etwa 1.5 MeV, mit einer außerordentlich genauen Energieauflösung.

¹⁹Die Abkürzung PIN hat ihren Ursprung in der üblichen Bezeichnung für die Dotierung von Halbleitern. P steht für positive Dotierung, N für negative Dotierung. Mit I ist eine kompensierte Schicht bezeichnet, in der die Ladungsträgerkonzentration ausgeglichen ist. In dieser kompensierten Zone herrscht keine Raumladung. Die Detektionszone wird dadurch vergrößert, so daß u.a. auch niederenergetische Photonen detektiert werden können. Für eine genauere Beschreibung siehe Leo [1994].

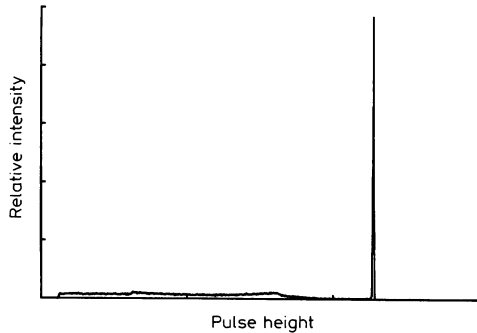


Abbildung A.36: Beispiel für die Ansprechfunktion eines Germaniumdetektors bei Bestrahlung mit 662 keV Photonen (^{137}Cs)
Entnommen Leo [1994].

Abbildung A.36 zeigt die Ansprechfunktion für einen Germaniumdetektor, der mit einer ^{137}Cs -Quelle bestrahlt wurde. Die Ansprechfunktion ist das Pulshöhenspektrum, das vom Detektor aufgenommen wird, wenn er einem monoenergetischen Strahl einer gegebenen Strahlung ausgesetzt wird. Man sieht deutlich einen scharfen Peak und einen geringen Untergrund unterhalb des Peaks. Ein Teil der monoenergetischen Photonen treffen auf den Halbleiter und übertragen ihre gesamte Energie auf Photoelektronen, die im Detektor abgebremst werden. Da dann aber alle Photoelektronen die gleiche scharfe Energie haben, beobachtet man einen scharfen Peak im Pulshöhenspektrum, der als gaußsch²⁰ angenommen wird. Einige der Photonen erfahren, bevor sie ein Photoelektron auslösen, auch Comptonstreuung. Diese Ereignisse bilden den kleinen kontinuierlichen Untergrund unterhalb des Peaks, da die Comptonstreuung, eine von der Streurichtung abhängige, kontinuierliche Energieverteilung liefert Leo [1994].

Der Vorteil der Halbleiterdetektoren ist ihre extrem hohe Energieauflösung. Ein Nachteil dieser Art Detektor ist die Beschränkung auf Photonenraten unterhalb von $10^5 \frac{1}{\text{s}}$ und die schwere Handhabbarkeit wegen der benötigten Kühlung [Fortescue et al., 1994], weswegen sie für die hier beschriebene Anwendung nicht in Frage kommen.

A.2.2.2 Ionisationsröhren

Ionisationsröhren basieren auf der Ionisierung von Gasmolekülen in einem Raum zwischen zwei Elektroden auf einem Hochspannungspotential durch einfallende Photonen. Abhängig von Ionisierungspotential, Druck und Eigenschaften des Gases erzeugt ein einzelnes einfallendes Photon Ladungsträger von ungefähr 50 eV pro Elektron-Ionen-Paar. Entweder ohne Verstärkung, oder mit einer lawinenartigen Vervielfachung, so daß das Ausgangssignal von der angelegten Spannung abhängt und entweder der einfallenden Photonenergie proportional ist (Proportionalzähler), oder mit einem lawinenartigen Zusammenbruch im Gas (Geiger-Müller-Zähler).

²⁰D.h. mit gaußscher Statistik, insbesondere ist für einen Mittelwert μ die Standardabweichung $\sigma = \sqrt{\mu}$.

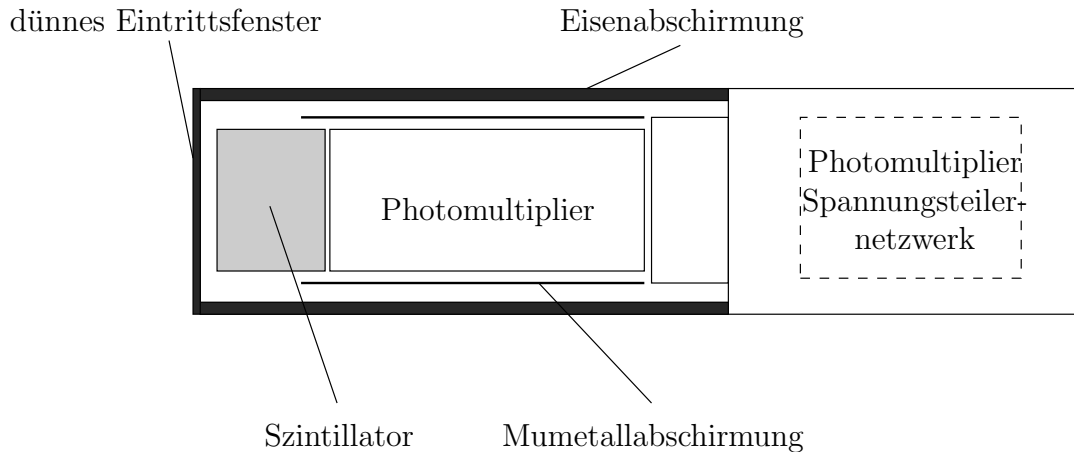


Abbildung A.37: Schematisches Diagramm eines Photomultipliers
 Nach einer Zeichnung in Leo [1994].

Bei Photonenenergien oberhalb von 150 keV ist die Photonennachweisempfindlichkeit klein, auch wenn das Detektionsvolumen sehr groß ist. Aus diesen Gründen sind Geiger-Zähler für unsere Anwendungen nicht geeignet.

A.2.3 Szintillationsdetektoren

A.2.3.1 Der prinzipielle Aufbau eines Szintillationsdetektors

Ein Szintillationsdetektor besteht üblicherweise aus folgenden Grundbausteinen, die in Abbildung A.37 eingezeichnet sind:

- Szintillator
- Photomultiplier
- Photomultipliersteuerung
- Abschirmung und Eintrittsfenster

Die Komponenten spielen in folgender Weise zusammen. Wenn Strahlung durch den Szintillator tritt, werden Atome und Moleküle angeregt, so daß der Szintillator Licht aussendet. Dieses Licht wird an einen Photomultiplier weitergeleitet, wo es in einen schwachen Strom von Photoelektronen umgewandelt wird, der dann im Elektronenvervielfachersystem weiterverstärkt wird. Das so erzeugte Stromsignal wird dann weiter vom elektronischen System analysiert. Die Photomultipliersteuerung liefert die Spannungsversorgung für die Photomultiplieröhre. Die

Abschirmung verhindert den Durchtritt eines Magnetfeldes durch die Photomultiplerröhre. Da Magnetfelder Elektronen von ihren Bahnen ablenken, ist diese Abschirmung wichtig, um die freien Elektronen im Innern der Photomultiplerröhre nicht zu beeinflussen.

A.2.3.2 Szintillatoren

Szintillationsdetektoren hängen von der linearen Konversion der Energie des einfallenden γ - oder Röntgenquants in Lichtpulse (Szintillationen) durch das Szintillatormaterial ab [Fortescue et al., 1994]. Es gibt viele verschiedene Szintillatormaterialien, die in ihren Eigenschaften stark variieren, und deshalb für die gewünschte Anwendung speziell ausgewählt werden. Den meisten Szintillatormaterialien gemeinsam ist eine der anregenden Energie proportionale Lichtabgabe oberhalb einer gewissen Minimumenergie. Damit ist die Lichtabgabe proportional der einfallenden Photonenzahl [Leo, 1994].

Bei dem hier verwendeten Detektor wurde ein Plastiksintillator aus Polyvinyltoluol verwendet²¹. Bei Plastiksintillatoren werden freie Valenzelektronen organischer Moleküle angeregt, die dann über verschiedene Molekülzustände durch innere Abregung und optische Übergänge zerfallen²². Für Temperaturen unterhalb von 40°C zeichnen sich Plastiksintillatoren durch einen geringen Temperaturgradienten der Lichtausbeute von weniger als $-\frac{0.1\%}{\text{°C}}$ aus. Diese Eigenschaft ist wichtig, da man den Szintillator nicht in die Stabilisierung des Photomultipliers direkt mit einbeziehen kann [Fortescue et al., 1994].

Plastiksintillatoren haben eine hohe Lichtausbeute und eine kurze Zerfallszeit²³ von 2-3 ns. Bis auf ihre Angreifbarkeit durch organische Lösungsmittel sind Plastiksintillatoren leicht zu handhaben [Leo, 1994] und unempfindlich, weshalb sie für einen Einsatz unter extremen Bedingungen besonders geeignet sind.

Die Ansprechfunktion eines organischen Szintillators Abbildung A.38 zeigt die Ansprechfunktion für einen organischen Szintillator.

Da organisches Szintillatormaterial eine relativ kleine Kernladungszahl hat, dominiert der Comptoneffekt²⁴. Der Comptoneffekt zeigt aber keine scharfe Energie,

²¹Persönliche Mitteilung Löffel Verfahrenstechnik GmbH an Sebastian Gerland.

²²Für eine eingehende Diskussion der Eigenschaften von Szintillatoren mit Hilfe von molekülphysikalischen Prinzipien siehe Leo [1994].

²³Die Zerfallszeit gibt an, nach welcher Zeit der durch Strahlung angeregte Zustand eines Szintillatormoleküls mit einer Wahrscheinlichkeit $1 - \frac{1}{e}$ durch Aussendung von Photonen zerfallen ist. Bei einem Zählerbetrieb der Apparatur würde die Zerfallszeit die Zählrate aufgrund von Totzeiteffekten limitieren.

²⁴Der Photoeffekt geht etwa mit der fünften Potenz der Kernladungszahl, d.h. er ist für leichte Elemente schwächer. Außerdem wurde für Wasser, das Elemente der gleichen Periode wie organische Verbindungen enthält, weiter oben eine Dominanz des Comptoneffekts gezeigt.

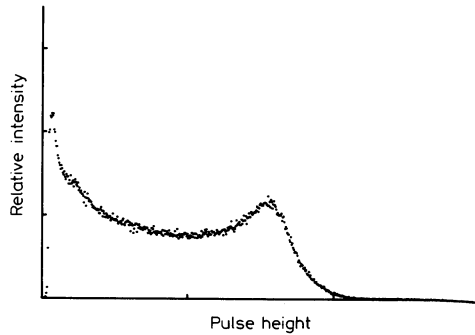


Abbildung A.38: Beispiel für ein Impulshöhenspektrum eines Detektors mit organischem Szintillator
Entnommen aus Leo [1994].

da die Energie der Streuteilchen von der Streurichtung abhängig ist. Das einfallende Photon erfährt Comptonstreuung und überträgt einen Teil seiner Energie auf ein Compton-Rückstoßelektron. Das gestreute Photon kann nun auch den Detektorbereich verlassen, ohne eine weitere Wechselwirkung mit dem Szintillator zu zeigen. Deshalb ist die Deponierung eines Teils der Energie des einfallenden Photons ebenfalls möglich, und man erhält auch beim Einfall monochromatischer Strahlung eine Energieverteilung.

Aufbau einer Photomultiplerröhre Photomultiplier sind Elektronenröhren, die Licht in einen meßbaren Strom konvertieren.

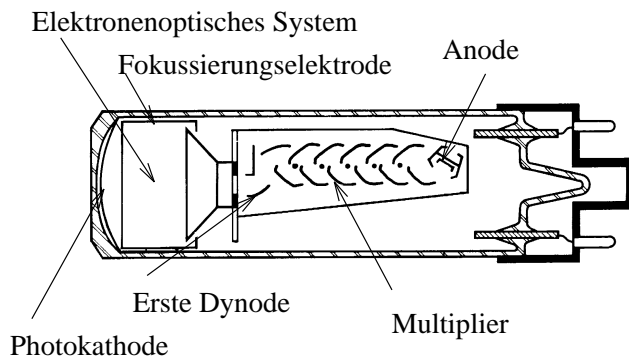


Abbildung A.39: Schematischer Aufbau einer Photomultiplerröhre
Entnommen aus Leo [1994].

Abbildung A.39 zeigt den schematischen Aufbau eines Photomultipliers. Die tatsächlichen Geometrien können anders realisiert sein²⁵. Fällt ein vom Szintillator emittiertes Photon auf die Photokathode aus photosensitivem Material, so wird ein Elektron durch den photoelektrischen Effekt aus der Photokathode ausgelöst. Durch ein elektronenoptisches System und Fokussierungselektroden werden aus der Photokathode ausgetretene Elektronen gesammelt, fokussiert und auf die erste Dynode elektronenoptisch abgebildet. Von der Kathode wird ein Spannungsabfall über die einzelnen Dynoden bis zur Anode erzeugt. Diese "Potentialleiter" wird durch ein Spannungsteilernetzwerk erzeugt. Durch die Spannungsdifferenz wird das Elektron zur ersten Dynode hin beschleunigt. Dort überträgt es

²⁵Leider liegen über den hier verwendeten Hamamatsu Photomultiplier (persönliche Mitteilung der Löffel Verfahrenstechnik GmbH an Sebastian Gerland) keine näheren Informationen vor.

einen Teil seiner Energie auf weitere Elektronen, die dadurch als Sekundärelektronen emittiert werden können. Diese werden dann zur nächsten Dynode beschleunigt, wo wiederum neue Elektronen ausgelöst werden können und so fort. Auf diese Weise wird eine Elektronenkaskade entlang der Dynodenanordnung erzeugt, die an der Anode als Strom gesammelt wird. Dieses Ausgangssignal kann verstärkt und analysiert werden. Die ganze Röhre ist evakuiert, da freie Elektronen in einer Gasatmosphäre nur eine kurze freie Weglänge hätten.

Die Konstruktion von Photomultipliern ist eine Wissenschaft für sich, aber wenn Photomultiplier richtig betrieben werden, kann man sie als lineare Bauelemente ansehen, d.h. der abgegriffene Strom ist der Energie und Anzahl der einfallenden Photonen linear. Außerdem wurde beim hier verwendeten Detektorsystem noch eine Stabilisierung eingebaut, die die Instabilitäten des Photomultipliers noch weiter reduzieren soll. Eine Diskussion der einzelnen Komponenten und ihres Zusammenwirkens einer Photomultiplerröhre findet man in Leo [1994] und der dort angegebenen Herstellerliteratur.

A.2.3.3 Betriebsmodi eines Photomultipliers

Es gibt zwei verschiedene Betriebsmodi eines Detektors. Zum einen den Zählmodus, zum anderen den Intensitätsmodus, bzw. den stromintegrierenden Modus, der bei der hier verwendeten Anordnung benutzt wird.

Zählmodus Beim Zählmodus werden die einzelnen Detektorpulse, die von einzelnen Photonen erzeugt werden, gezählt. Dazu benötigt man ein ausreichend schnelles Detektorsystem, um die Mehrheit der einzelnen Pulse so zu trennen, daß auch noch die statistische Variation mit der Zeit berücksichtigt wird. Gammaquellen emittieren Photonen nach zufälligen atomaren Zerfallsprozessen. Diese Prozesse werden durch die Poissonstatistik beschrieben, und insbesondere gilt das "Wurzel N Gesetz". D.h. für eine Anzahl N gezählter Photonen ist die Standardabweichung $\sigma = \sqrt{N}$. Aus diesen statistischen Überlegungen kann man ableiten wieviele Photonen durch Überlagerung nicht mitgezählt werden. Man kann zwar eine Korrektur auf diese Totzeiteffekte machen, aber letztendlich limitieren sie die Zählraten und damit die Genauigkeit der Messung, da das Ausgangssignal zunehmend nichtlinear wird. Beim Zählmodus werden Photonenraten in der Größenordnung $10^5 \frac{1}{s}$ bis $10^7 \frac{1}{s}$ erreicht [Fortescue et al., 1994].

Intensitätsmodus Im Intensitätsmodus werden die einzelnen Ausgangssignale des Detektors nicht getrennt, stattdessen wird ihr Mittelwert gemessen. Die statistischen Variationen der Impulsrate erzeugen statistische Variationen im Mittelwert, denen das Detektorsystem nur folgen muß, ohne einzelne Pulse zu trennen. Im Gegensatz zum Zählmodus ist der Intensitätsmodus unabhängig von Totzeiteffekten und kann deshalb mit sehr hohen Pulsraten arbeiten, so daß dieser

Betriebsmodus bei hoher Auflösung und schneller Variation des zu messenden Systems bevorzugt wird [Fortescue et al., 1994]. Im Intensitätsmodus erreicht man um einen Faktor 1000 höhere Pulsraten, von $10^8 \frac{1}{s}$ bis $10^{10} \frac{1}{s}$, als im Zählmodus, was den Fehler nach dem Wurzel N Gesetz um einen Faktor 30 reduziert [Fortescue et al., 1994].

A.2.3.4 Kenngrößen eines Photomultipliers

Wichtig beim Betrieb eines Photomultipliers ist die Kenntnis der Größen, die einen Photomultiplier beeinflussen. Das vorliegende System sollte eigentlich bezüglich Driften kompensiert sein. Bei Betrachtung der Meßergebnisse zeigte sich aber, daß dies zumindest nicht in ausreichender Weise zutrifft. Deshalb sollen die Kenngrößen eines solche Photomultipliersystems, zumindest kurz, in Anlehnung an den Artikel von Fortescue, Löffel und Romanski [1994] und das Buch von Leo [1994] erläutert werden.

Dunkelstrom Sogar wenn ein Photomultiplier nicht beleuchtet wird, fließt ein kleiner Strom. Dieser sogenannte Dunkelstrom hat seine Ursache vorallendingen in der thermischen Emission von Elektronen aus der Kathode und den Dynoden, sowie anderen Fehlerströmen, die vorallendingen an den Anschlüssen der Röhre auftreten. Ein Inhalt an radioaktiven Stoffen in der Glashülle der Röhre kann zum Dunkelstrom beitragen. Schließlich können auch noch Ionen im Restgas der Röhre oder Lichteinfall von außen zum Dunkelstrom beitragen. Im allgemeinen sollte der Dunkelstrom aber sehr klein sein. Für eine 28 mm, 11 Dynoden Photomultiplerröhre wird eine Dunkelstrom von lediglich einem fA bei einem Verstärkungsfaktor von 2×10^6 angegeben.

Elektronisches Rauschen Das statistische Rauschen ist eine direkte Folge der statistischen Natur der Photoemission und der Sekundäremmission. Für einen Photomultiplier unter konstanter Beleuchtung können diese Effekte durch eine Poissonstatistik beschrieben werden. Im allgemeinen trägt Photomultiplerrauschen aber nicht zu mehr als 10 % zum gesamten statistischen Rauschen bei. Diese Aussage ist konsistent mit einer angegebenen dynamischen Reichweite von mehr als $10^5 : 1$, die ohne Probleme erreicht wird²⁶.

Temperaturdrift Für Photomultiplerröhren wird für eine Temperaturänderung um 20°C eine Verstärkungsänderung um 20% angegeben. Dieser Effekt hat seine Ursache in der Änderung der Sekundärelektronenemissionswahrscheinlichkeit und kann durch Temperaturstabilisierung oder direkte Stabilisierung der Verstärkung kontrolliert werden.

²⁶Bei einer Photonenrate von $10^8 \frac{1}{s}$ im Intensitätsmodus liegt das normale statistische Rauschen bei $\frac{\sigma}{N} = 10^{-4}$, 10 % davon ergeben die angegebene Bandbreite.

Magnetische Felder Magnetische Felder beeinflussen prinzipiell die Elektronenbahnen zwischen Photokathode und der ersten Dynode. Dadurch können die Elektronen in einer Weise abgelenkt werden, daß sie von der Dynode aufgefangen werden, ohne eine Sekundärelektronenlawine in Richtung der nächsten Dynode auszulösen. Für schwache Felder, wie z.B. das Erdmagnetfeld, reicht in der Regel eine einfache Abschirmung aus.

Ermüdung und Hysterese Der Prozeß der Dynodenermüdung und Hysterese ist nicht vollständig verstanden. Der Effekt ist eine geringere Verstärkung der Röhre mit steigendem Photokathodenstrom. Die Abnahmen erfolgen über Zeitintervalle von Sekundenbruchteilen bis zu mehreren Stunden, abhängig von den Betriebsbedingungen der Röhre.

Man unterscheidet zwei verschiedene in der Abbildung A.40 dargestellte Effekte. Zum einen die "drift", eine Variation des Verstärkungsfaktors bei konstanter Bestrahlung des Photomultipliers, zum anderen den "shift", eine Änderung des Verstärkungsfaktors nach einer plötzlichen Stromänderung. Kurzzeitige Effekte können durch Betriebsbedingungen der Röhre unterhalb dem vom Hersteller angegebenen mittleren Strom minimiert werden.

Verstärkungsstabilisierung ist notwendig, um die Langzeiteffekte und den fortwährenden Verstärkungsverlust auszugleichen.

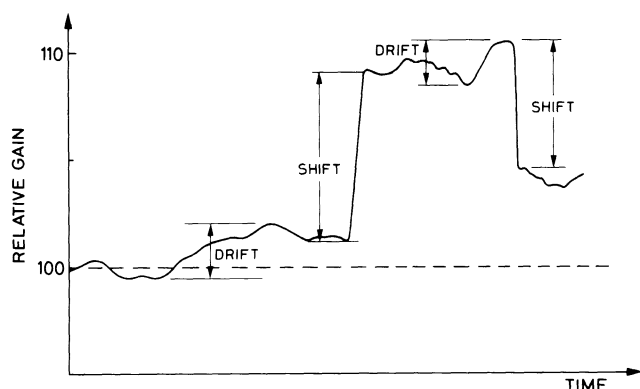


Abbildung A.40: Photomultiplier Verstärkungs "shift" und "drift"
Entnommen aus Leo [1994].

Totzeiteffekte Anordnungen, die im Intensitätsmodus betrieben werden, sind vollständig gegen Totzeiteffekte gefeit. Im Zählmodus betriebene Apparaturen werden durch zunehmende Nichtlinearität in ihrer maximalen Photonenrate begrenzt.

A.2.3.5 Photomultipliersteuerung

Die Photomultipliersteuerung muß die Spannungsversorgung der Dynoden gewährleisten. In der Regel nimmt man Spannungsteilernetzwerke, die an Hochspannungsquellen angeschlossen sind. Diese Spannungsteiler sind dann natürlich wie

andere Netzwerke durch Innenwiderstände gekennzeichnet, und man muß einen Spannungsabfall bei Belastung der Dynoden vermeiden. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, solche Netzwerke zu realisieren, eine Diskussion dieses Themas findet man z.B. in Leo [1994].

A.2.4 Gepulste optische Stabilisierung

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Photomultiplier-Systeme zu stabilisieren. Fortescue, Löffel und Romanski [1994] geben einen Überblick über die verschiedenen Möglichkeiten. Hier soll nur die beim benutzten System verwendete gepulste optische Stabilisierung beschrieben werden.

Abbildung A.41 zeigt das Blockdiagramm eines gepulst optisch stabilisierten Szintillationsdetektors.

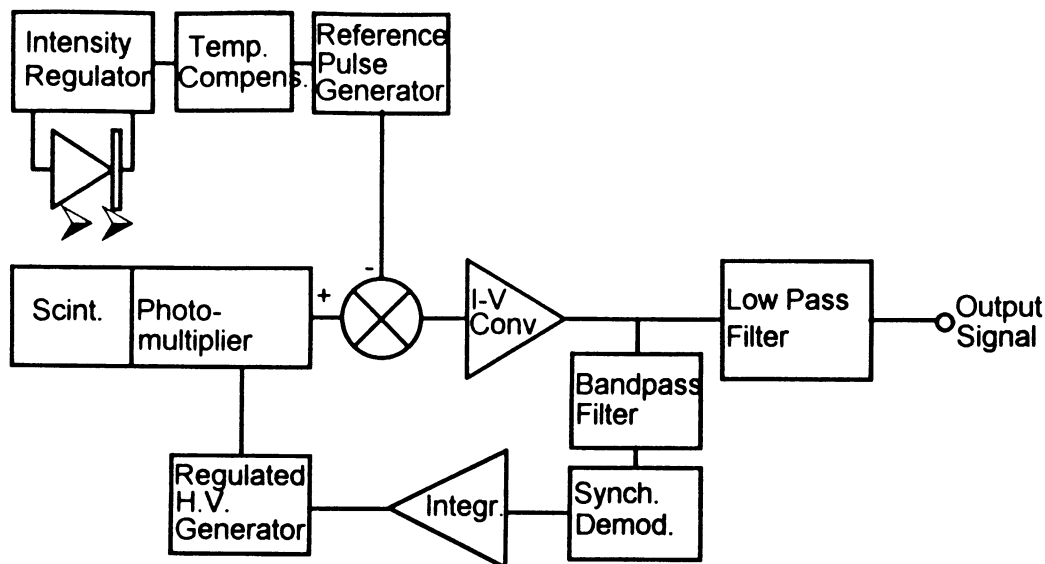
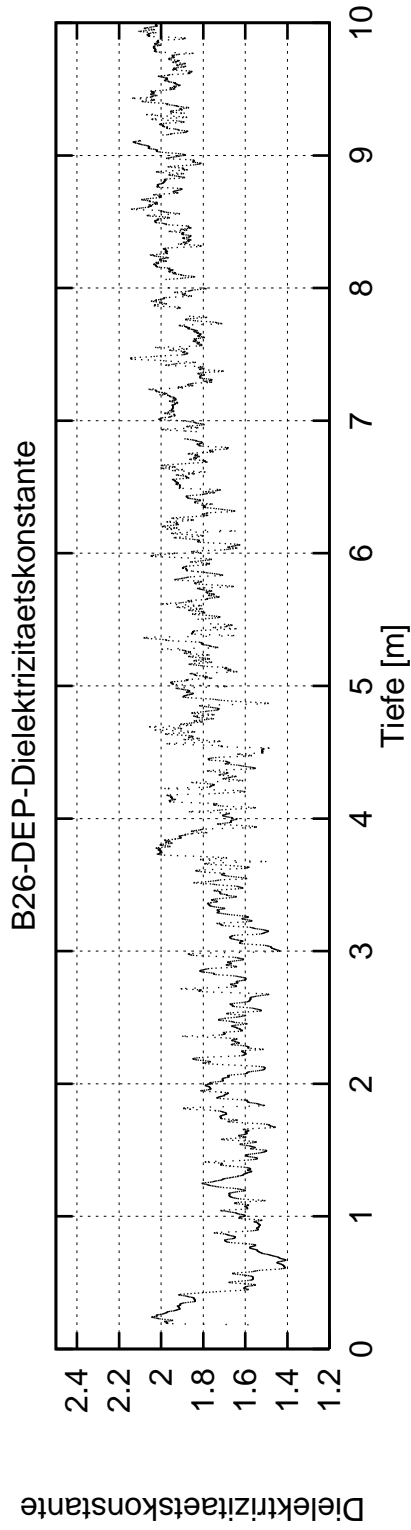
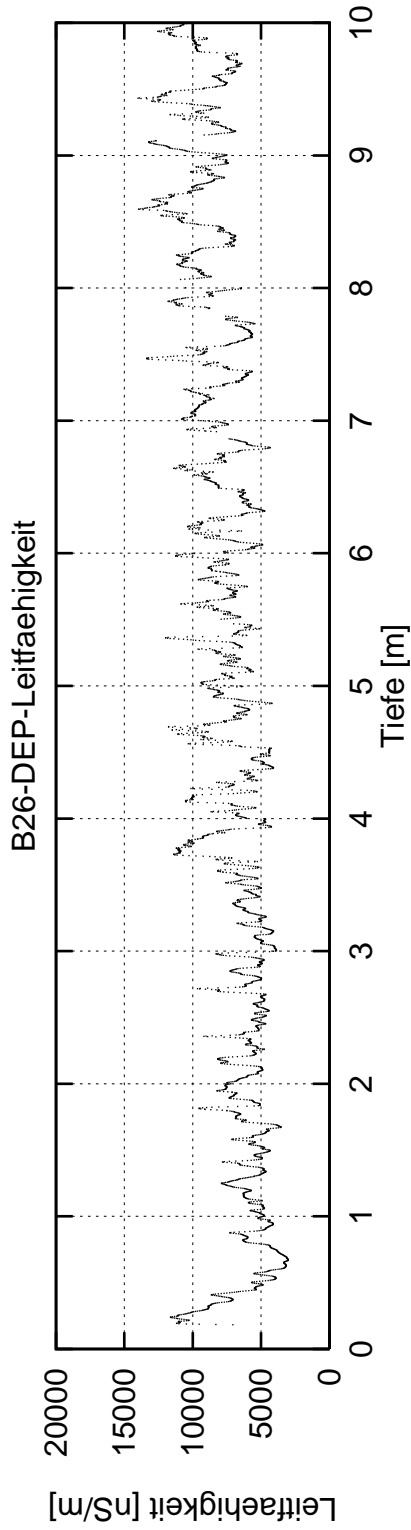


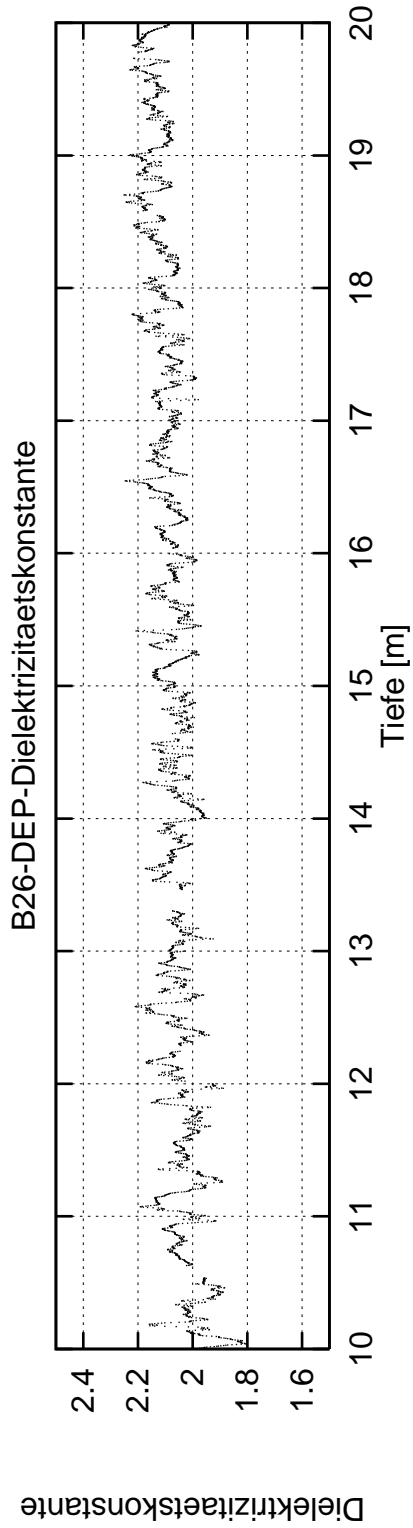
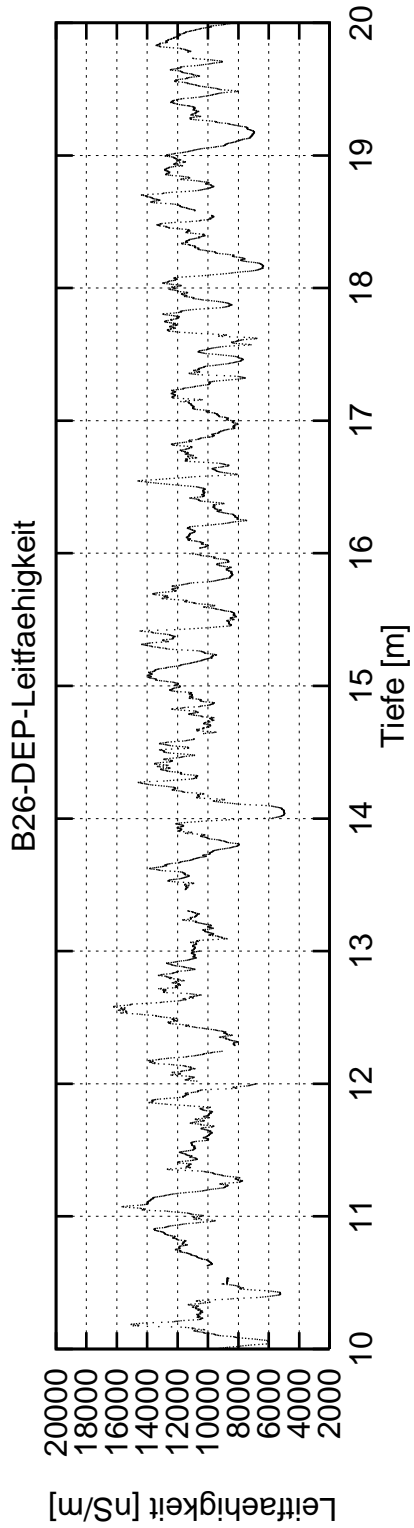
Abbildung A.41: Blockdiagramm des gepulsten, optischen Stabilisierungssystems

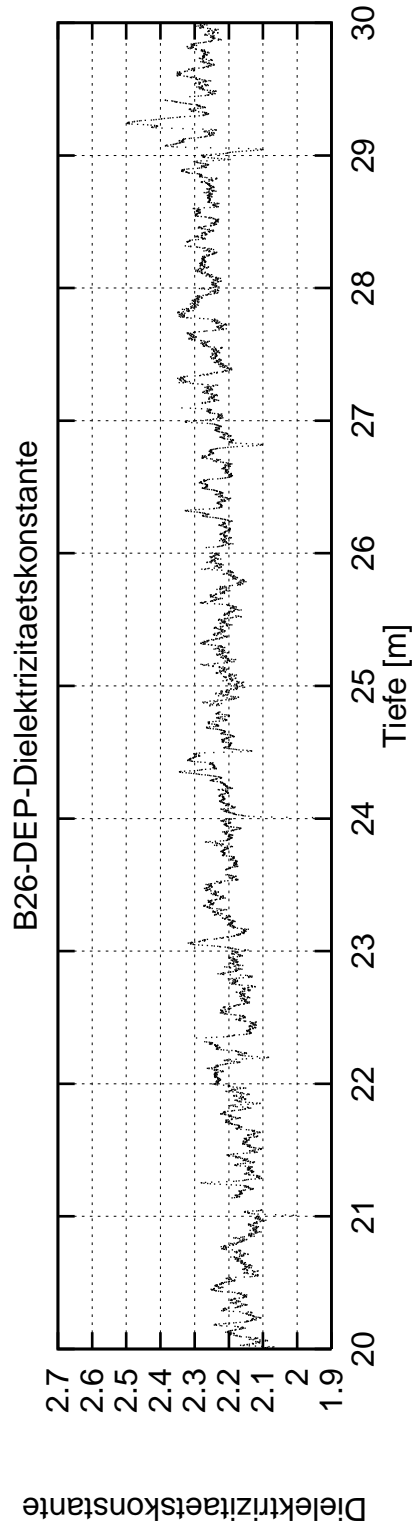
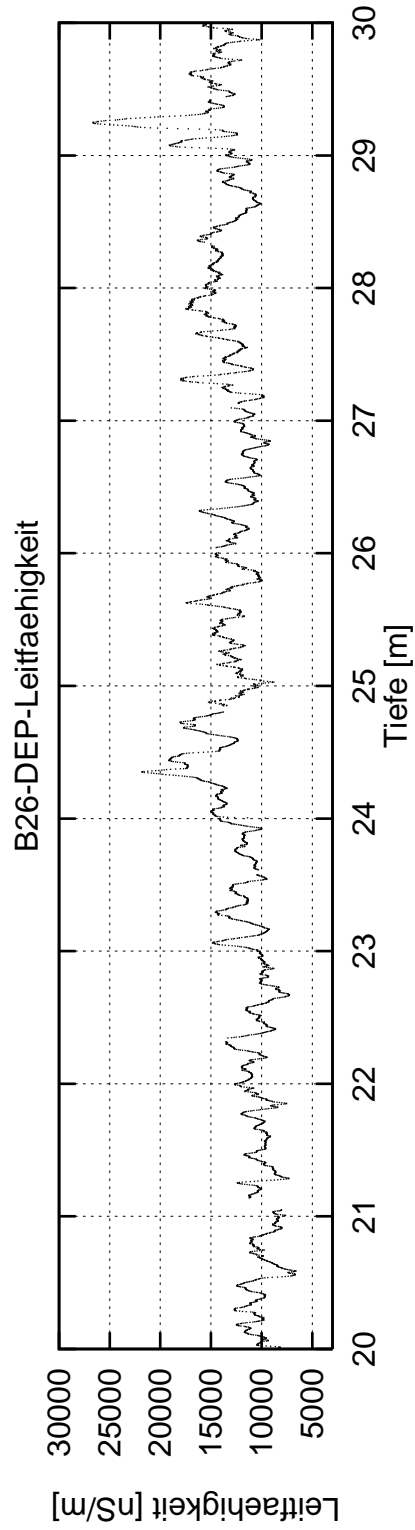
Lichtpulse einer genau festgelegten Intensität werden auf die Photokathode gestrahlt. Die Amplitude des resultierenden Anodenstrompulses wird mit Referenzsignal eines Pulsgenerators verglichen. Das erhaltene Fehlersignal, das dem Meßsignal überlagert ist, wird mit einem Bandpaß gefiltert, demoduliert, aufintegriert, um es vom Meßsignal zu trennen. Das integrierte Fehlersignal wird dann benutzt, um die Hochspannungsversorgung zu verstellen. Auf diese Weise läßt sich die Photomultiplerverstärkung erhöhen bzw. vermindern. Durch die rein integrale Regelung wird sichergestellt, daß sobald die Stabilisierung erreicht ist, das Differenzfehlersignal verschwindet. Der wahre Wert der Messung kann dann durch die Verwendung eines einfachen Low-Pass-Filters erhalten werden, der die Bandbreite der Messung festlegt.

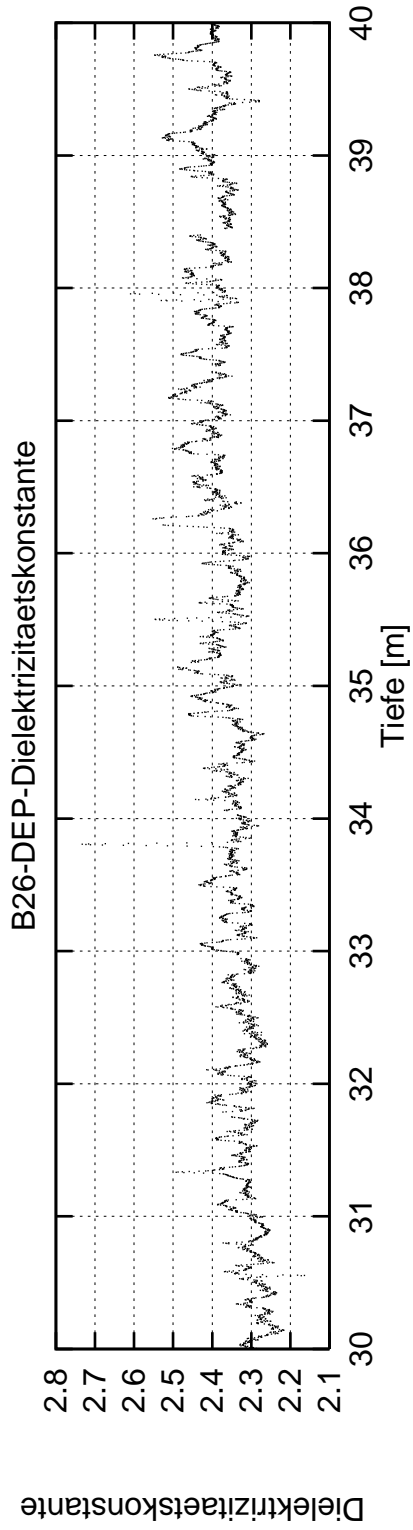
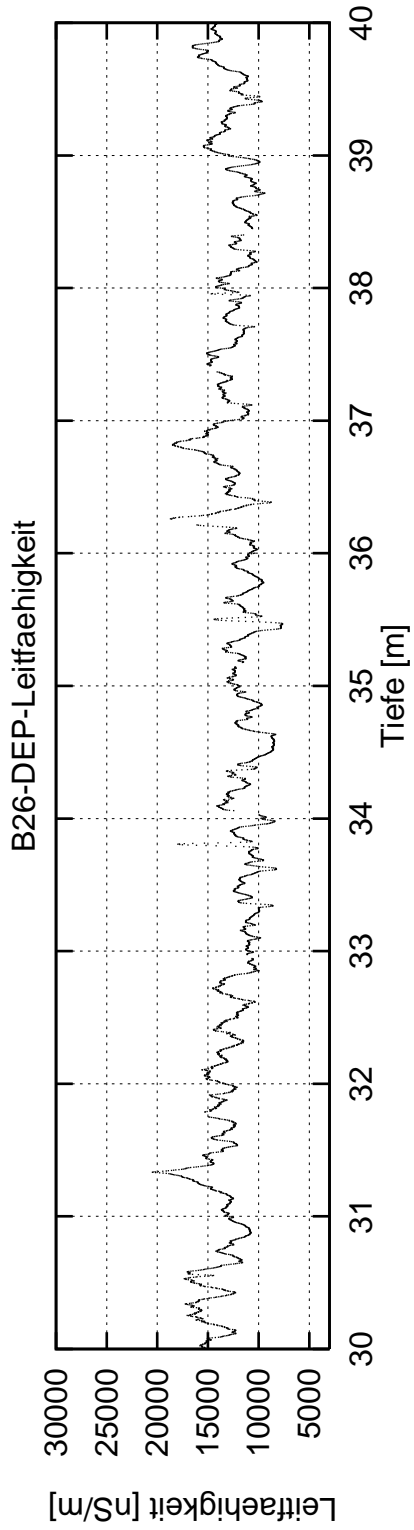
Auf diese Weise wird der Photomultiplier an ein Modell eines idealen, driftfreien Lichtintensität zu Strom Konverters angepaßt. Das System wird damit unabhängig von Driften und seine Genauigkeit wird durch die Genauigkeit der Referenzen bestimmt. Um Rauschen im Regelkreis zu unterdrücken, verwendet man den Integrator, da sonst das Rauschen auf den Photomultiplier aufmoduliert würde. Die Wahl der Zeitkonstante des Integrators wird immer einen Kompromiß darstellen. Wählt man eine größere Zeitkonstante, so wird das Rauschen besser unterdrückt. Allerdings reduziert eine große Zeitkonstante die Geschwindigkeit, mit der der Regelkreis auf Änderungen reagieren kann. Normalerweise wird die Konstante so gewählt, daß die Einstellung des Regelkreises in der Größenordnung von Minuten erfolgt. Die Schleife ist dann noch schnell genug, um auf Temperatur- und Alterungseffekte zu reagieren. Sie ist allerdings zu langsam, um auf Hysterese-, Raumladungs-, oder kurzzeitige "shift"-Effekte zu reagieren. Diese müssen durch geeignete Wahl der Photomultiplerröhre und die Sicherstellung einer geeigneten Betriebsart vermieden werden.

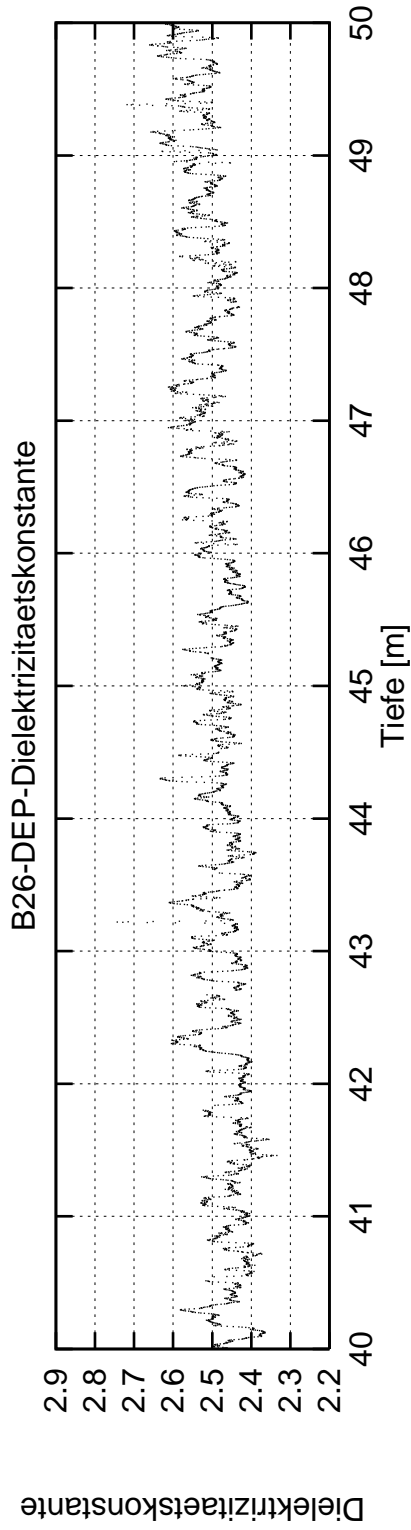
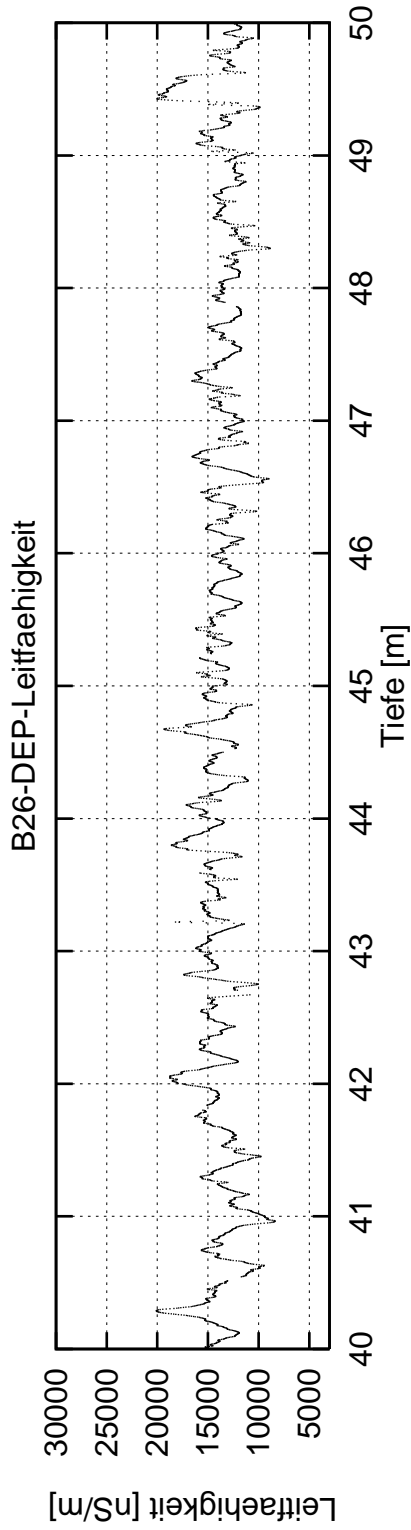
A.3 B26-Datensatz aus DEP-Messungen

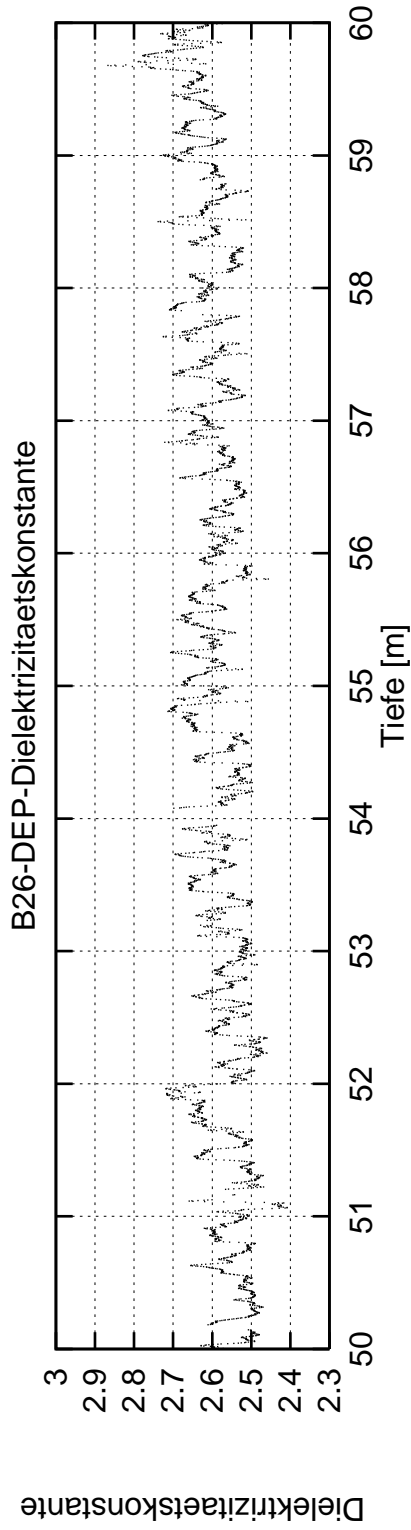
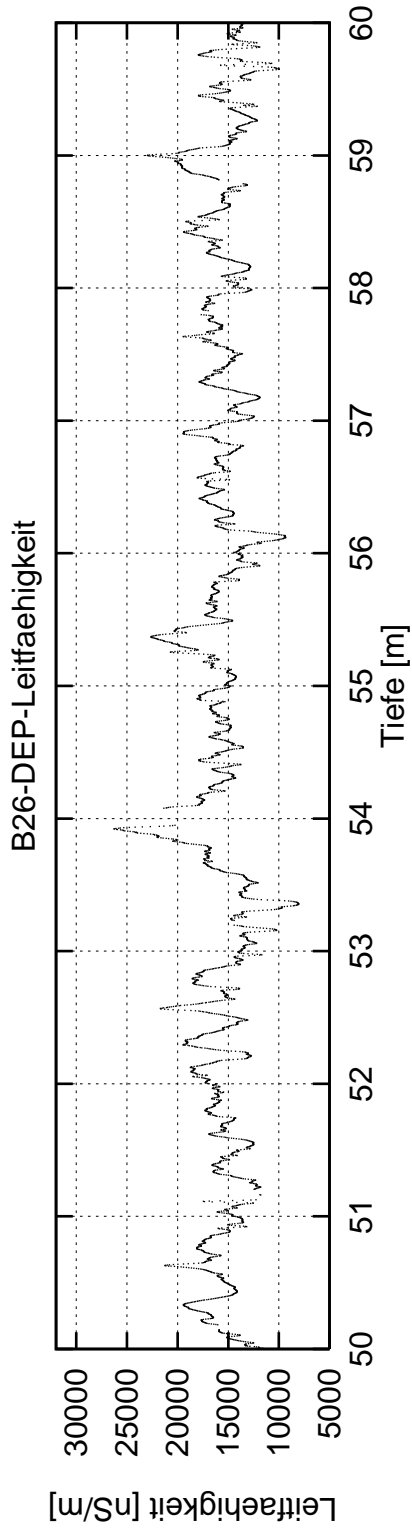


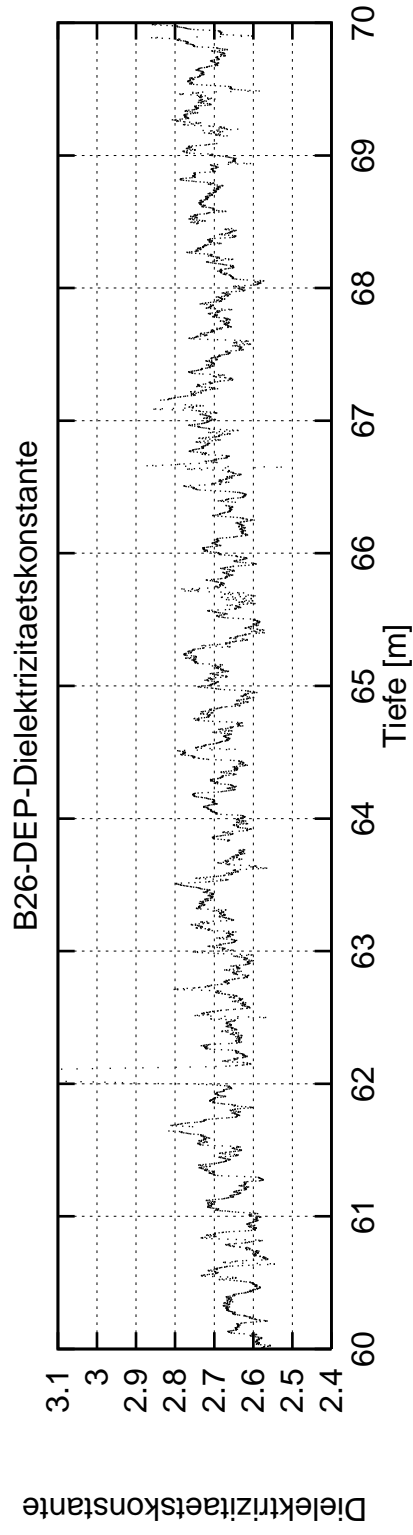
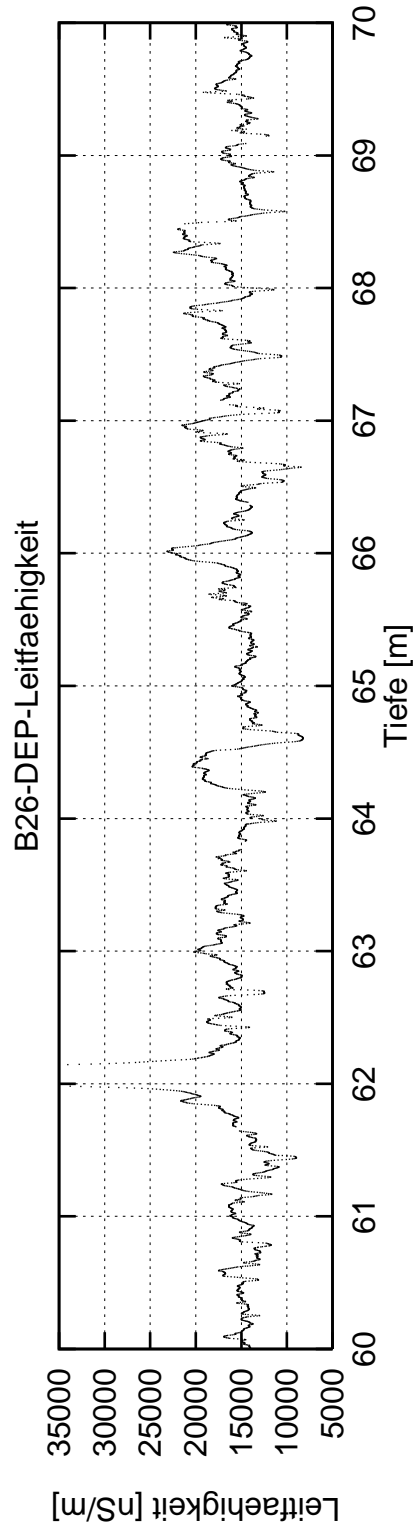


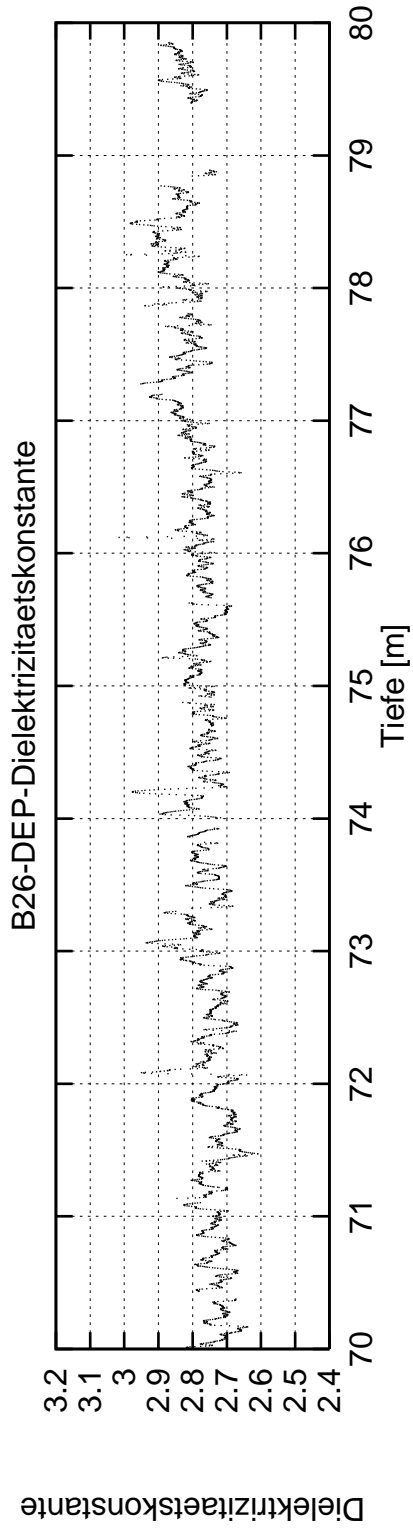
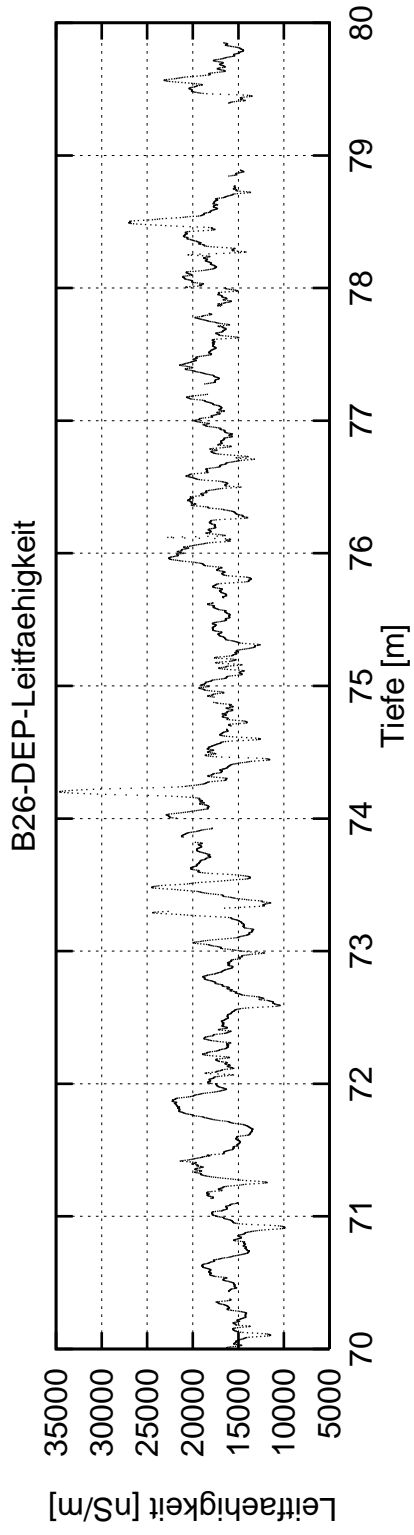


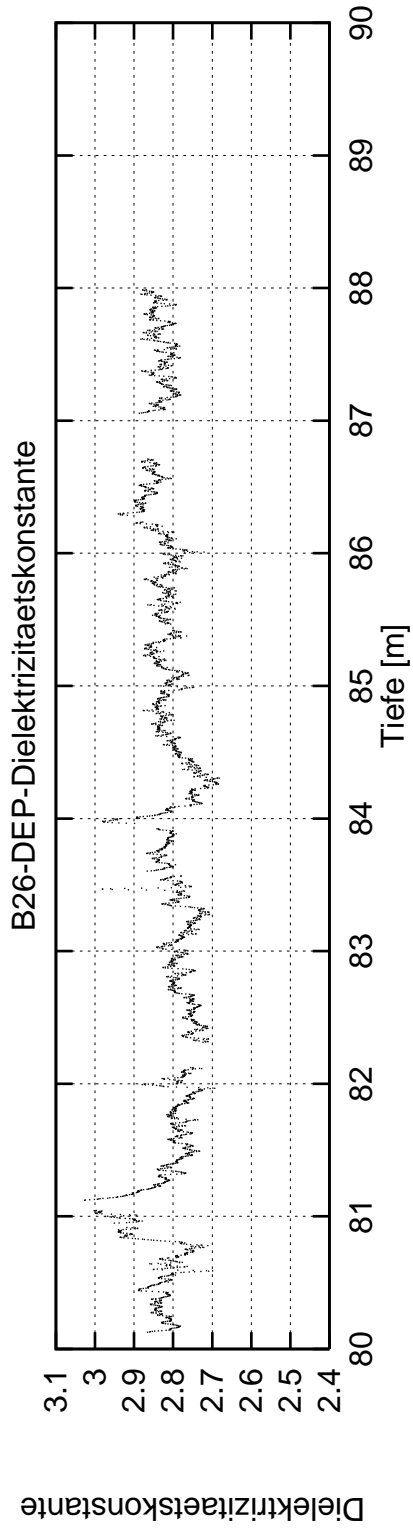
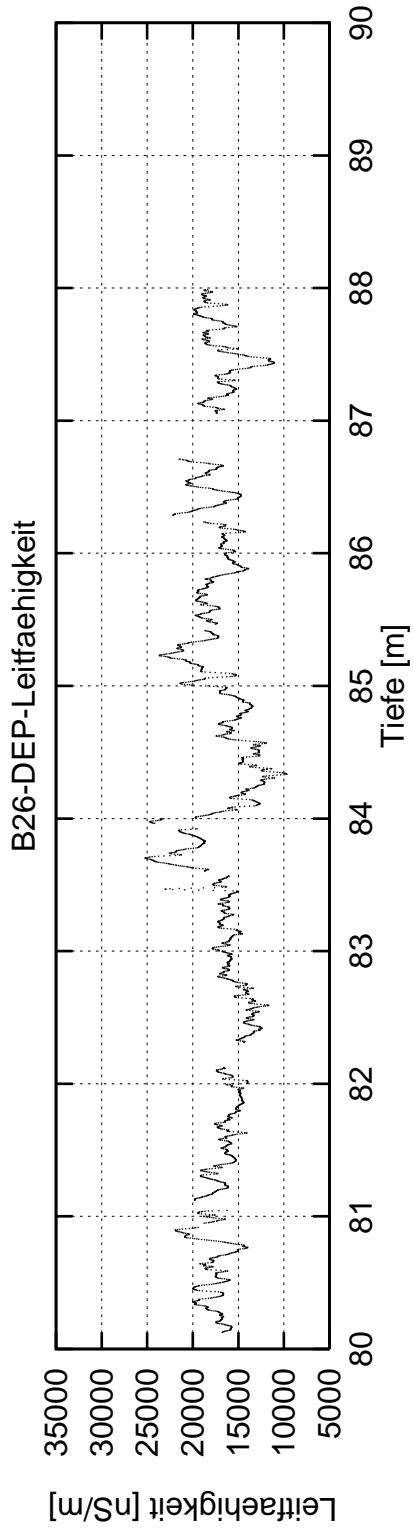


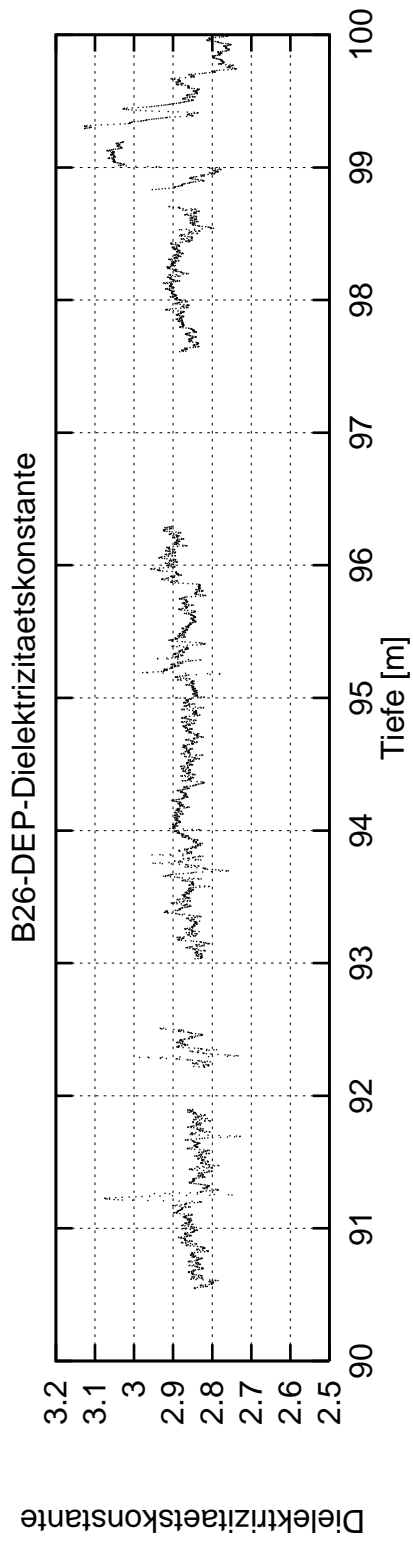
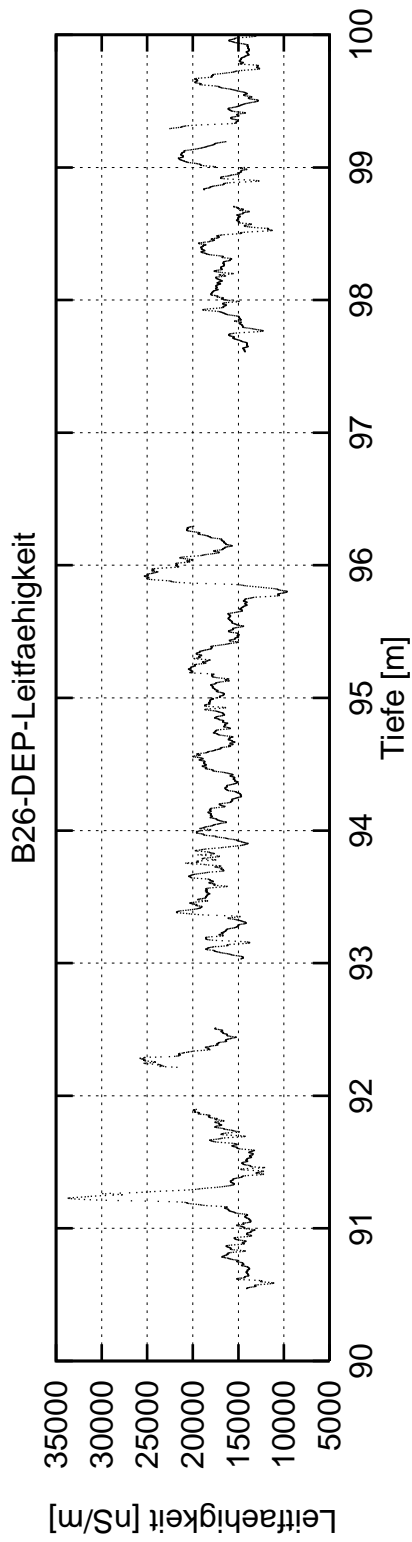


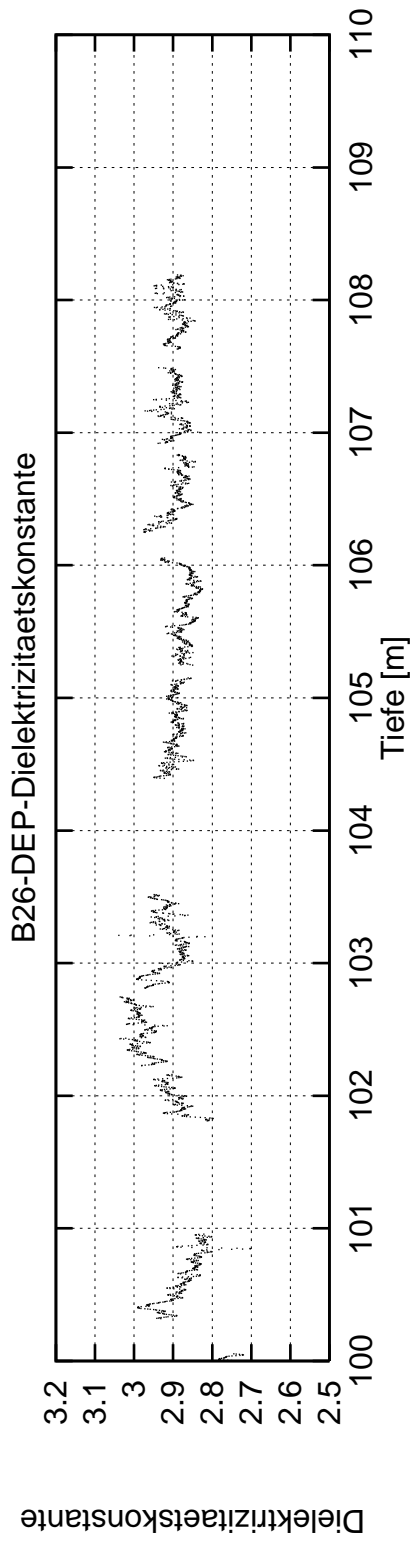
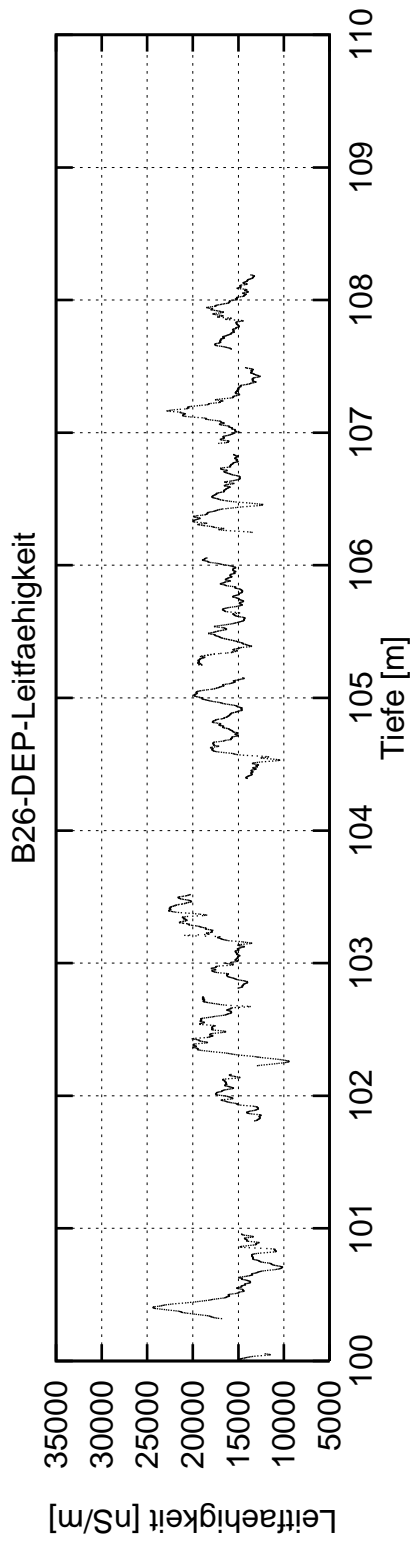


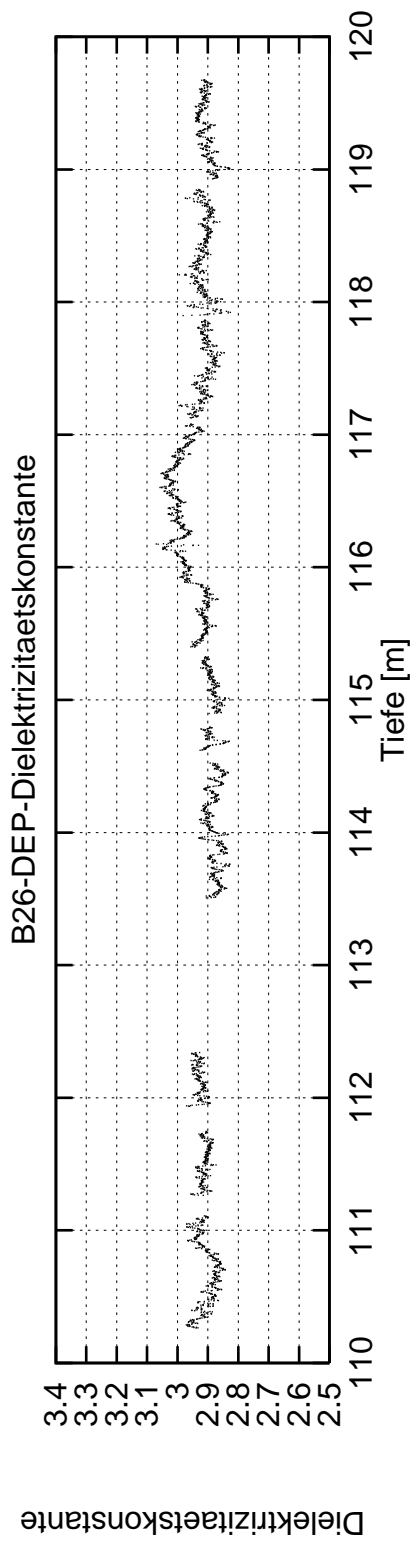
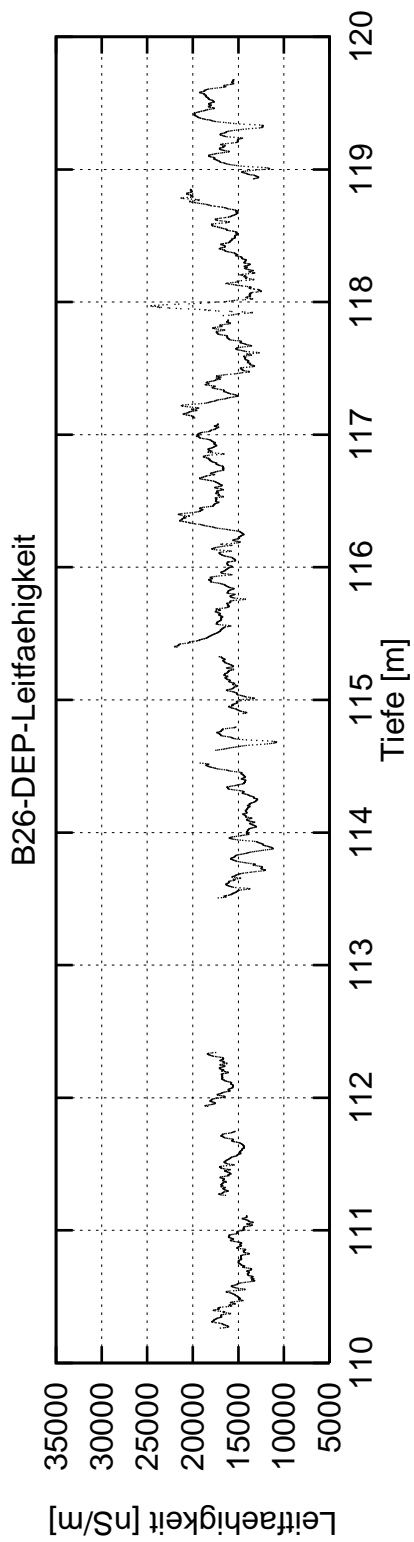




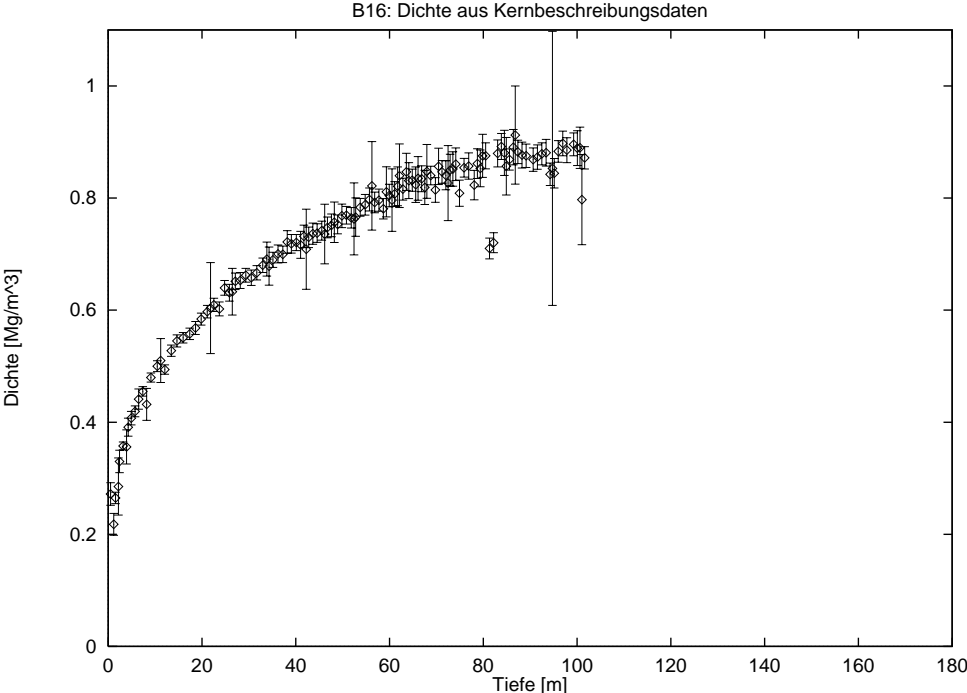


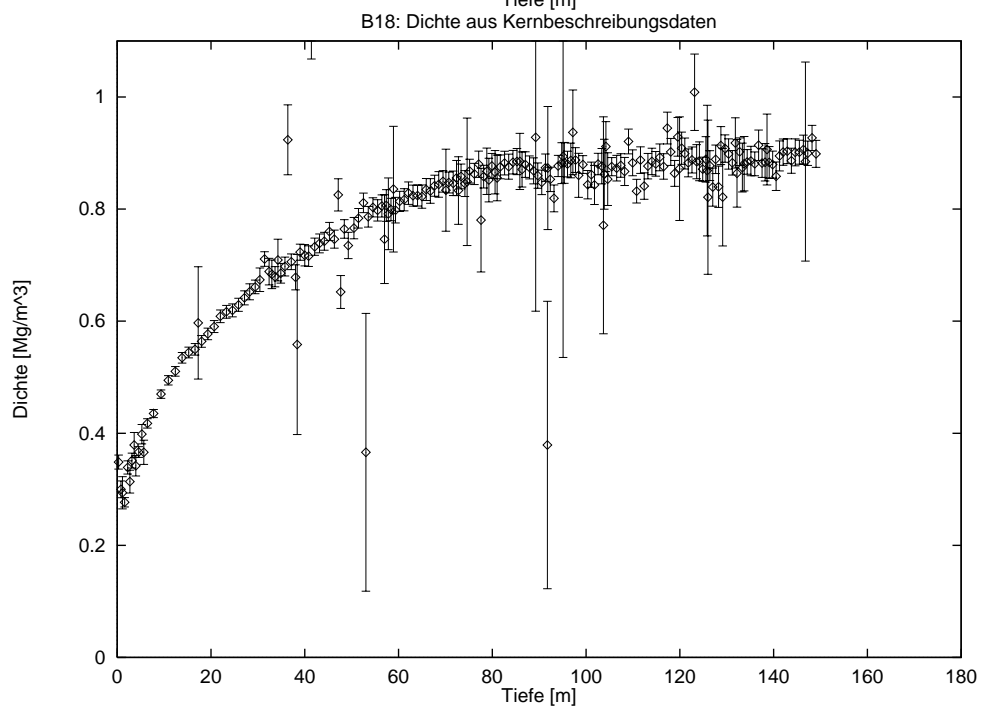
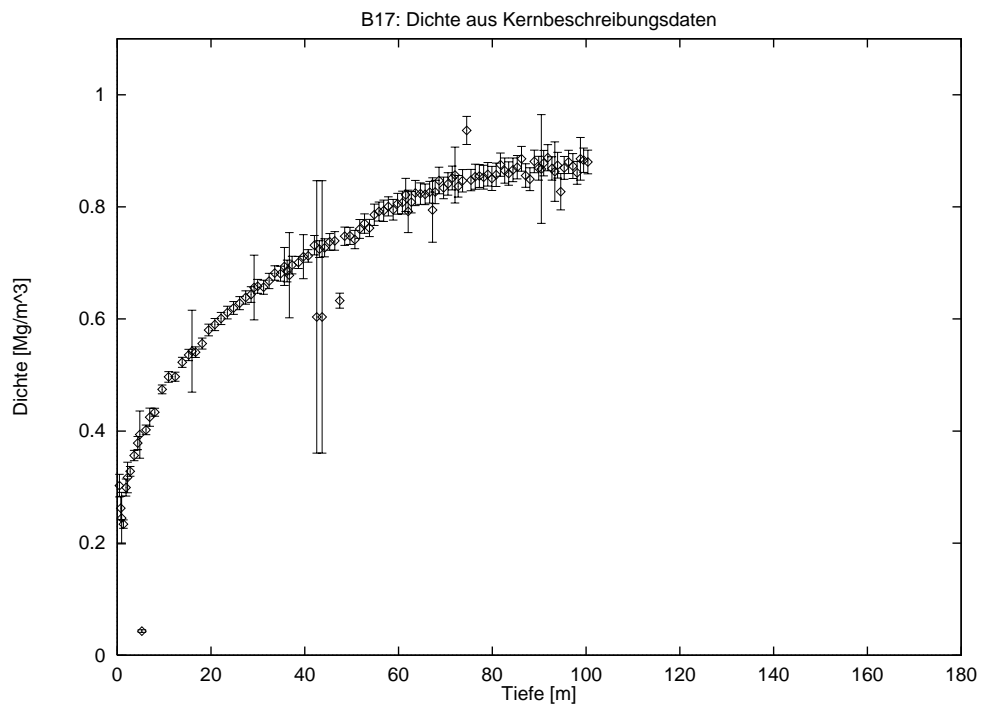


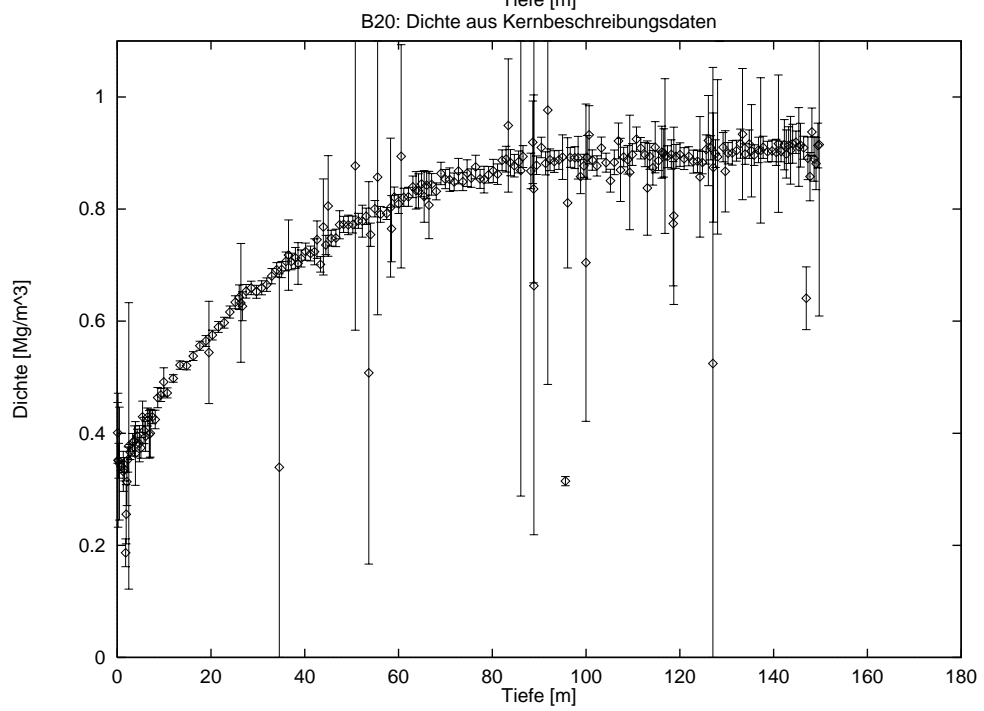
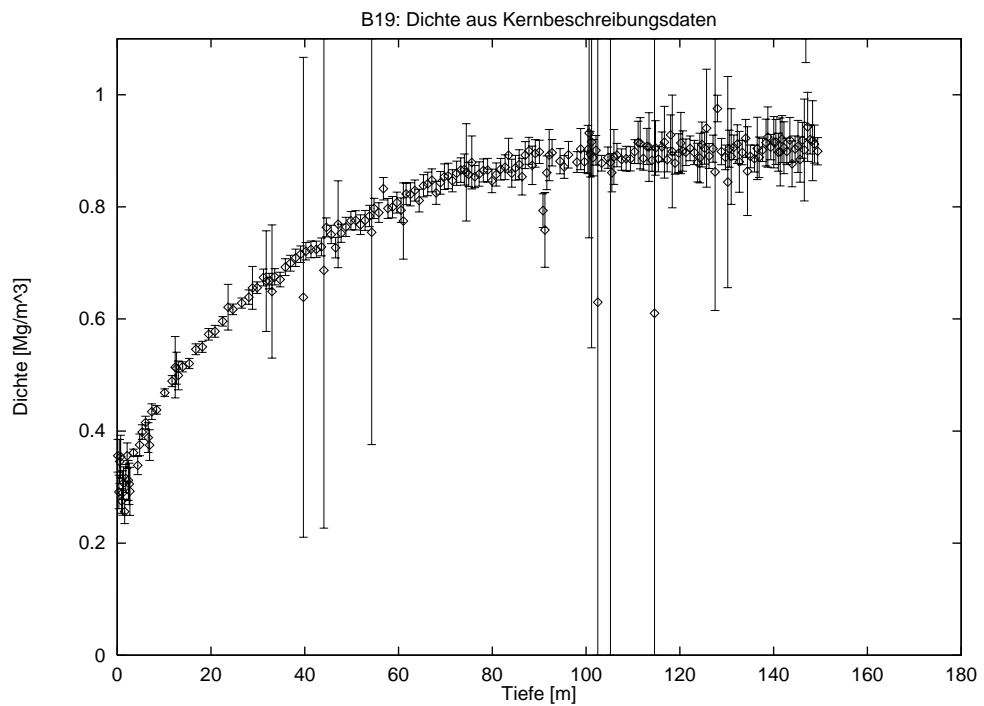


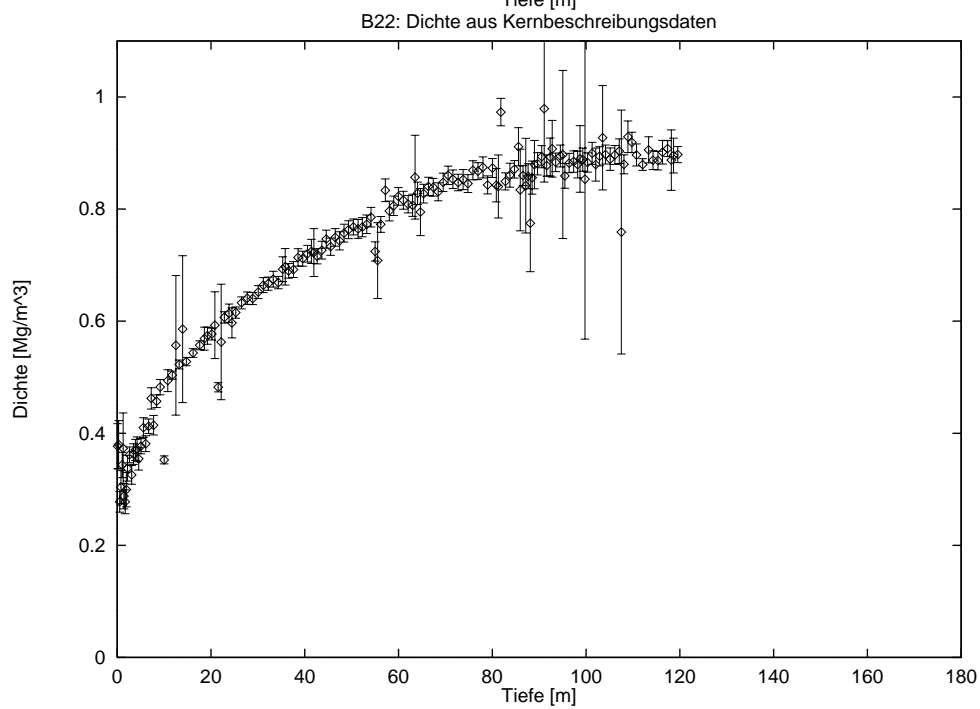
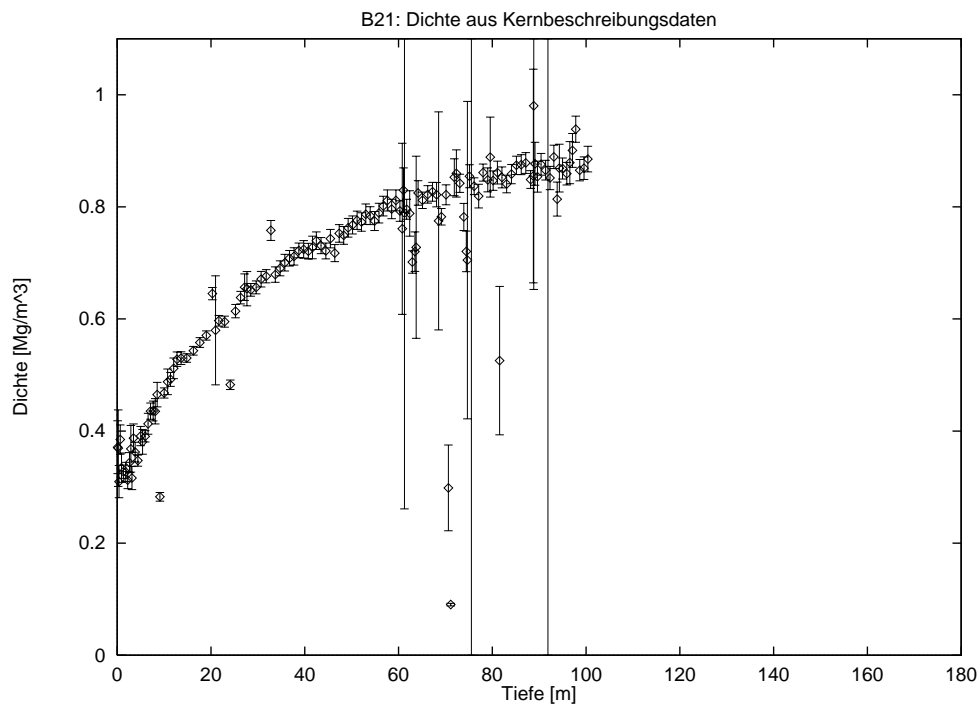


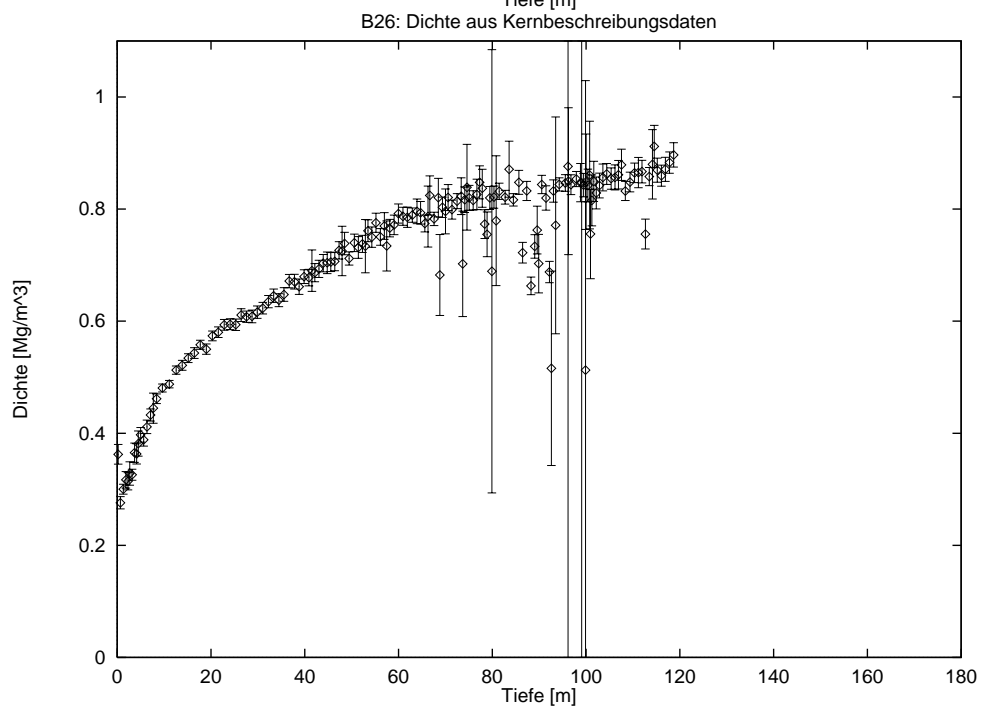
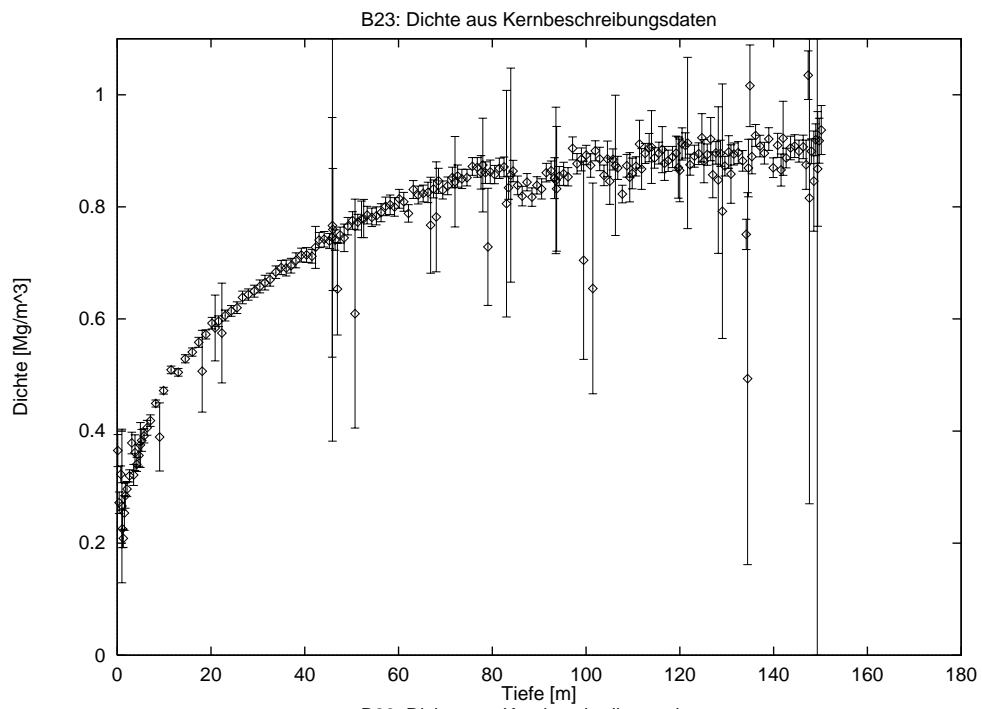
A.4 Dichtedatensätze aus der Kernbeschreibung

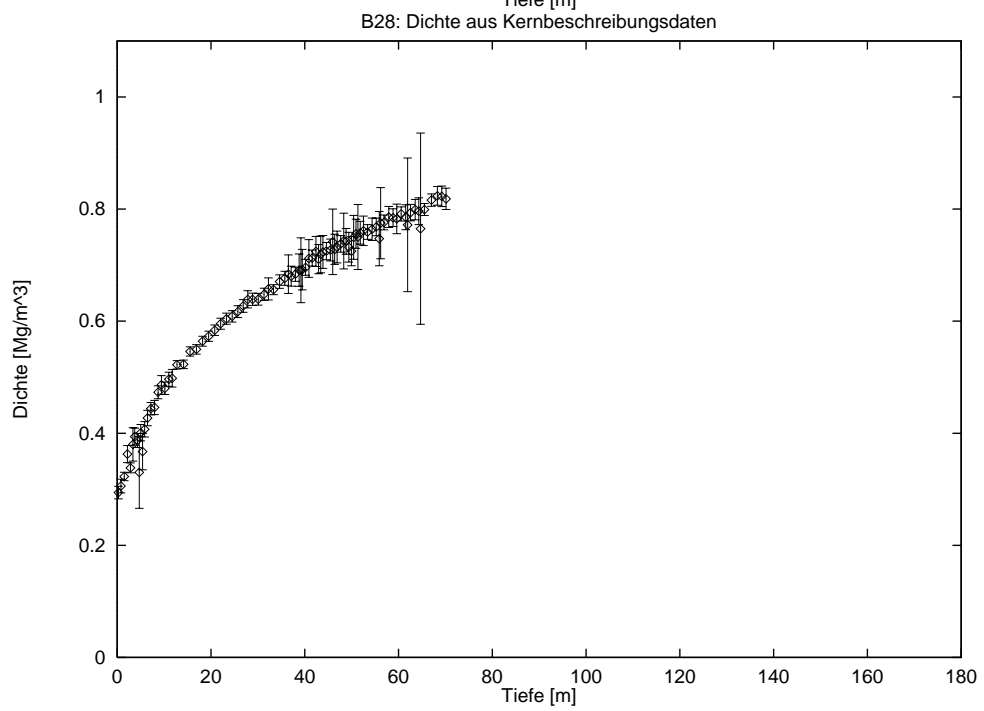
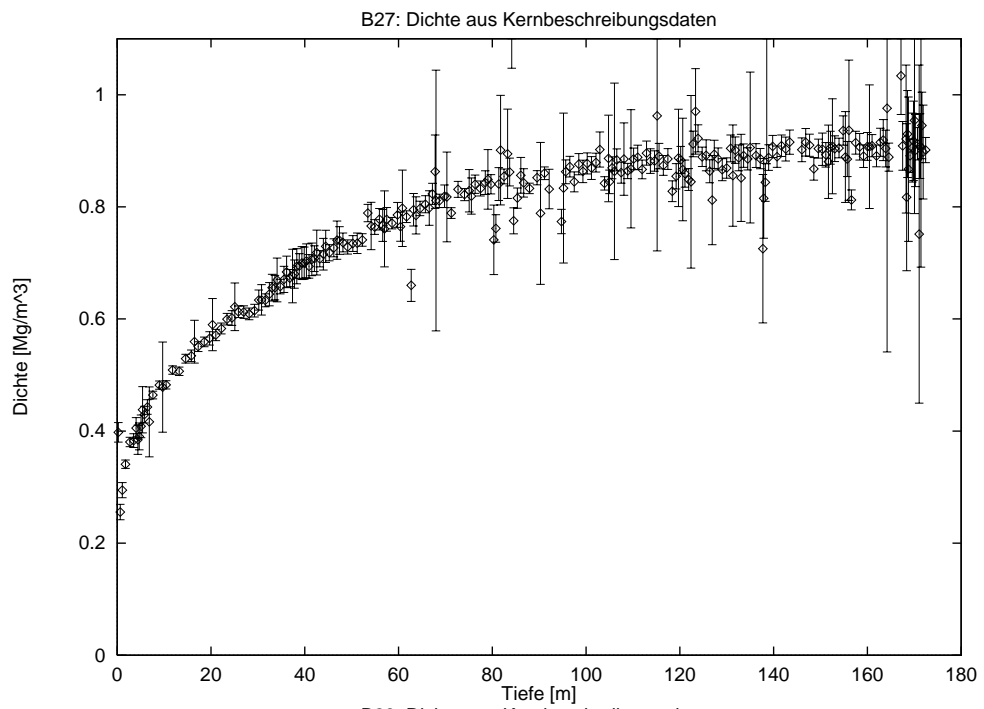


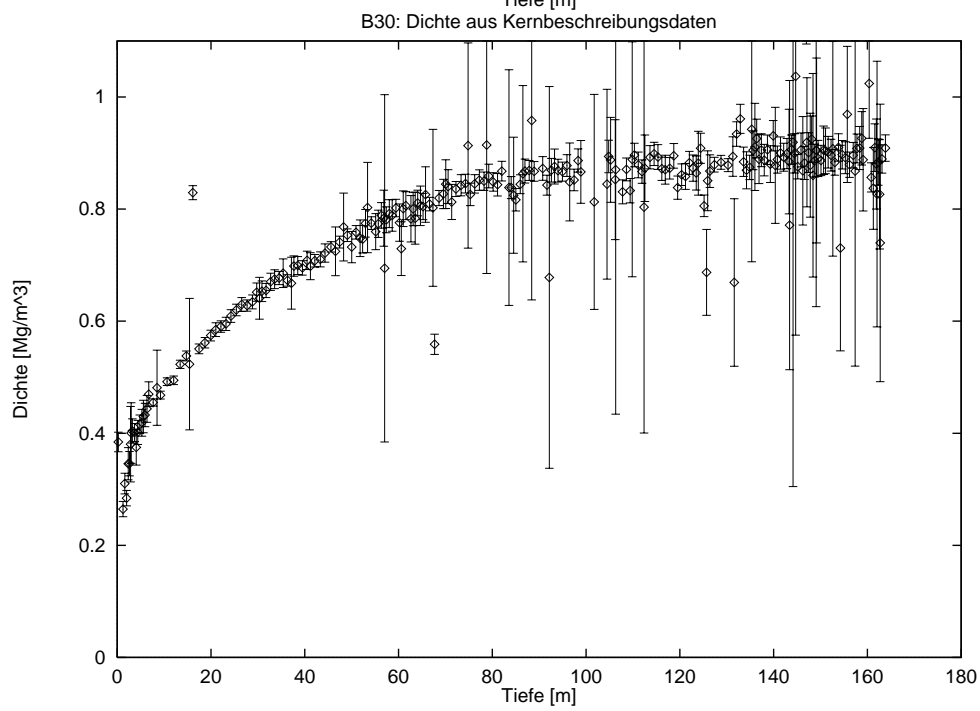
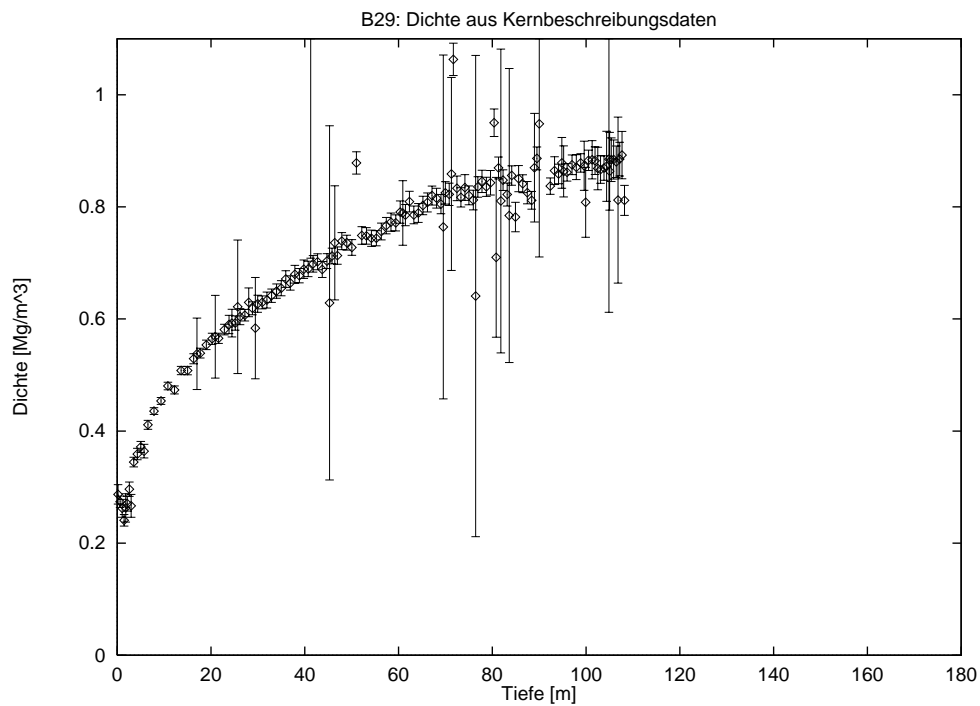




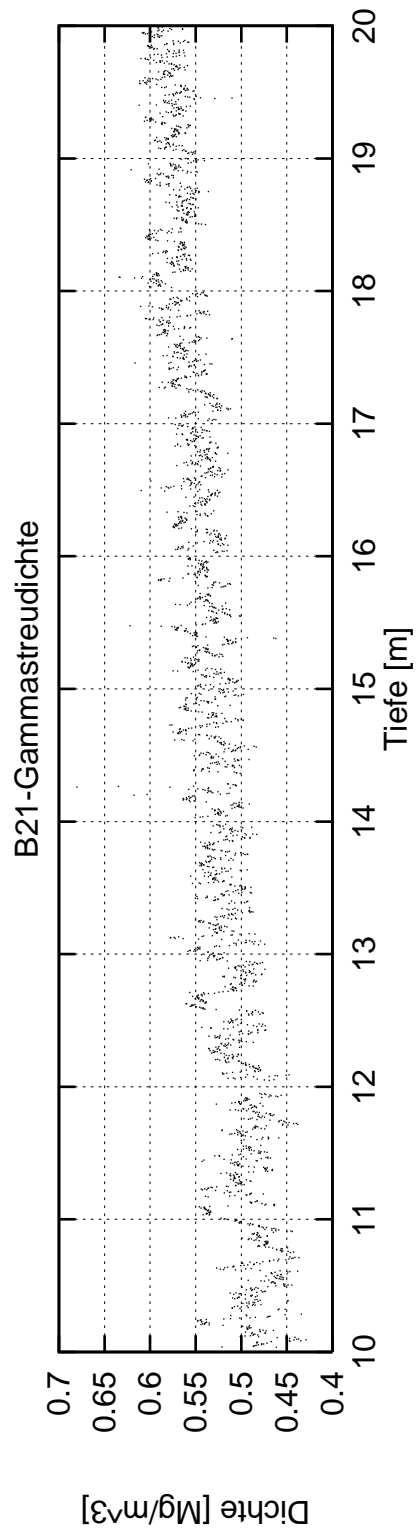
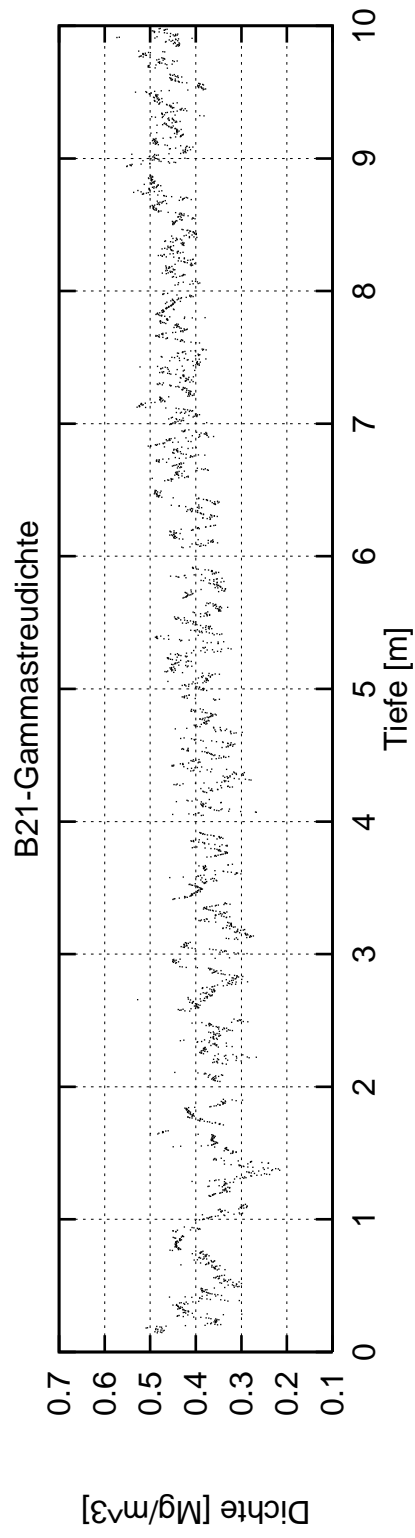


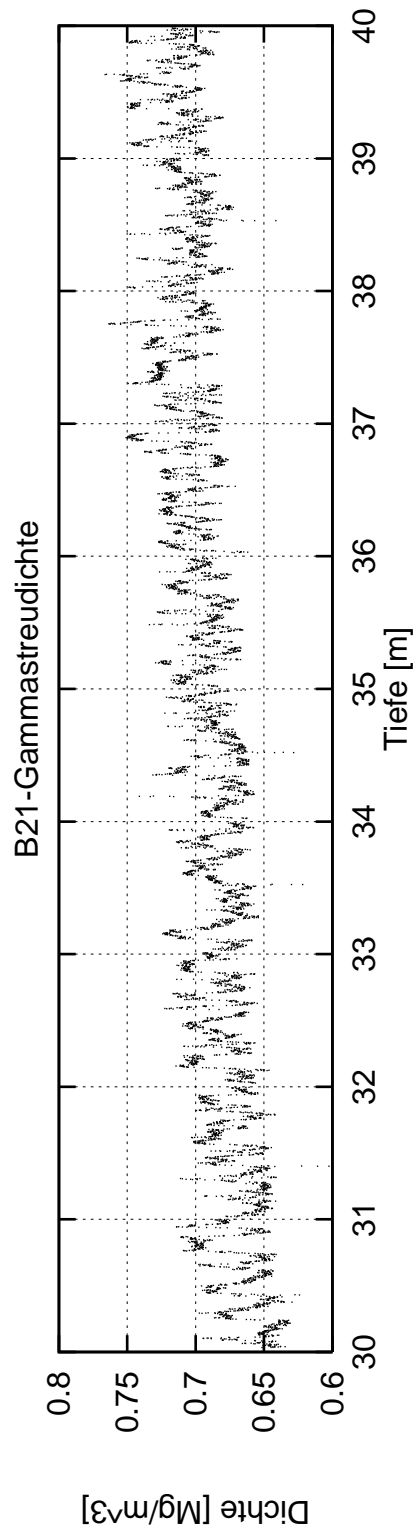
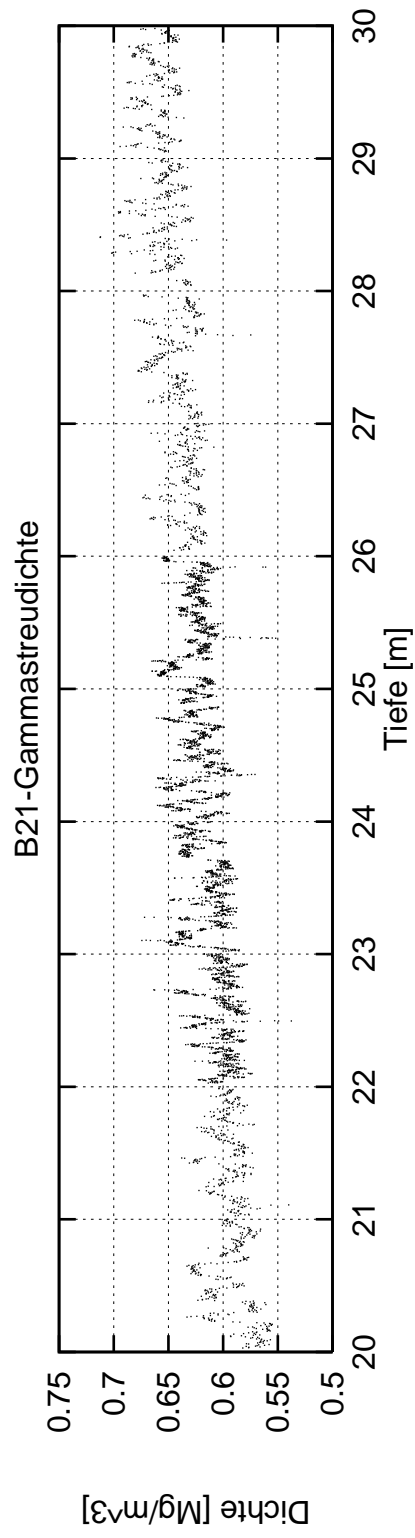


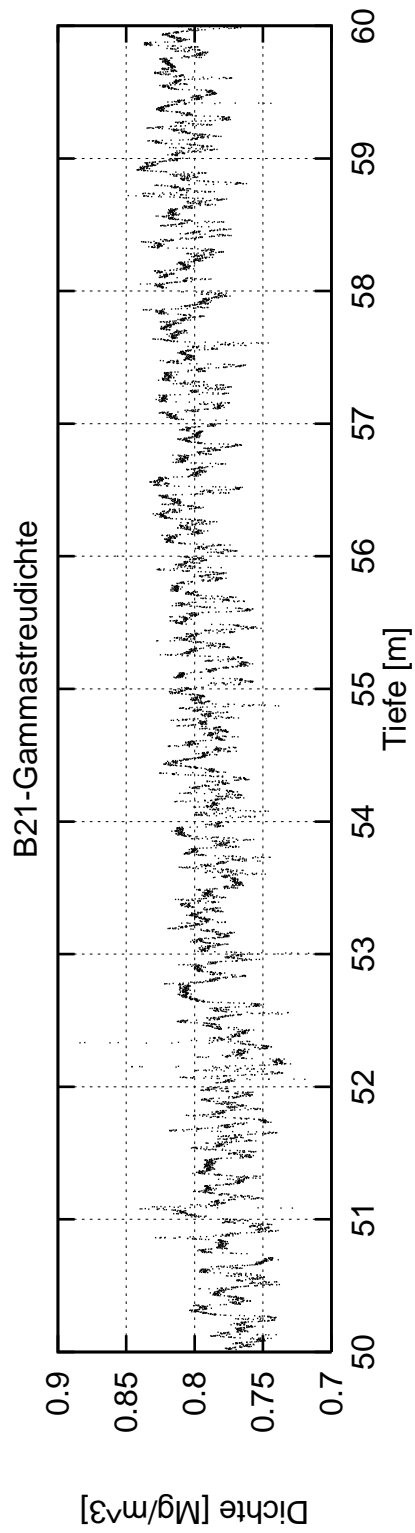
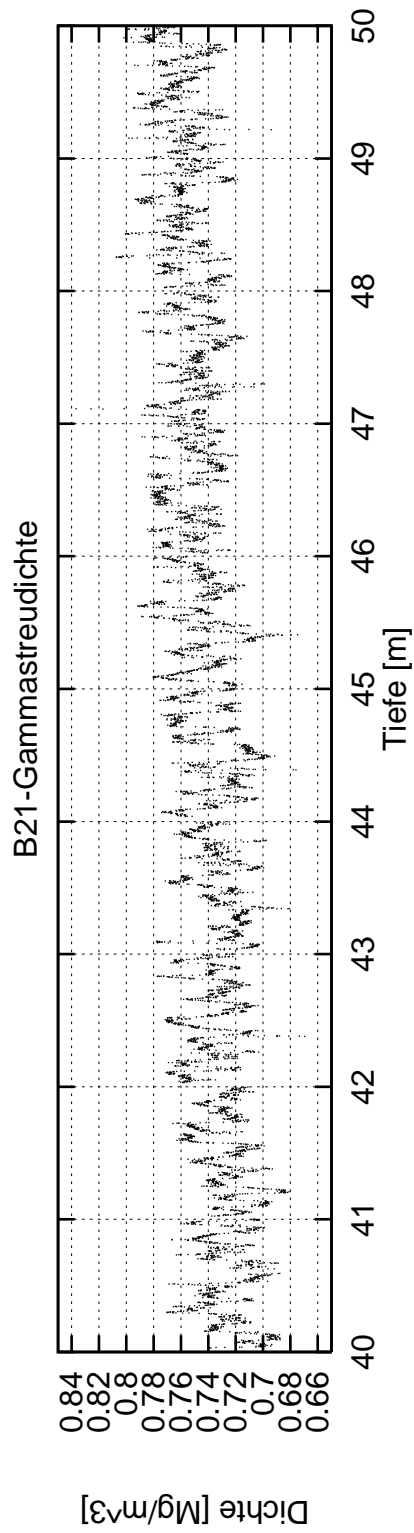


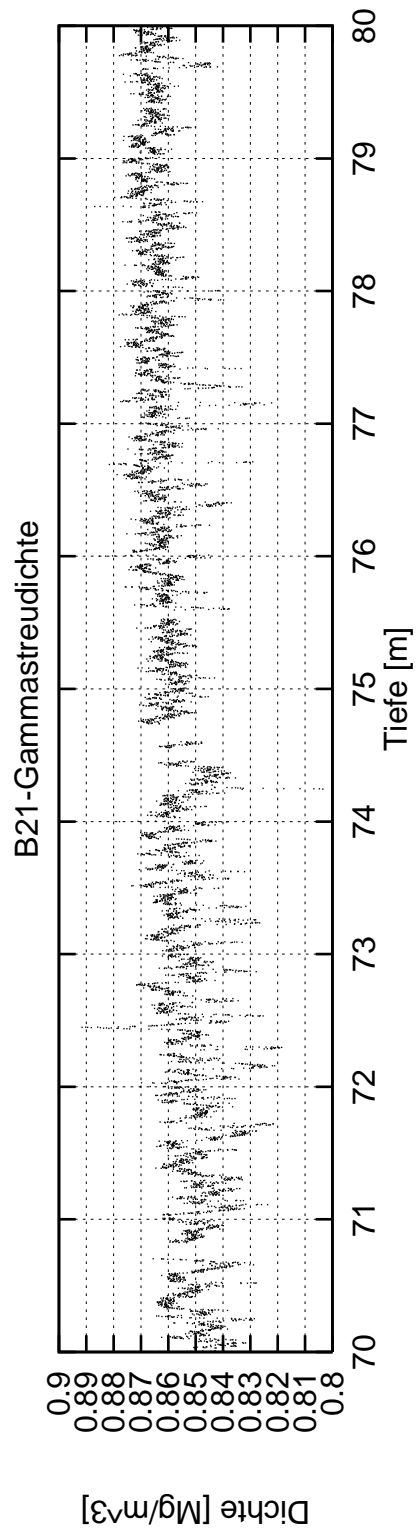
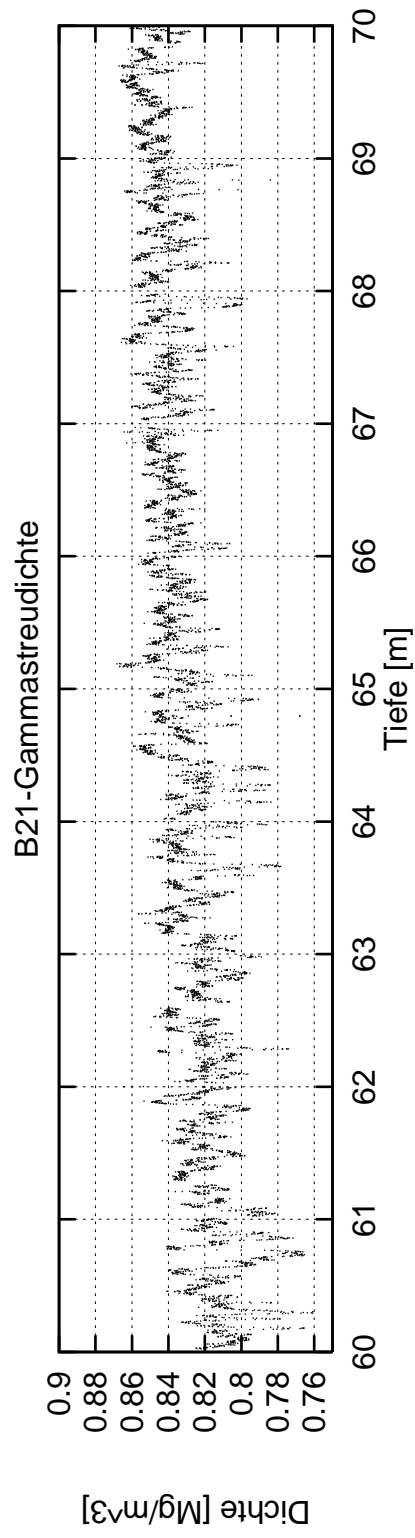


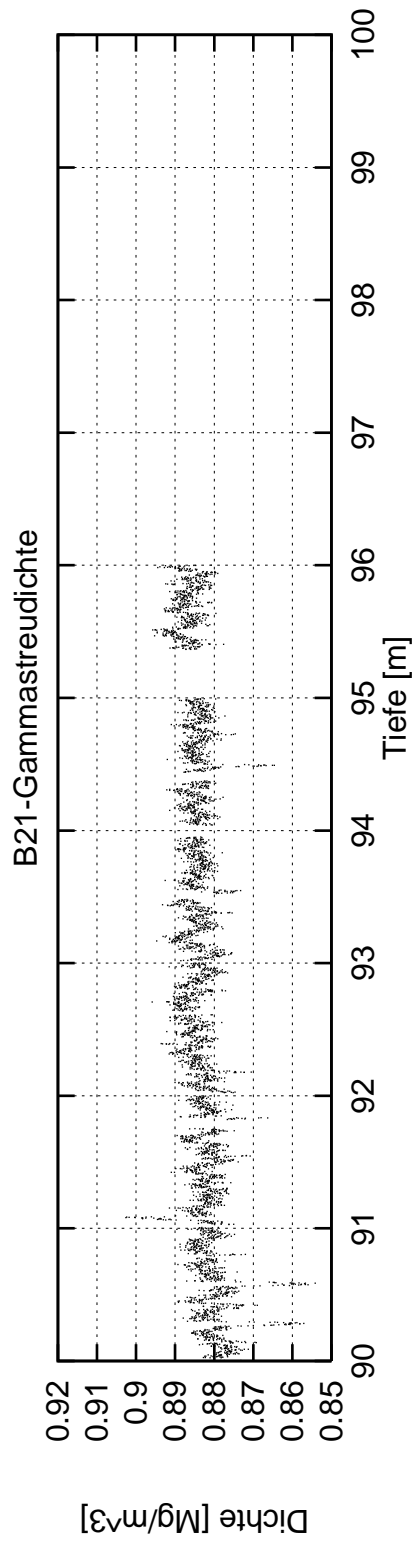
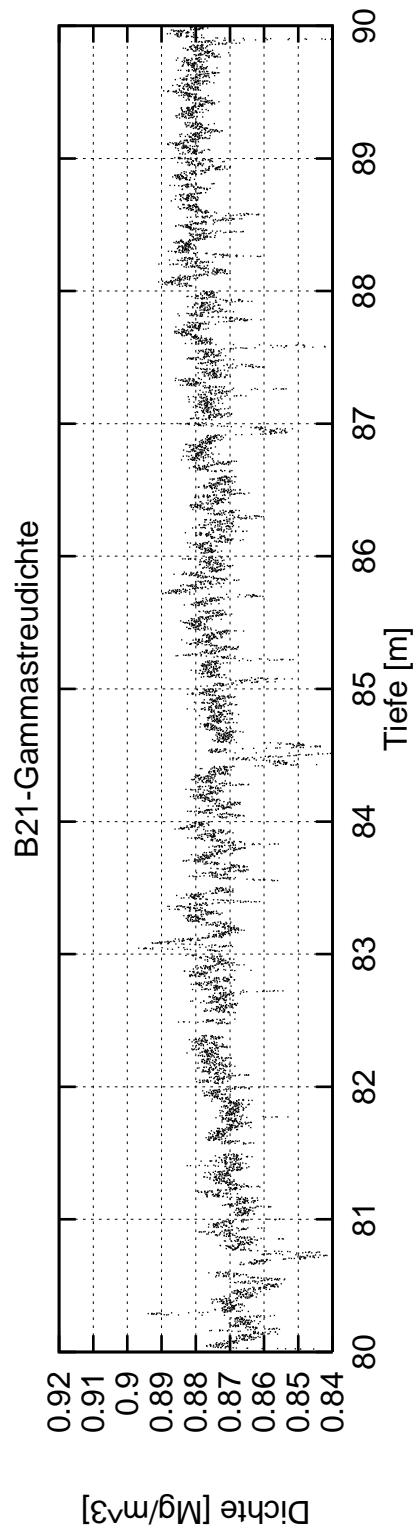
A.5 B21-Dichtedatensatz aus γ -Streumessungen











Abbildungsverzeichnis

1.1	Bereiche und Einheiten des elektromagnetischen Spektrums	10
1.2	Die Bohrpunkte der Nordgrönlandtraverse	15
1.3	Prinzipieller Aufbau der Meßdatenerfassungssysteme	20
1.4	Flußdiagramm zum Meßprogramm	23
1.5	Prinzipieller Aufbau und Zusammenwirken der Komponenten der GRIP-Meßbank	23
2.1	Elektrodenanordnung bei ECM	26
2.2	Meßanordnung der Leitfähigkeitsmessung mit kratzenden Elektroden	28
2.3	Ersatzschaltbild für die Anzeige des LCR-Meters im GB-Mode . .	28
2.4	Lakagigarereignis in B21	29
2.5	Ammoniumkandidat in B17	30
2.6	Prinzipieller Aufbau des LCR-Meters HP 4284A	33
2.7	Relativer Meßfehler für das LCR-Meter HP 4284A	35
2.8	Meßanordnung einer ungeschützten Parallelplattenkondensatoranordnung	40
2.9	Feldlinienverlauf bei einer ungeschützten Parallelplattenkondensatoranordnung	40
2.10	Meßanordnung einer geschützten Parallelplattenkondensatoranordnung	41
2.11	Feldlinienverlauf bei einer geschützten Parallelplattenkondensatoranordnung	41
2.12	Prinzip einer ebenen Parallelplattenkondensatoranordnung mit vollständig isolierenden Schichten	42

2.13	Querschnitt durch die von Moore gebaute DEP-Apparatur	43
2.14	Längsschnitt durch die von Moore gebaute DEP-Apparatur	44
2.15	Prinzip der am AWI gebauten DEP-Anordnung	45
2.16	Ersatzschaltbild für die Anzeige des LCR-Meters im CpG-Mode	48
2.17	Aktivierungsenergie von polarem Eis für die hochfrequente Leitfähigkeit	50
2.18	Definitionen von Winkeln und Potentialen für die theoretische Behandlung der am AWI gebauten DEP-Apparatur	55
2.19	Bezeichnungen in Zylinderkoordinaten	56
2.20	Bezeichnungen für die Methode der Spiegelladungen	62
2.21	Richtung der Flächennormalen bei der Bestimmung der Richtungsableitung der Greensfunktion	64
2.22	Berechnete Potentialverteilung	67
2.23	Berechnetes Verhältnis von Tangential- zu Radialfeldkomponente Ξ	69
2.24	Berechnetes Verhältnis der Feldkomponenten bei 98 % des Elektrodenradius	70
2.25	Oberflächenströme für eine polykristalline Eisprobe bei -11.6°C	71
2.26	Bezeichnungen bei der Ableitung der Formel zur Bestimmung der Oberflächenladung	71
2.27	Verlauf der relativen Dielektrizitätskonstanten am Kernende von B26	77
2.28	Verlauf der relativen Dielektrizitätskonstanten am Kernende von B30	78
3.1	Berechneter photoelektrischer Wirkungsquerschnitt für Blei	84
3.2	Kinematik der Compton-Streuung	85
3.3	Massenabsorptionskoeffizient für Wasser als Funktion der Photonenenergie	90
3.4	Aufbau des γ -Dichtemeßsystems	93
3.5	Niveauschema für ^{137}Cs Zerfall	94

4.1	Vergleich des Frequenzgangs der relativen Dielektrizitätskonstante und der Leitfähigkeit aus einer DEP-Messung an einer ausgewählten Stelle mit Literaturdaten	99
4.2	Absolutvergleich der mit γ -Streumessung und aus dem reellen Looyengamodell bestimmten Dichte	106
4.3	Absolutvergleich der mit γ -Streumessung und aus dem komplexen Looyengamodell bestimmten Dichte	107
4.4	Signalformvergleich der mit γ -Streumessung und aus dem reellen Looyengamodell bestimmten Dichte	109
4.5	Lakagigarhorizont in B28 und 1259-Vulkanhorizont in B30	111
4.6	Spannungsmeßwerte der Luftmessung vor und nach der Kernmessung für B17	122
4.7	Spannungsmeßwerte der Luftmessung vor und nach der Kernmessung für B19	123
4.8	Spannungsmeßwerte der Luftmessung vor und nach der Kernmessung für B21	124
4.9	Spannungsmeßwerte der Leermessung vor und nach der Kernmessung für B16 und B18	127
4.10	Messungen zur Linearität des Szintillationsdetektors	129
4.11	B18-Gammastreudichte: Absolutwertvergleich von Wiederholungsmessung und Erstmessung	133
4.12	B18-Gammastreudichte: Struktureller Vergleich von Wiederholungsmessung und Erstmessung	135
4.13	Vergleich der Dichte aus Gammastreumessung mit der Dichte aus Loggingdaten für B16	136
4.14	Vergleich der Dichte aus Gammastreumessung mit der Dichte aus Kernbeschreibungsdaten für B17 und B18	137
4.15	Vergleich der Dichte aus Gammastreumessung mit der Dichte aus Kernbeschreibungsdaten für B19 und B21	138
4.16	Jahreszeitliche Schwankungen in der γ -Streudichte in B17	142
4.17	γ -Absorptionsdichte von B21	143
4.18	Die Akkumulationsverteilung in Grönland	148
A.19	Das Phasendiagramm der festen Phasen von Wasser	152

A.20 Anordnung der Kerne von Wasserstoff- und Sauerstoffatomen im Wassermolekül	153
A.21 Protonanordnung in Eis I _h	154
A.22 Die defektfreie Struktur von Eis I _h	155
A.23 Eis mit H ₃ O ⁺ - und OH ⁻ -Ionen und D- und L-Defekten	156
A.24 Wanderung eines Protons im Eiskristall	157
A.25 Wanderung von Defekten im Eiskristall	158
A.26 Äquivalenter elektrischer Schaltkreis für die Leitfähigkeit bei hohen Frequenzen	159
A.27 Äquivalenter elektrischer Schaltkreis für die Leitfähigkeit bei niedrigen Frequenzen und Gleichstrom	160
A.28 Zeitlicher Verlauf der Stromdichte durch eine Eisprobe nach Einschalten ein Rechteckspannung	160
A.29 Frequenzgang der Leitfähigkeit von reinem monokristallinem Eis bei -10°C	161
A.30 Frequenzgang der Dielektrizitätskonstanten von reinem monokristallinem Eis bei -10°C	162
A.31 Äquivalentes Netzwerk für eine Eisprobe in einem Kondensator	162
A.32 Äquivalente Netzwerke für eine Eisprobe in einem Kondensator bei hohen und niedrigen Frequenzen	163
A.33 Dotierung mit Ammoniak	165
A.34 Dotierung mit Halogenen	166
A.35 Dotierung mit Kaliumhydroxid	167
A.36 Beispiel für die Ansprechfunktion eines Germaniumdetektors bei Bestrahlung mit 662 keV Photonen (¹³⁷ Cs)	171
A.37 Schematisches Diagramm eines Photomultipliers	172
A.38 Beispiel für ein Impulshöhenspektrum eines Detektors mit organischem Szintillator	174
A.39 Schematischer Aufbau einer Photomultiplerröhre	174
A.40 Photomultiplier Verstärkungs “shift” und “drift”	177
A.41 Blockdiagramm des gepulsten, optischen Stabilisierungssystems	178

Tabellenverzeichnis

1.1	Elektromagnetisches Spektrum	9
1.2	Eiskernbohrpunkte	18
2.1	Eichmessung für das LCR-Meter HP 4284A bei einer Frequenz von 250 kHz	37
3.1	Vergleich von Literatur- und berechneten Daten für den Massen- absorptionskoeffizienten von Wasser	89
4.1	Relativer Fehler der Dichtemessung bei den Kernen B17, B19 und B21	125
4.2	Messung der Kennlinien mit Edelstahlplatten	128
4.3	Relativer Fehler der Dichtemessung bei den Kernen B16 und B18	132
4.4	In den Kernen der Nordgrönlandtraverse gefundene Vulkanhorizonte	141
4.5	Aus den Kernen der Nordgrönlandtraverse bestimmte Akkumula- tionsraten	146
A.6	Photonenenergien und Halbwertszeiten verschiedener γ -Quellen	169

Literaturverzeichnis

- Alvarez, R. (1973). Complex dielectric permittivity in rocks: a method for its measurement and analysis, *Geophysics* **38**(5): 920–940.
- Bader, H. (1954). Sorge's law of densification of snow on high polar glaciers, *Journal of Glaciology* **2**(15): 319–323.
- Barlow, R. J. (1989). *Statistics: a guide to the use of statistical methods in the physical sciences*, John Wiley & Sons, Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore.
- Belcher, D., Herner, R., Cuykendall, T. und Sack, H. (1953). Use of radioactive material to measure soil moisture and density, *technischer Bericht 134*, American Society for Testing and Materials.
- Bernal, J. und Fowler, R. (1933). A theory of water and ionic solutions with particular reference to hydrogen and hydroxyl ion, *Journal of Chemical Physics* **1**: 515–548.
- Bjerrum, N. (1951). Structure and properties of ice I. the position of the hydrogen atoms and zeropoint entropy of ice., *K. danske Vidensk Selsk. Skr.* **27**: 1–56.
- Bogorodskii, V. V., Bentley, C. und Gudmandsen, P. (1985). *Radioglaciology*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Boston, Lancaster, Tokyo.
- Boned, C. und Barbier, A. (1973). A study of the change with time of the dielectric properties of polycrystalline ice, in E. Whalley, S. Jones und L. Gold (Hrsgb.), *Physics and Chemistry of Ice*, Royal Society of Canada, Ottawa, S. 208–211.
- BROCKHAUS (1988). *Brockhaus-Enzyklopädie*, 19. Aufl., F.A.Brockhaus GmbH, Mannheim.
- Bücker, C., Löffel, R. und Schult, A. (1990). Hochauflösende Dichtemessungen an Bohrkernen mittels Absorption von Gamma-Strahlung, *KTB-Report 90-4*, Niedersächsisches Landesamt für Bodenforschung (NLfB), Hannover, S. 132–145.

- Bullemer, B., Engelhardt, H. und Riehl, N. (1969). Protonic conduction of ice, Part I: high temperature region, *Physics of Ice. International Symposium on Physics of Ice, 3rd, Munich, 1968*, New York, Plenum Press, S. 416–429.
- Bullemer, B. und Riehl, N. (1966). Bulk and surface conductivity of ice, *Solid State Com.* **4**: 447–448.
- Bunker, C. und Bradley, W. (1961). Measurement of bulk density of drill core by gamma-ray absorption, *U.S. Geological Survey Research* **424-B**: B310–B313.
- Camp, P., Kiszewick, W. und Arnold, D. (1969). Electrical conduction in ice, *Physics of Ice. International Symposium on Physics of Ice, 3rd, Munich, 1968*, New York, Plenum Press, S. 450–470.
- Camplin, G., Glen, J. und Paren, J. (1978). Theoretical models for interpreting the dielectric behavior of HF-doped ice, *Journal of Glaciology* **21**(85): 122–141.
- Camplin, G. und Glen, G. (1973). The dielectric properties of HF-doped single crystals of ice, in E. Whalley, S. Jones und L. Gold (Hrsgb.), *Physics and Chemistry of Ice*, Royal Society of Canada, Ottawa, S. 256–261.
- Chýlek, P., Johnson, B., Damiano, P., Taylor, K. und Clement, P. (1995). Biomass burning record and black carbon in the GISP2 ice core, *Geophysical Research Letters* **22**(2): 89–92.
- Clausen, H. und Hammer, C. (1988). The Laki and Tambora eruptions as revealed in Greenland ice cores from 11 locations, *Annals of Glaciology* **10**: 16–22.
- Davisson, C. (1966). Gamma ray attenuation coefficients, in K. Siegbahn (Hrsgb.), *Alpha-, Beta-, Gamma- Spectroscopy, Bd.1*, North-Holland Publ., Amsterdam.
- Debye, P. (1929). *Polare Molekeln*, Verlag von S. Hirzel, Leipzig.
- Decroly, J., Gränicher, H. und Jaccard, C. (1957). Caractère de la conductivité électrique de la glace; Art der elektrischen Leitung in Eis, *Helv. Phys. Acta* **30**: 465–467.
- Engelhardt, H., Bullemer, B. und Riehl, N. (1969). Protonic conduction of ice, Part II: low temperature region, *Physics of Ice. International Symposium on Physics of Ice, 3rd, Munich, 1968*, New York, Plenum Press, S. 430–442.
- Evans, S. (1965). Dielectric properties of ice and snow - A Review, *Journal of Glaciology* **5**: 733–792.
- Evrard, G. (1973). Changes in the dielectric properties of ice formed by supercooling breakdown, in E. Whalley, S. Jones und L. Gold (Hrsgb.), *Physics and Chemistry of Ice*, Royal Society of Canada, Ottawa, S. 199–203.

- Firestone, J. (1995). Resolving the Younger Dryas event through borehole thermometry, *Journal of Glaciology* **41**(137): 39–50.
- Fitzgerald, W. und Paren, J. (1975). The dielectric properties of antarctic ice, *Journal of Glaciology* **15**(73): 39–48.
- Fletcher, N. (1970). *The chemical Physics of Ice*, Cambridge University Press.
- Fortescue, T., Löffel, R. und Romanski, H. (1994). High precision gamma and x-ray densimetry, «*New Trends in Nuclear System Thermohydraulics*», Bd. II: *Thermohydraulics of Containment and Severe Accidents*, Dipartimento di Costruzioni Meccaniche Nucleari, Pisa, Italy, S. 63–71. Proceedings.
- Fritz, H.-G. und Löffel, R. (1990). Radiometrische Dichtemessung in der Kunststoffaufbereitung, *Kunststoffe* **80**(2): 178–182.
- Gerland, S., Kipfstuhl, S., Graf, W. und Minikin, A. (1994). Non-destructive high resolution density measurements of the B15 ice core, in H. Oerter (Hrsgb.), *FILCHNER RONNE ICE SHELF PROGRAMME*, Bd. 8, Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Columbusstraße, D-27568 Bremerhaven, S. 24–28.
- Gerthsen, C., Kneser, H. O. und Vogel, H. (1989). *Physik*, 16. Aufl., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Glen, J. und Paren, J. (1975). The electrical properties of snow and ice, *Journal of Glaciology* **15**(73): 15–38.
- Gough, S. (1972). A low temperature dielectric cell and the permittivity of hexagonal ice to 2 K, *Canadian Journal of Chemistry* **50**(18): 3046 – 3051.
- Grasty, R. (1979). Gamma ray spectrometric methods in uranium exploration - theory and operational procedures, in P. J. Hood (Hrsgb.), *Geophysics and Geochemistry in the Search for Metallic Ores*, Bd. 31, Geological Survey of Canada, Ottawa, Canada, S. 147–161.
- Großmann, S. (1988). *Funktionalanalysis im Hinblick auf Anwendungen in der Physik*, 4. Aufl., AULA, Verlag GmbH, Wiesbaden.
- Gross, G., Hayslip, I. und Hoy, R. (1980). Dielectric relaxation spectrum of ice measured with linear blocking layers, *Geophysics* **45**(5): 914–927.
- Gross, S. (1990). *Programmgesteuerte Messung dielektrischer Eigenschaften von marinem und meteorischem Eis im Frequenzbereich von 10 Hz bis 100 MHz*, Master's thesis, Institut für Geophysik, Münster.
- Haken, H. und Wolf, H. C. (1990). *Atom- und Quantenphysik*, 4., erw. Aufl., Springer, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong.

- Hammer, C. (1977). Past volcanism revealed by greenland ice sheet impurities, *Nature* **270**: 482–486.
- Hammer, C. (1980). Acidity of polar ice cores in relation to absolute dating, past volcanism, and radio-echoes, *Journal of Glaciology* **25**(93): 359–372.
- Hammer, C. (1983). Initial current in the buildup of space charges and the acidity of ice cores, *J. Phys. Chem.* **87**: 4099–4103.
- Hammer, C., Clausen, H. und Dansgaard, W. (1980). Greenland ice sheet evidence of post-glacial volcanism and its climatic impact, *Nature* **288**: 230–235.
- Harris, J. und Megill, L. (1953). Techniques used in measuring uniformity of materials with gamma radiation, *Nondestructive Testing* **11**(6): 9–14.
- Hobbs, P. V. (1974). *Ice Physics*, Clarendon Press, Oxford.
- Honda, M. (1989). The impedance measurement handbook, *technischer Bericht*, Hewlett Packard, Takakura-Cho, Hachioji-Shi, Tokyo, Japan.
- Honerkamp, J. und Römer, H. (1989). *Klassische Theoretische Physik, Eine Einführung*, 2. Aufl., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo.
- HPD (1989). *HP 16451B: Dielectric Test Fixture operation and service manual*.
- HPL (1988). *HP 4284A: Precision LCR Meter operation manual*.
- Hubmann, M. (1979a). Polarization processes in the ice lattice, Part I., *Z. Physik B* **32**: 127–139.
- Hubmann, M. (1979b). Polarization processes in the ice lattice, Part II., *Z. Physik B* **32**: 141–146.
- Jaccard, C. (1959). Étude théorique et expérimentale des propriétés électriques de la glace; Theoretische und experimentelle Untersuchungen der elektrischen Eigenschaften von Eis, *Helv. Phys. Acta* **32**(2): 89–128.
- Jaccard, C. (1965). Mechanism of the electrical conductivity in ice, *Ann. N.Y. Acad. Sci.* **125**: 390–400.
- Jaccard, C. (1966). Four-point method for measuring the volume and surface conductivities of a thin sample, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik* **17**(6): 657–663.
- Jaccard, C. (1967). Electrical properties of ice, *International Symposium on Water Desalination, 1st, Washington, 1965*, Bd. 1, U.S. Department of the Interior, Office of Saline Water, Washington, D.C., S. 224–239.
- Jackson, J. D. (1982). *Klassische Elektrodynamik*, 2. Aufl., de Gruyter, Berlin, New York.

- Jaeger, R. und Hübner, W. (Hrsgb.) (1974). *Dosimetrie und Strahlenschutz: Physikalisch-technische Daten und Methoden für die Praxis*, Georg Thieme Verlag, Stuttgart.
- Johnsen, S., Dansgaard, W. und White, J. (1989). The origin of Arctic precipitation under present and glacial conditions, *Tellus* **41**(B): 452–468.
- Keithley, J., Yeager, J. und Erdman, R. (1984). Low level measurements, *technischer Bericht*, Keithley Instruments, Inc., 28775 Aurora Road, Cleveland, Ohio 44139, USA.
- Kipfstuhl, J. und Frenzel, A. (1994). Wechselstromleitfähigkeits- und kontinuierliche dichte-messungen, in H. Miller (Hrsgb.), *Die Expedition ANTARKTIS-X mit FS „Polarstern“ 1992, Bericht von den Fahrtabschnitten ANT-X/1a und 2*, Nummer 152/'94 in *Berichte zur Polarforschung*, Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Columbusstraße, D-27568 Bremerhaven, Kap. 2.11.4.3.
- Kipfstuhl, J. und Minikin, A. (1994). Erste ergebnisse der messungen am bohrkern b15, in H. Miller (Hrsgb.), *Die Expedition ANTARKTIS-X mit FS „Polarstern“ 1992, Bericht von den Fahrtabschnitten ANT-X/1a und 2*, Nummer 152/'94 in *Berichte zur Polarforschung*, Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Columbusstraße, D-27568 Bremerhaven, Kap. 2.11.4.4.
- Kohlrausch, F. (1968). *Praktische Physik*, Bd. 1, 2 & 3 (Tafeln), 22. Aufl., B.G.Teubner, Stuttgart.
- Landau, L. und Lifschitz, E. (1979). *Quantenmechanik*, Nummer III in *Lehrbuch der theoretischen Physik*, Akademie-Verlag, Berlin.
- Langway Jr., C., Clausen, H. und Hammer, C. (1988). An inter-hemispheric volcanic time-marker in ice cores from Greenland and Antarctica, *Annals of Glaciology* **10**: 102–108.
- Legrand, M., De Angelis, M., Staffelbach, T., Neftel, A. und Stauffer, B. (1992). Large perturbations of ammonium and organic acids content in the Summit-Greenland ice core. fingerprint from forest fires?, *Geophysical Research Letters* **19**(5): 473–475.
- Leo, W. R. (1994). *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, A How-to Approach*, 2. durchgesehene Aufl., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Löffel (1989). Löffel single beam gamma-densimeter model aw-1, *Operating instructions*, Löffel GmbH.
- Löffel, R. (1979). Massenstrommessungen an Ein- und Mehrphasenströmungen, *Atomenergie/Kerntechnik* **33**: 139–143.

- Macdonald, J. (1953). Theory of a.c. space charge polarization effects in photoconductors, semiconductors and electrolytes, *Physical Review* **92**: 4–17.
- Macdonald, J. (1958). Static space charge and capacitance for a single blocking electrode, *Journal of Chemical Physics* **29**: 1346–1358.
- Macdonald, J. (1959). Static space charge and capacitance for two blocking electrodes, *Journal of Chemical Physics* **30**: 806–816.
- Macdonald, J. (1974). Simplified impedance/frequency-response results for intrinsically conducting solids and liquids, *The Journal of Chemical Physics* **61**(10): 3977–3996.
- Maeno, N. (1973). Measurements of surface and volume conductivities of single ice crystals, in E. Whalley, S. Jones und L. Gold (Hrsgb.), *Symposium on the Physics and Chemistry of Ice, Ottawa, Canada, Aug. 14-18, 1972. Physics and chemistry of ice.*, S. 140–143.
- Maeno, N. und Nishimura, H. (1978). The electrical properties of ice surfaces, *Journal of Glaciology* **21**(85): 193–205.
- Gerland, S. (1992). Zerstörungsfreie hochauflösende Dichteuntersuchungen mariner Sedimente, *Berichte zur Polarforschung 123/'93*, Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Postfach 120161, D-27575 Bremerhaven. Doktorarbeit im Fachbereich Geowissenschaften der Universität Bremen.
- McHenry, J. und Dendy, F. (1964). Measurement of sediment density by attenuation of transmitted gamma rays, *Proceedings of the Soil Science Society of America*, Bd. 28, S. 817–822.
- Messiah, A. (1990). *Quantenmechanik, Band 2*, 3. Aufl., Walter de Gruyter, Berlin, New York.
- Minikin, A. und Kipfstuhl, S. (1992). Preliminary results of the in situ core processing of the new 320 m ice core from the central Filchner-Ronne Ice Shelf: ECM, AC conductivity and density, in H. Oerter (Hrsgb.), *FILCHNER RONNE ICE SHELF PROGRAMME*, Bd. 6, Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Columbusstraße, D-27568 Bremerhaven, S. 54–60.
- Moore, J. C. (1989). *Geophysical aspects of ice core drilling in Antarctica.*, PhD thesis, British Antarctic Survey and Department of Physics, Manchester.
- Moore, J. C., Wolff, E. W., Clausen, H. B. und Hammer, C. U. (1992). The chemical basis for the electrical stratigraphy of ice., *Journal of Geophysical Research* **97**(B2): 1887–1896.
- Moore, J. und Paren, J. (1987). New technique for dielectric logging of antarctic ice cores., *Journal de physique (Colloque C1)* **48**(3): 155–160.

- Moore, J., Wolff, E., Clausen, H., Hammer, C., Legrand, M. und Fuhrer, K. (1994). Electrical response of the summit-greenland ice core to ammonium, sulphuric acid, and hydrochloric acid, *Journal of Geophysical Research* **21**(7): 565–568.
- Mortimer, C. E. (1987). *Chemie: Das Basiswissen der Chemie*, 5., völlig neu bearbeitete und erweiterte Aufl., Thieme, Stuttgart, New York.
- Mounier, S. und Sixou, P. (1969). A contribution to the study of conductivity and dipolar relaxation in dopen ice crystals, *Physics of Ice. International Symposium on Physics of Ice, 3rd, Munich, 1968*, New York, Plenum Press, S. 562–570.
- Newhall, G. und Self, S. (1982). The volcanic explosivity index (vei): An estimate of explosive magnitude for historical volcanism, *Journal of Geophysical Research* **87**(C2): 1231–1238.
- Oerter, H., Bässler, K.-H., Drücker, C. und Stadler, W. (1991). Kernbohrung, in H. Miller und H. Oerter (Hrsgb.), *Die Expedition ANTARKTIS-VIII mit FS „Polarstern“ 1989/90, Bericht von den Fahrtabschnitten ANT-VIII/5*, Nummer 86/'91 in *Berichte zur Polarforschung*, Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Columbusstraße, D-27568 Bremerhaven, Kap. 3.6.3.
- Oerter, H., Kipfstuhl, J. und Minikin, A. (1994). Kernbohrung, in H. Miller (Hrsgb.), *Die Expedition ANTARKTIS-X mit FS „Polarstern“ 1992, Bericht von den Fahrtabschnitten ANT-X/1a und 2*, Nummer 152/'94 in *Berichte zur Polarforschung*, Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung, Columbusstraße, D-27568 Bremerhaven, Kap. 2.11.3.
- Offenbacher, E. L. und Colbeck, S. C. (1991). Remote sensing of snow covers using the gamma-ray technique, *CRREL Report 91-9*, U.S. Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory.
- Ohmura, A. und Reeh, N. (1991). New precipitation and accumulation maps for Greenland, *Journal of Glaciology* **137**(125): 140–148.
- Palais, J., Germani, M. und Zielinski, G. (1992). Inter-hemispheric transport of volcanic ash from a 1259 A.D. volcanic eruption to the Greenland and Antarctic ice sheets, *Geophysical Research Letters* **19**(8): 801–804.
- Paren, J. G. (1973). The electrical behavior of polar glaciers, in E. Whalley, S. Jones und L. Gold (Hrsgb.), *Physics and Chemistry of Ice*, Royal Society of Canada, Ottawa, S. 262–267.
- Paterson, W. (1994). *The Physics of Glaciers*, 3. Aufl., Pergamon Press.
- Pauling, L. (1935). The structure and entropy of ice and other crystals with some randomness of atomic arrangement, *Journal of the American Chemistry Society* **57**: 2680–2684.

- Peterson, S. und Levy, H. (1957). A single-crystal neutron diffraction study of heavy ice, *Acta Crystallographica* **10**: 70–76.
- Petrenko, V. F. (1993a). Electrical properties of ice, *Special report 93-20*, U.S. Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory.
- Petrenko, V. F. (1993b). Structure of ordinary ice Ih. Part I: Ideal Structure of Ice, *Special report 93-25*, U.S. Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory.
- Petrenko, V. F. und Whitworth, R. W. (1994). Structure of ordinary ice Ih. Part II: Defects in Ice. Volume 1: Point Defects, *Special report 94-4*, U.S. Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory.
- Reynolds, J. M. (1985). Dielectric behavior of firn and ice from the Antarctic Peninsula, Antarctica, *Journal of Glaciology* **31**(109): 253–262.
- Schwander, J., Neftel, A., Oeschger, H. und Stauffer, B. (1983). Measurement of direct current conductivity on ice samples for climatological applications, *J. Phys. Chem.* **87**: 4157–4160.
- Seelmann-Eggebert, W., Pfennig, G., Münzel, H. und Klewe-Nebenius, H. (1981). Nuklidkarte, *technischer Bericht*, Institut für Radiochemie, Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH.
- Shabtaie, S. und Bentley, C. R. (1994). Unified theory of electrical conduction in firn and ice: Site percolation and conduction in snow and firn, *Journal of Geophysical Research* **99**(B10): 19,757–19,769.
- Shabtaie, S. und Bentley, C. R. (1995). Electrical resistivity sounding of the antarctic ice sheet, *Journal of Geophysical Research* **100**(B2): 1933–1957.
- Smith, E. und Whiffin, A. (1952). Density of concrete slabs using gamma radiation, *The Engineer* **194**(5040): 278–281.
- Sorge, E. (1935). *Glaziologische Untersuchungen in Eismitte*, Bd. 3, F.A. Brockhaus, Leipzig, S. 270.
- Spindler, K., Löffel, R. und Hahne, E. (1988). Gamma-Strahl-Dichtemeßsystem zur Messung des Dampfgehaltes in Zweiphasen-Strömungen, *Technisches Messen tm* **55**(6): 228–233.
- Taylor, K., Alley, R., Fiacco, J., Grootes, P. and Lamorey, G., Mayewski, P. und Spencer, M. (1992). Ice-core dating and chemistry by direct-current electrical conductivity, *Journal of Glaciology* **38**(130): 325–332.
- von Guttenberg, W. (1953). Über den genauen Wert der Kapazität des Kreisplattenkondensators, *Annalen der Physik, 6. Folge* **12**(7-8): 321–339.
- Weast, R. C., Astle, M. J. und Beyer, W. H. (Hrsgb.) (1984). *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida.

Danksagung

Ich danke meinen Eltern für die Ermutigung und Unterstützung bei allen meinen Aktivitäten und Reisen. Sie haben mich schon in meiner Kindheit an die unberührte Natur, besonders die Berge und Gletscher der Alpen, herangeführt und mein Interesse daran geweckt. Diese Erfahrungen haben neben der Begeisterung für ihr Fachgebiet, die mir mein Erdkundelehrer Herr Hapke, mein Mathematik- und Physiklehrer Herr Laux und mein Chemielehrer Herr Dr. Gronau vermittelt haben, zur Wahl des Physikstudiums und meines wissenschaftlichen Arbeitsgebiets beigetragen.

Ich danke Elke Eggermann für die gemeinsame Zeit während des Physikstudiums.

Herrn Prof. Dr. Heinloth danke ich herzlich für die Bestärkung, mich auf das Wagnis der vorliegenden Arbeit einzulassen sowie sein Interesse am Fortgang und die gewährte Hilfe während der Anfertigung.

Großer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Miller für die Betreuung dieser Arbeit. Durch seine persönliche Art der Leitung der geophysikalischen Sektion des Alfred-Wegener-Instituts und Rückendeckung nach außen schafft er ein vertrauensvolles Arbeitsklima und auch an einer Großforschungseinrichtung nicht selbstverständliche Rahmenbedingungen, die eine effektive und unbeschwerte Forschungsarbeit ermöglichen. Für die große Freiheit in der Wahl der verfolgten Arbeitsansätze und die so ermöglichte Verwirklichung einer Theorie und Experiment verbindenden Arbeit danke ich ihm.

Beim Dank an die Sektionsmitglieder für die gewährte Aufnahme und Unterstützung seien Frederik Jung-Rothenhäusler, Dr. John Firestone, die ich mit vielen Fragen über "UNIX-Kisten" genervt habe, Andreas Frenzel und Matthias Schwager ganz besonders erwähnt.

Dr. John Firestone sei nochmals separat für die sprachliche Korrektur des Abstract gedankt.

Christel Hoffmann danke ich für das unermüdliche Aufspüren meiner Rechtschreib- und Zeichensetzungsfehler.

Herrn Laboda danke ich für die gute Zusammenarbeit und das gemeinsame Ringen um eine technisch ausgereifte Lösung beim Bau der DEP-Apparatur. Ohne

seine erreichte Feinmechanikerpräzision bei der Fertigung der Elektroden wären die gewonnenen Ergebnisse nicht denkbar.

Günther Milz danke ich für die kulinarische Betreuung und moralische Unterstützung.

Für unsere gewonnene Freundschaft, gemeinsame Unternehmungen und die gewährte Gastfreundschaft auf Island nach der Grönlandexpedition danke ich Thorsteinn Thorsteinsson und seiner Familie.

Den wichtigsten Leuten dankt man am Schluß. Ohne die vertrauensvolle Übersendung persönlicher Dias an einen wildfremden Bonner Studenten wäre diese Diplomarbeit nicht zustande gekommen. Für diese vertrauensvolle und persönliche Art des Umgangs und das weit über das erwartete Maß hinausgehende Engagement für die Eiskerngruppe des Alfred-Wegener-Instituts danke ich Dr. Sepp Kipfstuhl von ganzem Herzen. Die gewonnenen Ergebnisse sind auf sein großes Interesse an dieser Arbeit und seinen hohen persönlichen Einsatz für die Nordgrönland-Traversal zurückzuführen. Seinem scharfen Blick für in Datensätzen vorhandene Muster sind die Schwankungen in der Dielektrizitätskonstanten der DEP-Datensätze nicht entgangen. Unsere gemeinsam entwickelte Idee, daß die Schwankungen wie jahreszeitliche Dichteschwankungen aussehen könnten, hat mich zu den Rechnungen mit dem Looyenga-Mischungsmodell veranlaßt. Für diese Art der guten Zusammenarbeit danke ich ihm.