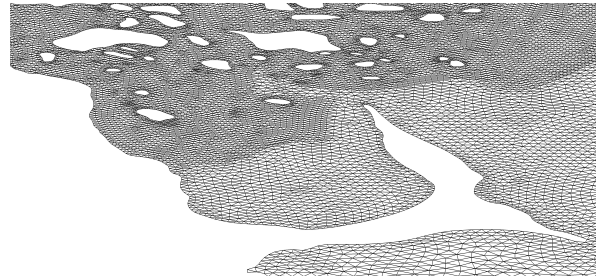


Южный федеральный университет  
Институт математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича

**Numerical modeling  
of the coastal, shelf  
and estuarine processes** **MMCS SFEDU**  
**Rostov-on-Don**  
**October 5–9, 2015**



**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ**  
МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
«ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИБРЕЖНЫХ,  
ШЕЛЬФОВЫХ И УСТЬЕВЫХ ПРОЦЕССОВ»

5–9 октября 2015 года

Ростов-на-Дону  
2015

Редакторы: Жуков М. Ю., Цибулин В. Г., Хасматулина М. Ю., Ширяева Е. В.

Тезисы докладов Международной конференции «Численное моделирование прибрежных, шельфовых и устьевых процессов», г. Ростов-на-Дону, 5–9 октября 2015 г. Ростов-н/Д: Изд-во ЮФУ, 2015. 39 с.

Сборник содержит тезисы докладов Международной конференции «Численное моделирование прибрежных, шельфовых и устьевых процессов» (г. Ростов-на-Дону, 5–9 октября 2015 г.).

Конференция посвящена обсуждению математических моделей и вычислительных инструментов для изучения и прогнозирования геофизических, экологических и биологических процессов в прибрежных областях, устьевых зонах и на шельфе. Главными особенностями являются междисциплинарность программы, обсуждение современных методов численного моделирования, участие молодых ученых и специалистов из России, Германии и других стран. В рамках конференции планируется организация круглого стола «Разработка вычислительных модулей для моделирования процессов в дельтах», включающего обзор работ по дельте реки Лены, обсуждение теоретических основ и существующих баз наблюдений, формирование рабочей группы для обеспечения междисциплинарных исследований.

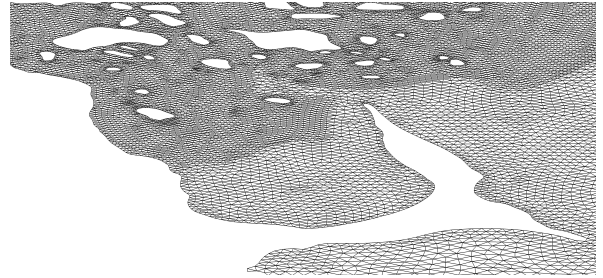
*Конференция проводится при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант 15-01-20812 Г) и российско-немецкого проекта «Разработка вычислительных модулей для региона дельты реки Лены» (Федеральное министерство образования и научных исследований Германии BMBWF, “Die Entwicklung von numerischen Modulen für die Lena Delta Region”, 01DJ14007).*

© Южный федеральный университет, 2015 г.

Институт математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича

Southern Federal University  
I.I. Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and  
Computer Science of Southern Federal University

**Numerical modeling  
of the coastal, shelf  
and estuarine processes** **MMCS SFEDU**  
**Rostov-on-Don**  
**October 5–9, 2015**



## ABSTRACTS

INTERNATIONAL CONFERENCE  
«NUMERICAL MODELING OF THE COASTAL,  
SHELF AND ESTUARINE PROCESSES»

October 5–9, 2015

Rostov-on-Don, Russia  
2015

International conference «Numerical modeling of the coastal, shelf and estuarine processes». Abstracts. Rostov-on-Don, October 5–9, 2015.

The conference is devoted to the discussion of modern numerical techniques for the research, analysis and forecasting of geophysical, ecological and biological processes in the coastal, shelf and estuarine areas. This international workshop presents an opportunity for the modelers in Geophysics, biologists and mathematicians from different countries to union their experience and create interdisciplinary groups with common tasks. The workshop will be characterized by interactive style, participation of young and experienced scientists and interdisciplinary program with particular attention to the numerical problems and its solutions at the leading edge of model development and dynamics research. In frame of the conference the round table ‘The development of numerical modules for the Lena Delta Region’ is planned. It will include the discussion of the topic, analysis of theoretical and data gaps, possible solutions and organization of working interdisciplinary group. This conference is supported by the RFBR (№ 15-01-20812) and the BMBF Russian-German project ‘Die Entwicklung von numerischen Modulen für die Lena Delta Region’, 01DJ14007.

© Southern Federal University, 2015

I.I. Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and  
Computer Science of Southern Federal University

## Natural convection and boundary-layer flow of a non-newtonian nanofluid over a vertical cone embedded in a porous medium

**Mostafa A. Ahmed**

Department of Mathematics, Faculty of Science, Sohag University, Sohag, Egypt  
mostafa.abdallah@yahoo.com

In this talk, we present the investigation of Soret effect's influence on boundary-layer convective flow of a non-Newtonian nanofluid over a vertical cone embedded in a porous medium. The model incorporates the effects of Brownian motion and thermophoresis. The governing partial differential equations are transformed into a set of non-linear equations and solved numerically using an efficient shooting technique with a fourth-order Runge-Kutta method. The numerical results are presented for the temperature, volume fraction, concentration profiles, as well as the reduced local Nusselt number, the nanoparticle Sherwood number and the regular Sherwood number.

We found that the reduced local Nusselt number and the nanoparticle Sherwood number increases whereas the regular Sherwood number decreases when Soret number grows. Further, these quantities show reverse trend with the increasing values of Schmidt number. As the regular buoyancy ratio increases, the reduced local Nusselt number, the nanoparticle Sherwood number and the regular Sherwood number increase.

## Nonhydrostatic dynamics of straits of the world ocean

**A. A. Androsov<sup>1,2</sup>, N. E. Voltzinger<sup>2</sup>**<sup>1</sup>AWI, Germany;<sup>2</sup>Shirshov Institute of Oceanology, St. Petersburg, Russia

alexey.androsov@awi.de

Opportunities and restrictions of modeling nonhydrostatic dynamics of straits of the World Ocean according to the offered classification are discussed. Straits can be subclassified on a standard basis of expediency account the dynamic pressure in the whole area of the strait or a subdomain, guided both by common ideas, based on morphometric, hydrological and dynamic characteristics of the strait and simple criteria identifying nonhydrostatic.

The boundary-value problem for the equations of momentum, continuity, turbulent closure and evolution of water constituents is formulated in an arbitrary 3D domain with two open boundaries. For solution, we use a transfer to the horizontal boundary-fitted coordinates and vertical  $\sigma$ -coordinate mapping the physical domain onto a computational parallelepiped with two opposite open sides. Numerical realization uses geophysical modification of a two-step projective method of the solution of the Navier-Stokes equations.

Results contain an assessment of influence of nonhydrostatic on the dynamic and hydrological regimes of three allocated standard straits: Messina, Gibraltar and Bab-el-Mandeb.

## Numerical simulation of the Lena River freshwater plume spreading

V. V. Fofonova, S. Danilov, A. Androsov, K. H. Wiltshire

AWI, Germany

vera.fofonova@awi.de

The Lena Delta region of the Laptev Sea is unique Arctic region, which is represented by shallow bathymetry, complex topography and rich Arctic ecosystem supplied by the Lena River freshwater inflow. The mean annual runoff volume of the Lena River from 1935 to 2012 was about 539 km<sup>3</sup>.

The processes observed in the coastal and shelf regions are of particular interest, because ice retreat, permafrost thawing and an increase in temperature and volume of river runoff influence local ocean circulation and ecosystem dynamics. The Lena River freshwater plume spreading is a key process defining the dynamics of the Laptev Sea region in the summer. It influences stability of the water column and modifies vertical mixing. Atmospheric winds and tidal mixing can be considered as main driving factors, and existing observational studies largely confirm this [1, 2].

This study aims to explore and quantify some aspects of the observed plume variability, in particular, the relative importance of tides and winds as factors determining plume spreading. The goal is also to show that it is feasible to simulate the Lena River plume dynamics with high accuracy. The study is based on numerical simulations performed with the Finite Volume Community/Coastal Ocean Model [3] on a mesh covering area of the Lena Delta region of the Laptev Sea. The particular attention is paid to the choice of the vertical turbulence mixing scheme, analysis of different tidal solutions for the area and results verification.

The work is supported by the German Federal Ministry of Education and Research (BMBF) under the project „LenaDNM“, grant identifier is 01DJ14007.

### R E F E R E N C E S

1. *Dmitrenko I. A., Kirillov S. A., Eicken H., Markova N.* Wind-driven summer surface hydrography of the eastern Siberian shelf // *Geophys. Res. Lett.* 2005. 32, L14613.
2. *Janout M. A., Lenn Y. D.* Semidiurnal tides on the Laptev Sea shelf with implications for shear and vertical mixing // *J. of Physical Oceanography.* 2014. 44(1). P. 202–219.
3. *Chen C., Beardsley R. C., Cowles G.* An unstructured grid, finite-volume coastal ocean model // *FVCOM User Manual*, 2nded. 2006.

## Numerical and asymptotical analysis of secondary stationary solutions in Rayleigh reaction-diffusion system

**A. V. Kazarnikov<sup>1</sup>, S. V. Revina<sup>1</sup>, H. Haario<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia;

<sup>2</sup>Lappeenranta University of Technology, Finland

kazarnikov@gmail.com

At the present time, a significant attention in literature is given to the analysis of reaction-diffusion systems. These systems were initially introduced by Alan Turing as qualitative model of morphogenesis and by now have found a wide range of practical applications in theoretical biology, chemistry, physiology, etc. We consider Fitzhugh-Nagumo model with diffusion:

$$\begin{aligned} v_t &= \nu_1 \Delta v + \varepsilon(w - \alpha v - \beta), \\ w_t &= \nu_2 \Delta w - v + \mu w - w^3. \end{aligned} \tag{1}$$

Here  $v = v(x, t)$ ,  $w = w(x, t)$ ,  $x \in D$ ,  $t > 0$ ,  $D = [0, 1]$  or  $D = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$  is a varying control parameter,  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$ ,  $\varepsilon > 0$ ,  $\nu_1 > 0$ ,  $\nu_2 > 0$  are fixed model parameters. By setting  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$ ,  $\varepsilon = 1$  in (1) and assuming  $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ , we arrive at Rayleigh reaction-diffusion system:

$$\begin{aligned} v_t &= \nu \Delta v + w, \\ w_t &= \nu \Delta w - v + \mu w - w^3. \end{aligned} \tag{2}$$

The main aim of the present work is to construct an asymptotic approximation of secondary stationary solutions of system (2), which branch from zero solution as control parameter  $\mu$  varies. We consider homogeneous Dirichlet and Neumann boundary conditions with additional requirement of zero average, taking into account the mixed case as well. We employ Lyapunov-Schmidt method in the form, developed by V. I. Yudovich [1] for constructing asymptotic expansions. The method is applicable to ODEs and PDEs, including Navier-Stokes equation [2].

To support our theoretical results we performed several numerical experiments. We used NVidia CUDA to improve performance of the simulations.

### R E F E R E N C E S

1. *Yudovich V. I.* Investigation of auto-oscillations of a continuous medium, occurring at loss of stability of a stationary mode // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1972. Vol. 36, No. 3. P. 424–432.
2. *Revina S. V.* Recurrence formulas for long wavelength asymptotics in the problem of shear flow stability // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2013. Vol. 53, No. 8. P. 1387–1401.



## Developing an ensemble based data assimilative system for operational forecasting the North and Baltic Seas hydrography/biogeochemistry

**S. Losa<sup>1</sup>, S. Danilov<sup>1</sup>, L. Nerger<sup>1</sup>, J. Schröter<sup>1</sup>, F. Janssen<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>AWI, Germany; <sup>2</sup>BSH, Germany

Svetlana.Losa@awi.de

The operational circulation model of the German Federal Maritime and Hydrographic Agency (BSH) has been augmented by an ensemble-based data assimilation (DA) system in order to improve the hydrography forecast of the North and Baltic Seas. The DA system has been developed based on the Singular Evolution Interpolated Kalman (SEIK) filter algorithm (Pham, 2001) coded within the Parallel Data Assimilation Framework (<http://pdaf.awi.de>). The quality of the operational forecast has been improved by assimilating sea surface temperature (SST) measurements obtained with the Advanced Very High Resolution Radiometer (AVHRR) aboard NOAA's polar orbiting satellites.

In this study we consider some aspects of the DA system development concerning the applied model and data error statistics. Assessing the systems forecasting skills, the principle of Maximum Entropy is considered as an additional criterion of plausibility of the assumed prior error statistics and the augmented system performance.

The study also addresses the problem of the local SEIK analysis accounting for the data within a certain radius. This found to be crucial for any further improvement of the system forecasting skills when assimilating in situ observational temperature and salinity data: MARNET time series, CTD and Scanfish measurements. The localisation radius is considered spatially variable and dependent on the system local dynamics. As such, we define the radius of the data influence based on the energy ratio of the baroclinic and barotropic flows.

Perspectives of using the DA system to improve the biogeochemistry forecast quality in the basin is also discussed. As an example we present first results of MODIS satellite chlorophyll data product assimilation into the ERGOM biogeochemical module coupled to the BSH circulation model.

## Shallow water model of a thin liquid film on the outer surface of a rotating cylinder

**A. M. Morad<sup>1,2</sup>, M. Yu. Zhukov<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Menoufia University, EGYPT;

<sup>2</sup> Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

am.morad@menofia.edu.eg, myuzhukov@gmail.com

For an ideal incompressible fluid the shallow water equations describing the motion of a thin liquid layer on the surface of a rotating cylinder are obtained. It is shown that the equations are similar to the modified Boussinesq equations for shallow water [1]

$$\begin{aligned}
 RR_\tau + \Omega RR_\eta + (ZF)_\eta &= \varepsilon^2 \left( \frac{Z^3}{3!} F_{\eta\eta} \right)_\eta, \quad Z = \ln \frac{R}{a} \\
 F_\tau + \left( -2\Omega ZF - \frac{1}{2}\Omega^2 R^2 + \Omega F + \frac{1}{2} \frac{F^2}{R^2} \right)_\eta &= \\
 = \varepsilon^2 \left( \frac{Z^2}{2} F_{\eta\tau} - \frac{Z^2 F_\eta^2}{2R^2} + \frac{Z^2}{2} F_{\eta\eta} \left( \Omega + \frac{F}{R^2} \right) - 2\Omega \frac{Z^3}{3!} F_{\eta\eta} \right)_\eta.
 \end{aligned}$$

In other case these equations are similar to the Korteweg–de Vries (KdV) equation whose coefficients take into account the fact that the free boundary of the liquid layer is not a flat surface

$$h_T + \alpha\Omega h h_x + \beta\alpha\Omega h_{xxx} = 0$$

In these equations the role of the gravity plays centrifugal force. For the derivation of the equations the method of multiscale asymptotic expansions and method of the amplitude equations are used. In contrast to general problems for the KdV equation, in the case of the layer movement on the surface of the cylinder we take to account the specificity of the problem. Constructing the periodic solutions in the form of the cnoidal waves we require: (i) integer number of waves on the surface layer, (ii) the mass conservation, (iii) the hyperbolicity of the dispersionless Boussinesq equations. Such requirements impose significant restrictions on the choice of the problem parameters.

This research is partially supported by the Base Part of the Project no. 213.01–11/2014–1, Ministry of Education and Science of the Russian Federation, Southern Federal University.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Morad A. M., Zhukov M. Yu.* The motion of a thin liquid layer on the outer surface of a rotating cylinder // *Eur. Phys. J. Plus.* 2015. Vol. 130. 8 p.

## Modelling of the admixture spreading in riverbed streams: problems and approaches

**K. A. Nadolin**

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

nadolin@math.sfedu.ru

Modelling of the admixture spreading in the riverbed streams on the basis of original system of hydrodynamic equations and mass transfer equation is very hard computational work. Therefore we should involve mathematical models that are more simplistic, but describe the process adequately enough.

In the presentation some specific features of the mass transfer in longitudinal extended channel flows are described and some problems arising in connection with these circumstances are discussed.

The proposed equations of mathematical models describe the contaminant spreading in riverbed stream as a 3D phenomenon, but they are more simple than original three-dimensional equations. These reduced equations are produced on the basis of small parameter technique.

The cornerstone of utilized approach to derivation of the model equations is laid the fact that the riverbed flows are characterized by a relatively low depth of flow as compared to its width, as well as significantly large length. I.e. simplification of the models and reducing their dimension can be based on the small parameter technique associated with the geometry of the flow region [1]. Also in presentation the classification of reduced mathematical models for different streams is proposed.

In contrast to the mathematical models on the base of averaged equations, proposed models take into account the spatial structure of the flow, which allows explore the influence of the shape of the river bed bottom and shoreline, and some external factors (for example, wind) on characteristics of the flow [2].

### R E F E R E N C E S

1. *Nadolin K.* New Approach to Mathematical Modeling of the Admixture Transport in Free-Surfaced Streams // XXII Int. Congr. Theor. & Appl. Mech. Adelaide, Australia, 24–30 August 2008. CD-ROM Proc. ISBN 978-0-9805142-1-6. Paper 10970.

2. *Nadolin K., Zhilyaev I.* Mathematical modeling of the admixture transport in free-surfaced streams // Proc. XXIII Int. Congr. Theor. & Appl. Mech. Beijing, China, 19–24 August 2012. Y. Bai, J. Wang, D. Fang (Eds). CD-ROM Proc. Paper FM09-020. 2 p.

## Zooplankton Carrying Capacity (CC) Modelling for a Shallow Sea: A Study Based on the Helgoland Roads Time Series Station Datasets

**S. Subrata, K. H. Wiltshire, M. Boersma**

AWI, Germany

subrata.sarker@awi.de

Present study was conducted to estimate the zooplankton carrying capacity (CC) at German Bight using Helgoland road time series data sets (1975–2011). Algorithms were developed to estimate the criteria (pelagic fish and nutrients) based CC for zooplankton. Multi criteria decision technique was used for weighting and integrating the criteria to get overall CC. Diatoms abundance, dissolved inorganic nitrogen (DIN), PO<sub>4</sub> and pelagic fish effect data were used as model input. Maximum seasonal zooplankton CC found  $29.64 \times 10^3$  cells/m<sup>3</sup> and minimum  $7.4 \times 10^3$  cells/m<sup>3</sup> with a mean  $15.46 \times 10^3$  cells/m<sup>3</sup>. During winter zooplankton CC is minimal and during summer it is higher. There is no significant difference found between seasonal modeled zooplankton CC and observed zooplankton density ( $t = 1.144$ ,  $p = 0.304$ ). Long-term maximum zooplankton CC was found  $26.65 \times 10^3$  cells/m<sup>3</sup> during 1978 and minimum  $5.15 \times 10^3$  cells/m<sup>3</sup> during 1975 with a mean  $16.94 \times 10^3$  cells/m<sup>3</sup>. Continuous fluctuation in long-term zooplankton CC was observed and at the initial stage (1975–1979) fluctuation was very high. Large scale variation was observed between zooplankton CC and observed zooplankton density at the ecosystem from 1987 to 1990. Paired t-test ( $t = -1.152$ ,  $p = 0.1312$ ) indicate there is no significant difference exists between long-term modeled zooplankton CC and observed zooplankton density.

## Modeling migration and coexistence of populations in a heterogeneous habitat

**V. G. Tsybulin<sup>1</sup>, A. V. Budyanski<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia;

<sup>2</sup> Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia  
tsybulin@math.sfedu.ru

We study patterns of predators and prey in a two-dimensional habitat. The model is formulated as a system of nonlinear parabolic equations with spatial heterogeneity of resources and species. Conditions on system parameters are determined under which a nontrivial family of steady states (equilibria) is formed due to cosymmetry [1] of a system. Numerical analysis based on the finite difference method and staggered grids is applied to study the impact of migration on scenarios of local competition and coexistence of species. To analyze the destruction of the family of equilibria we derive a special cosymmetric selective equation [2, 3]. Nontrivial effects of migration are determined and scenarios of local competition and coexistence of species are found [4].

This research was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant No 14-01-00470).

### R E F E R E N C E S

1. *Yudovich V. I.* Cosymmetry, degeneracy of the solutions of operator equations and the onset of filtrational convection // *Math. Notes.* 1991. 49. P. 540–545.
2. *Yudovich V. I.* Bifurcations under perturbations violating cosymmetry // *Physics-Doklady.* 2004. 49. P. 522–526.
3. *Frischmuth K., Kovaleva E. S., Tsybulin V. G.* Family of equilibria in a population kinetics model and its collapse // *Nonlinear Analysis: Real World Applications.* 2011. 12. P. 146–155.
4. *Budyanski A. V., Tsybulin V. G.* Impact of Directed Migration on Formation of Spatial Structures of Populations // *Biophysics.* 2015. 60. P. 758–768. (in Russian)

A high-resolution numerical study on the hydrodynamics  
in the Lena Delta

**Y. K. Ying<sup>1</sup>, V. V. Fofonova<sup>2</sup>, E. N. Golubeva<sup>3</sup>, V. Aizinger<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> FAU, Germany; <sup>2</sup>AWI, Germany;

<sup>3</sup> ICMMG SB RAS, Russia

tony.ykying@gmail.com

Providing the majority of runoff into the Laptev Sea, the Lena River and its associated delta have become an indicator for recent and future environmental change in the Arctic Region. However, a detailed examination on the hydrodynamics over complex topography in the delta region and its interaction with the estuary has been missing. This study aims to fill this gap by a series of high-resolution numerical simulations based on a state-of-the-arts Discontinuous Galerkin (DG) regional 3D ocean model, UTBEST3D, under different discharge conditions. The first task is to tune the numerical model and reproduce the velocity regimes and discharge distributions in different major sub-channels in the delta. The second task is to scrutinise the potential flooding area due to ocean surface waves, river runoff and the coupling of these.

## Modeling of pattern formation in distribution of tidal migrating benthic copepods

**A. D. Zagrebneva<sup>1</sup>, Yu. V. Tyutyunov<sup>1</sup>, F. A. Surkov<sup>1</sup>, A. I. Azovsky<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

<sup>2</sup> Lomonosov Moscow State University, Russia

azagrebneva@sfedu.ru

The distribution of harpacticoids (Harpacticoida: Copepoda), a major constituent of marine benthos, is a vivid example of spatiotemporal heterogeneity in natural trophic communities [1]. The aim of our study is to construct a population model capable to describe the observed heterogeneity in harpacticoids distribution.

The following assumptions regarding harpacticoid movements have been made: (a) the harpacticoid movement consists of two events: copepod gets out from bottom sediment and it migrates; (b) the first event is a Poisson process and its frequency decreases at increase of stimulus concentration; (c) the second event is a diffusion process. The Patlak-Keller-Segel flux equation for the population density was derived and discrete individual-based and continuous models were built based on these assumptions. It is shown that assumed individual's behavior leads organisms to aggregate in places with high stimulus concentration [2].

Three alternative models of trophotaxis in predator-prey systems have been built in which a stimulus for predator movement is, correspondingly: (a) prey density, (b) attractant secreted by the prey, and (c) predator satiation. The analytical study demonstrated that the model in which predator taxis is determined by predator satiation is best suited for the description of population dynamics in system harpacticoids-diatoms algae [3]. It is shown numerically that this model demonstrates complex non-stationary behavior and capable to explain the microscale heterogeneity observed in the benthic trophic system harpacticoids-diatoms algae.

### R E F E R E N C E S

1. *Azovsky A. I., Chertoprod E. S., Saburova M. A., Polikarpov G. E.* Spatio-temporal variability of micro- and meiobenthic communities in a White Sea intertidal sandflat // *Estuarine, Coastal and Shelf Science*. 2004. V. 60, P. 663–671.
2. *Tyutyunov Yu. V., Zagrebneva A. D., Surkov F. A., Azovsky A. I.* Derivation of density flux equation for intermittently migrating population // *Oceanology*. 2010. V. 50, № 1. P. 67–76.
3. *Tyutyunov Yu. V., Zagrebneva A. D., Surkov F. A., Azovsky A. I.* Microscale patchiness of the distribution of copepods (Harpacticoida) as a result of trophotaxis // *Biophysics*. 2009. V. 54, № 3. P. 508–514.

## Multiple steady state flows in one flow through the channel problem

**I. A. Zhdanov, V. N. Govorukhin**

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

izhdanovn@gmail.com

To understand the mechanisms of fluid dynamics and pollutant transport in rivers it is important to study flows in channels. The analysis of many environmental challenges needs an understanding of recirculation zones formation nature and ways to control it. Generally, these processes are described using ideal fluid equations.

The talk contains results of inviscid flows through the rectangular channel investigation. Mathematically problem is described by Euler equation in terms of vorticity and stream functions with special boundary conditions on inlet and outlet of the channel. The problem had been formulated in early works of M. E. Kochin and then was intensively studied by V. I. Yudovich's scientific school. In particular, an interesting partial steady state solutions were obtained.

The problem has the following mathematical formulation:

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0,$$

$$\Delta \psi = -\omega,$$

where,  $\psi = \psi(x, y)$  – stream function,  $\omega = \omega(x, y)$  – vorticity function. Stream function is defined using velocity vector  $\vec{v}$ :

$$\psi: \vec{v} = \left( \frac{\partial \psi}{\partial y}, -\frac{\partial \psi}{\partial x} \right).$$

One of the main feature of this system is that if there is a functional dependency between vorticity and stream function then the first equation turns into identity. It gives an ability to obtain families of solutions by introducing this dependency. Also this helps to control reliability of solutions. In this talk we present a set of steady state flows with recirculation zones and study properties of corresponding fluid particle dynamics. Particular attention is paid to the action of the intensity of the current flowing to emerging and formation of recirculation zones.

To investigate one-parametric family of solutions different numerical methods were applied. The problem was solved by both projective (Galerkin) and finite-difference method. For stability analysis spectral method was applied. Finally, the stability diagram which is illustrating the dependency between stability and parameter value was obtained.

The work is supported by RFBR grant № 14-01-00470.



## Numerical modeling of the open flow hydrodynamics using COMSOL Multiphysics

**I. Zhilyaev**

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia;  
Southern Research Center of Russian Academy of Science  
zhilyaev@mail.com

Different types of mathematical models can be used to simulate hydrological characteristics of the water streams. The most accurate of them are based on the Reynolds equations [1].

For numerical simulation of the open flow hydrodynamics the CFD module of the finite-element package COMSOL Multiphysics can be used [2]. The CFD solves multiple variations of the Navier-Stokes equations to model flows [3]. The module contains such mathematical descriptions of boundary conditions as ‘Slip’ and ‘No Slip’ boundary conditions to simulate riverbed and ‘Inlet’ and ‘Outlet’ boundaries to configure velocity profile along with pressure.

‘Open’ boundary condition allows to make free boundary of the flow. The behavior of the open flow’s free surface can be simulated by the Moving Mesh module. The mesh within the fluid flow domain is deformed to account for the movement of the free surface interface. This is done by solving equations for the mesh displacements (a Laplace, Winslow or hyperelastic smoothing equation).

The CFD Module includes direct solvers for solving 2D and small 3D models, which have good abilities to converge, and iterative solvers for larger or more complex models. Preconditioning and multigrid solvers with smoothing methods are available to work in collaboration with other solvers to ensure solutions. Advanced solver functionality, such as the inclusion of crosswind and streamline diffusion are also presented [3].

### R E F E R E N C E S

1. *Reynolds O.* On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. A. 1895. V. 186. P. 123–164.
2. *Nadolin K., Zhilyaev I.* Mathematical modeling of the admixture transport in free-surfaced streams // Proc. XXIII Int. Congr. Theor. & Appl. Mech. Beijing, China, 19–24 August 2012. Y. Bai, J. Wang, D. Fang (Eds). CD-ROM Proc. Paper FM09-020. 2 p.
3. *Wilkes J. O.* Fluid mechanics for chemical engineers. Second edition with Microfluidics and CFD // Prentice Hall, 2005. 752 p.

## Образование структур для протяженной испаряющейся капли жидкости

**А. В. Васильев, М. Ю. Жуков, Е. В. Ширяева**

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия  
haron2012@mail.ru, myuzhukov@gmail.com, evshiryaeva@gmail.com

Для объяснения образования простейших структур в высыхающей протяженной в одном из горизонтальных направлений капле используется вариант асимптотической модели [1]. В случае постоянной средней скорости  $s$  и температуры  $\varphi$  задача Коши для описания поведения свободной поверхности капли, протяженной в направлении  $y$ , имеет вид

$$h_t + 2shh_x = -V_0\varphi, \quad t > 0, \quad 0 < x < \infty, \quad (1)$$

$$h|_{t=0} = g(x), \quad 0 < x < x_0, \quad (2)$$

$$h|_{t=0} = 0, \quad x_0 < x, \quad (g(x) = 0, \quad x_0 < x), \quad (3)$$

где  $s$ ,  $\varphi$ ,  $V_0$  — заданные константы (скорость, температура, коэффициент испарения), функция  $g(x)$  определяет равновесную форму капли,  $x_0$  — горизонтальный размер капли в направлении  $x$ .

В свою очередь свободная поверхность капли определяется решением задачи

$$g - \sigma g_{xx} = p_0, \quad g_x(0) = 0, \quad (4)$$

где  $g_0$  — некоторая константа,  $p_0$  — давление на свободной поверхности,  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения.

Решения задач (1)–(4) в неявном виде записывается в форме

$$h(x, \tau) = \begin{cases} -v_0\tau + g(0), & 0 < x \leq X(\tau, 0), \quad a = 0, \\ -v_0\tau + g(a), & X(\tau, 0) < x, \quad 0 \leq a \leq x_0, \end{cases} \quad (5)$$

$$x = X(\tau, a) \equiv -\frac{1}{2}v_0\tau^2 + g(a)\tau + a \quad (6)$$

и воспроизводит изменение свободной поверхности в процессе высыхания.

Анализ решения для различных значений параметров показал, что, как и следовало ожидать, высыхание капли происходит быстрее в окрестности пересечения свободной поверхности с горизонтальной, на которой расположена капля (область высыхания). В случае, когда капля содержит некоторую примесь, привлекая дополнительный механизм прилипания примеси к поверхности (хроматографическая сорбция), удастся объяснить возникновение структуры для концентрации примеси в области высыхания.

Работа выполнена при финансовой поддержке базовой части тех. задания 213.01-11/2014-1 Мин. Обр. Науки РФ, Южный федеральный университет.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Жуков М. Ю., Ширяева Е. В. Асимптотическая модель испаряющегося слоя жидкости // Тезисы Международной конференции «Численное моделирование прибрежных, шельфовых и устьевых процессов». Ростов-на-Дону, 5–9 октября 2015 года. Ростов-н/Д: Изд-во ЮФУ, 2015. С. 22.

Изучение влияния речного стока и вариаций атмосферной динамики на состояние вод и криолитозоны шельфа моря Лаптевых на основе численного моделирования

**Е. Н. Голубева, Г. А. Платов, В. В. Малахова, М. В. Крайнева,  
А. И. Крылова, Д. Ф. Якшина**  
ИВМ и МГ СО РАН, Россия  
elen@ommfao.sccc.ru

В докладе представлены подходы, используемые при изучении современного состояния вод шельфовой зоны моря Лаптевых. Среди них рассматриваются известные методы анализа данных наблюдений на основе упрощенных подходов с использованием индексов циркуляции [1], а также метод трехмерного математического моделирования. Основой разрабатываемой системы оценки состояния вод исследуемого региона в ИВМиМГ СО РАН является комплекс вложенных трехмерных численных моделей, включающий региональные модели динамики океана и морского льда различной степени пространственной детализации (от 50 до 5 км) с возможностью уточнения процессов в шельфовой зоне (с использованием сеточного разрешения до 400 м) [2, 3]. Результаты трехмерного моделирования с использованием данных атмосферного реанализа восстанавливают пространственно-временную картину изменчивости водных масс и морского льда Северного Ледовитого океана и морей шельфовой зоны Восточной Сибири. Использование встроенных моделей позволяют провести уточнение наиболее интересных процессов. Анализируется вклад речного стока и атмосферной динамики в формирование структуры гидрологических полей моря Лаптевых. На основе численного моделирования исследуются возможные причины известного из данных наблюдений повышения температуры вод придонного слоя моря Лаптевых. Среди возможных причин появления аномалий придонной температуры в шельфовой области в настоящей работе рассматриваются: а) возможность затока в шельфовую зону теплых вод атлантического слоя СЛО, траектория которых проходит по границе шельфовой зоны, б) перераспределение водных масс шельфовой зоны, вызванное сменой режимов циркуляции атмосферы; в) формирование аномалий температуры, обусловленных тепловым стоком рек. Анализируется влияние повышения температуры вод придонного слоя в области мелководного шельфа на усиление процесса деградации подводной мерзлоты региона.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (14-05-00730 А, 15-05-02457 А), German Federal Ministry of Education and Research (BMBF, the project „LenaDNM“, grant identifier is 01DJ14007).

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Bauch D., Gröger M., Dmitrenko I., Hölemann J., Kirillov S., Mackensen, A., Taldenkova E., Andersen N.* Atmospheric controlled freshwater water release at the Laptev Sea Continental margin // *Polar Res.* 2011. 30, 5858. doi: 10.3402/polar.v30i0.5858.
2. *Голубева Е.Н., Климова Е.Г., Кузин В.И., Малахова В.В., Платов Г.А., Шлычков В.А.* Комплексное моделирование гидродинамики Восточно-Сибирского шельфа Арктики // *Zbornik radova konferencije MIT 2013.* Beograd. 2014. P. 216–223.
3. *Крайнева М.В., Малахова В.В., Голубева Е.Н.* Численное моделирование формирования аномалий температуры в море Лаптевых, обусловленных стоком реки Лены // *Оптика атмосферы и океана.* 2015. Т. 28. № 06. С. 534–539.

Исследование процесса массопереноса в случае  
уравнений эллиптического типа

**Т. Ф. Долгих, М. Ю. Жуков, Е. В. Ширяева**  
Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия  
dolgikh@sfedu.ru, zhuk@math.rsu.ru, shir@sfedu.ru

Рассматривается пространственно одномерный случай бездиффузионной модели массопереноса под действие электрического поля, известной также как бездиффузионная модель зонального электрофореза. Процесс переноса веществ с концентрациями  $u^k(x, t)$  в двухкомпонентной смеси под действием электрического поля описывается квазилинейными уравнениями в безразмерных переменных [1]

$$\frac{\partial u^k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu^k u^k}{1 + u^1 + u^2} \right) = 0, \quad k = 1, 2, \quad (1)$$

где  $\mu^k = \text{const}$  — подвижности компонент смеси.

Уравнения (1) приводятся к инвариантам Римана  $R^i = 1/K^i$ ,

$$K_t^i + \Lambda^i K_x^i = 0, \quad \Lambda^i = \frac{1}{K^i K^1 K^2}, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

где  $R^i$  — корни уравнения  $(1 + u^1 + u^2)(R)^2 - BR + \mu^1 \mu^2 = 0$ ,  $B = u^1 \mu^2 + u^2 \mu^1 + \mu^1 + \mu^2$ , дискриминант которого определяет тип уравнения. В некоторой области значений параметров  $\mu^k$  уравнения (1) имеют эллиптический тип и инварианты Римана являются комплексными  $K^i = p + iq$ .

Вариант метода годографа, то есть взаимобратная замена  $(K^1, K^2)$  на  $(t, x)$ , предложенный в [2], использует закон сохранения  $\varphi_t + \psi_x = 0$ , где  $\varphi(K^1, K^2)$  — плотность закона сохранения,  $\psi(K^1, K^2)$  — плотность потока закона сохранения.

Дифференцирование закона сохранения с учетом (2) и использование условий разрешимости приводит к линейному уравнению в частных производных второго порядка, в качестве решений которых можно выбрать функцию Римана–Грина. Дальнейшее применение метода [2] дает возможность свести решение исходной задачи к некоторой задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, численное решение которой позволяет определить величины  $p, q$  на изохронах  $t(p, q) = \text{const}$ . Вычислительный эксперимент показал, что с течением времени первоначальное пространственно-периодическое решение исчезает и возникают солитонобразные решения для  $q(x, t)$  и кинкообразные решения для  $p(x, t)$ . Таким образом, в эллиптическом случае задача описывает некоторую квазигазовую неустойчивую среду типа газа Чаплыгина [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке базовой части технического задания 213.01-11/2014-1 Мин. Обр. Науки РФ, Южный федеральный университет, и в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности (Задание №1.1398.2014/К).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Жуков М. Ю. Массоперенос электрическим полем. Ростов н/Д: Изд. РГУ, 2005.
2. Senashov S. I., Yakhno A. Conservation laws, hodograph transformation and boundary value problems of plane plasticity // SIGMA, 2012. Vol. 8. 16 p.
3. Жданов С. К., Трубников Б. А. Квазигазовые неустойчивые среды. М.: Наука, 1991.

## Моделирование направленной миграции и колебательных процессов для экосистем с конкурирующими хищниками

**А. В. Епифанов, В. Г. Цибулин**

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

epifanov-av@yandex.ru, vtsybulin04@gmail.com

Рассматривается проблема сосуществования конкурирующих и антагонистических популяций в узких (например, прибрежных) зонах. Исследуется модель взаимодействия популяций жертв ( $m$  видов) и хищников ( $n - m$ ) с учетом случайного блуждания особей по ареалу и направленной миграции. Рост популяций жертв ограничивается при достижении предельных значений переменного по ареалу ресурса

$$\begin{aligned} \dot{u}_i &= (k_i u_i' - u_i \varphi_i')' + f_i, \quad \varphi_i = \alpha_i p(x) + \sum_{j=1}^n \beta_{ij} u_j, \quad i = 1, \dots, n, \\ f_i &= \mu_i u_i \bar{u} \left(1 - \frac{\bar{u}}{p(x)}\right) - \sum_{j=m+1}^n l_{ij} u_i u_j, \quad i = 1, \dots, m, \quad \bar{u} = \sum_{i=1}^m u_i, \\ f_i &= \sum_{j=1}^m \mu_{ij} u_i u_j - l_i u_i, \quad i = m+1, \dots, n, \quad x \in [0, a]. \end{aligned}$$

Здесь  $u_i(x, t)$  – плотность распределения  $i$ -й популяции,  $t$  – время,  $k_i$  – коэффициенты диффузии,  $\mu_{ij}$  и  $\mu_i$  – коэффициенты роста,  $l_{ij}$  и  $l_i$  – коэффициенты смертности,  $p(x) > 0$  – функция ресурса,  $\alpha_i, \beta_{ij}$  – коэффициенты направленной миграции,  $\alpha_i = 0$  для  $i = m+1, \dots, n$ . Данная система является косимметричной при выполнении условий  $k_i/k_j = \varphi_i/\varphi_j = \mu_{ik}/\mu_{jk} = l_i/l_j$ ,  $i, j = m+1, \dots, n$ ,  $k = 1, \dots, m$ .

В вычислительном эксперименте методом сеток получены множественные решения, в том числе, предельные циклы и стационарные распределения. С использованием метода Флоке и спектрального анализа установлено, что данные решения составляют непрерывное семейство. В [1] было найдено образование косимметричного семейства стационарных распределений популяций для модели хищников и жертв, не учитывающей направленной миграции видов.

Исследование поддержано грантом РФФИ № 14-01-00470.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Будянский А. В., Кругликов М. Г., Цибулин В. Г. Численное исследование сосуществования популяций в одной экологической нише // Вестник ДГТУ. 2014. Т. 14, № 2. С. 28–35.

## Асимптотическая модель испаряющегося слоя жидкости

**М. Ю. Жуков, Е. В. Ширяева**

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

myuzhukov@gmail.com, evshiryaeva@gmail.com

Рассматривается простейшая модель, описывающая горизонтальный слой жидкости с испаряющейся свободной границей. Для конструирования модели использован метод осреднения по толщине области, в котором в отличие от классического варианта толщина зависит от координат и времени и осреднение ведется по некоторой изменяющейся области. В частности, это позволяет рассматривать слои жидкости, для которых свободная испаряющаяся граница может пересекаться с твердой горизонтальной поверхностью.

Предварительный анализ построенных уравнений позволил убедиться, что для описания широкого круга явлений, связанных с формированием структур в испаряющихся многокомпонентных слоях жидкости (пленка, капля и проч.), важны лишь два ключевых предположения. Первое, поток массы с поверхности при испарении пропорционален подводимому к поверхности потоку тепла, что хорошо согласуется с обычным представлением о фазовом переходе. Второе, свободная граница является границей раздела фаз жидкость–газ (пар), и фазовый переход является квазиравновесным, то есть на границе отсутствует скачок температуры и давления (достаточно выбрать кривую фазового равновесия, например, соотношения Клаузиуса–Клапейрона для двухкомпонентной смеси).

Выяснилось, что для объяснения структурообразования в испаряющемся слое вовсе необязательно учитывать физические нелинейности (вязкоупругость или вязкопластичность жидкости), специальные нелинейные диффузионные эффекты испарения, зависимости кинетических коэффициентов (диффузии, вязкости, теплопроводности) от температуры и концентрации компонент, и прочие слабо мотивируемые физические эффекты.

Асимптотический вариант полных уравнений имеет вид

$$h_t + \operatorname{div}(h^2 \mathbf{s}) = -V_0 \varphi, \quad (1)$$

$$\mathbf{s}_t + (\beta_r - 1) h \mathbf{s} \operatorname{div} \mathbf{s} + (\beta_r + 1) h \mathbf{s} \cdot \nabla \mathbf{s} = 0, \quad (2)$$

$$\varphi_t + (\beta_r - 1) h \varphi \operatorname{div} \mathbf{s} + (\beta_r + 1) h \mathbf{s} \cdot \nabla \varphi = 0, \quad (3)$$

$$\nabla(h - \sigma \Delta h), \quad t = 0, \quad (4)$$

где  $h$  — высота свободной поверхности,  $\mathbf{s}$  — средняя скорость течения,  $\varphi$  — средняя температура,  $V_0$ ,  $\sigma$  — коэффициенты испарения и поверхностного натяжения,  $\beta_r = 1/3$  — параметр осреднения.

В частности, такие уравнения позволяют описывать процесс структурообразования в испаряющихся слоях жидкости и, более того, каплях жидкости, свободная граница которых пересекается с горизонтальной поверхностью.

Заметим, что предлагаемая модель достаточно сильно отличается от обычных моделей, используемых для описания тонких слоев жидкости.

Работа выполнена при финансовой поддержке базовой части тех. задания 213.01-11/2014-1 Мин. Обр. Науки РФ, Южный федеральный университет.

## Обратная задача транспорта субстанции

**Х. А. Кажаров<sup>1</sup>, И. А. Ляпунова<sup>1</sup>, А. Е. Чистяков<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

<sup>2</sup> НИИ МВС ЮФУ, Россия

kazharov.h.a@gmail.com, ialyapunova@sfedu.ru, cheese\_05@mail.ru

Решение обратных задач математической физики часто является элементом математического моделирования различных физических процессов. Это связано с тем, что далеко не все условия, описывающие процесс, заранее известны. На данный момент можно сказать, что методы решения обратных задач составляют важное направление исследований в области математической физики [1]. При решении обратной задачи перемещения (транспорта) вещества исходное положение концентрации вещества восстанавливается частично, тем не менее, математическая модель в заданных временных рамках позволяет с определенной точностью восстановить последовательность распространения вещества. При этом происходит локализация области начального распределения вещества. Отметим, что точность восстановления исходной концентрации веществ зависит от многих параметров, в том числе структуры течения, расчетного временного интервала, а также значения регуляризирующего параметра [2].

Проведенное исследование позволяет сделать вывод, что при решении обратной задачи происходит локализация области, где, предположительно, изначально было распределено вещество (локализация области инородного вещества). Выполнено моделирование транспорта примеси в прямом и обратном направлении, начальными значениями последнего являлись финальное распределение поля концентрации субстанции после перемещения вследствие диффузионно-конвективного переноса.

Работа выполнена при частичной поддержке Задания №2014/174 в рамках базовой части гос. задания Минобрнауки России.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Сухинов А. И., Чистяков А. Е., Проценко Е. А.* Математическое моделирование транспорта наночастиц в прибрежной зоне мелководных водоемов // Математическое моделирование. 2013. Т. 25. № 12. С. 65–82.
2. *Лапин Д. В., Чистяков А. Е., Сухинов А. А.* Численное решение прямых и обратных задач диффузии-конвекции на многопроцессорных системах для прогноза и ретроспективного анализа водных экосистем // Известия ЮФУ. Технические науки. 2014. № 12 (161). С. 230–242.

## Об устойчивости вихревого многоугольника внутри круговой области

Л. Г. Куракин<sup>1,2</sup>, А. П. Мелехов<sup>2</sup>, И. В. Островская<sup>2</sup><sup>1</sup> ЮМИ ВЦ РАН, Владикавказ, Россия;<sup>2</sup> Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия  
melekhov@math.rsu.ru

Рассматривается задача устойчивости системы одинаковых точечных вихрей, расположенных в вершинах правильного  $N$ -угольника ( $N = 2, \dots, 6$ ) внутри круговой области. Потенциал взаимодействия между вихрями обратно пропорционален расстоянию между ними. Такое предположение о потенциале сделали Дж. Дж. Томсон [1] при построении одной из своих моделей атома и В. М. Гряник [2] при построении модели вращающейся бароклинной жидкости в квази-геострофическом приближении. Случай логарифмического потенциала вихревого взаимодействия разобран на плоскости в работах [3, 4], а внутри круга в — [3, 5]. В данной работе аналитически исследованы квадратичная часть гамильтониана и собственные значения матрицы линеаризации. Получены условия устойчивости по Раусу и экспоненциальной неустойчивости. Указаны значения параметров, требующие дополнительного нелинейного анализа. Перечислены и исследованы численно все резонансы до четвертого порядка включительно, возникающие в задаче. В двух из них численно обнаружена неустойчивость. Результаты теоретического анализа подтверждаются численным расчетом траекторий точечных вихрей.

Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания ЮФУ (задание №2014/174, код проекта 1367).

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Томсон Дж. Дж. Электричество и материя. М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004.
2. Гряник В. М. Динамика сингулярных геострофических вихрей в двухуровневой модели атмосферы (океана) // Изв. АН СССР. ФАО. 1983. Т. 19. № 3. С. 227–240.
3. Havelock T. H. The stability of motion of rectilinear vortices in ring formation // Phil. Mag. 1931. V. 11, № 70. P. 617–633.
4. Куракин Л. Г., Юдович В. И. О нелинейной устойчивости стационарного вращения правильного вихревого многоугольника // Докл. РАН. 2002. Т. 384. № 4. С. 476–482.
5. Куракин Л. Г. Устойчивость, резонансы и неустойчивость правильных вихревых многоугольников внутри круговой области // Докл. РАН. 2004. Т. 399. № 1. С. 52–55.



## Возникновение автоколебаний в горизонтальном слое бинарной смеси

**И. В. Моршнева**

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

morsh@math.sfedu.ru

Рассматривается задача о возникновении вторичных автоколебательных режимов конвекции в горизонтальном слое жидкости с примесью. Границы слоя предполагаются свободными, изотермическими, и концентрация примеси на каждой из них считается заданной. Известно, что, в отличие от случая чистой среды, в бинарной смеси возможны два вида неустойчивости — монотонная и колебательная [1].

В данной работе изучаются периодические режимы, возникающие при колебательной потере устойчивости основного режима относительно плоских возмущений, периодических по однородной переменной. Уравнения возмущений имеют группу симметрии  $O(2)$ , и применима теория бифуркации рождения циклов в системах с такой симметрией. В [2] показано, что в случае общего положения при переходе параметра через критическое значение от равновесия могут ответвиться циклы, которым отвечают автоколебания двух типов: две бегущие навстречу друг другу волны, связанные инверсионной симметрией, и нелинейная смесь пары бегущих волн. Для определения характера ветвления этих режимов в рассматриваемой задаче найдены аналитические выражения для коэффициентов уравнений разветвления. При различных значениях параметров проведен анализ знаков этих коэффициентов. Показано, что и бегущие волны, и нелинейная смесь волн могут быть устойчивы в зависимости от значений параметров. Для обоих типов автоколебательных режимов найдены первые два члена ряда по степеням параметра надкритичности.

Работа выполнена в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности (Задание №1.1398.2014/К).

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука. 1972.
2. Моршнева И. В., Юдович В. И. Об ответвлении циклов от равновесий инверсионно-и вращательно-симметричных динамических систем. СМЖ. 1985. Т. 26, № 1. С. 124–133.

## Кавитационное торможение цилиндра в возмущенной жидкости

М. В. Норкин

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

norkinmi@mail.ru

Рассматривается динамическая смешанная задача о вертикальном ударе и последующем торможении кругового цилиндра, полупогруженного в идеальную и несжимаемую жидкость. Особенностью данной задачи является то, что при быстром торможении возникают области низкого давления вблизи тела и образуются каверны. Важным аспектом является постановка задачи с односторонними ограничениями, на основе которой определяется связность зоны отрыва, а также формы свободных границ жидкости на малых временах:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_1 &= 0, & \Phi_1 &= -f(\Phi_0), & R &\in S_2, \\ \frac{\partial\Phi_1}{\partial n} &= \omega n_y, & p_0 - \Phi_1 - f(\Phi_0) - Fr^{-2}y &\geq 0, & R &\in S_{11}, \\ \frac{\partial\Phi_1}{\partial n} &\geq \omega n_y, & p_0 - \Phi_1 - f(\Phi_0) - Fr^{-2}y &= 0, & R &\in S_{12}, \\ f(\Phi_0) &= \frac{\partial\Phi_0}{\partial y} + \frac{1}{2}(\nabla\Phi_0)^2, & \Phi_0 &= \frac{y}{x^2 + y^2}. \end{aligned}$$

Здесь  $Fr$  — число Фруда,  $p_0$ ,  $\omega$  — безразмерные атмосферное давление и ускорение цилиндра,  $S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_2$  — смоченная поверхность тела, внутренняя и внешняя свободные границы жидкости. Потенциал  $\Phi_0$  определяет течение жидкости в начальный момент времени.

В настоящей работе возмущение жидкости вызвано безотрывным ударом цилиндра, а отрыв обусловлен законом движения цилиндра после удара и физическими параметрами задачи. Близкие задачи по динамике отрыва, вызванного ударом, исследовались в [1, 2].

Работа выполнена в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности (Задание № 1.1398.2014/k).

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Norkin M., Korobkin A.* The motion of the free-surface separation point during the initial stage of horizontal impulsive displacement of a floating circular cylinder // *J. Eng. Math.* 2011. V. 70. P. 239–254.

2. *Норкин М. В.* Движение кругового цилиндра в жидкости после удара на малых временах с образованием каверны // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* 2012. № 3. С. 101–112.

## Описание переноса сгустка крови в сосуде

**Н. М. Полякова**

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

zhuk\_nata@mail.ru

Тромбообразование — это пристеночное образование в сосудах плотного, структурно упорядоченного конгломерата, (тромба или сгустка крови) из форменных элементов крови и стабилизированного нерастворимого белка фибрина (см., например, [1]). С гидродинамической точки зрения, наиболее важной является стадия коагуляции фибриногена с последующим образованием фибринового полимерного сгустка, что приводит к существенному увеличению вязкости крови (уменьшению текучести). В данной работе моделируется только заключительная часть процесса — «отрыв» сгустка крови от стенки сосуда и перенос его течением крови. Решение задачи сводится к исследованию уравнений движения несжимаемой жидкости, вязкость которой зависит от концентрации фибрина. Химические реакции, приводящие к свертыванию крови, считаются рассмотренными на предыдущих этапах моделирования.

Предполагаем, что через некоторую двумерную область  $D$  протекает несжимаемая жидкость (кровь), вязкость которой зависит от величины концентрации примеси (фибрин), примесь предполагается «вмороженной» в жидкость.

Система уравнений, описывающая движение жидкости и примеси, имеет вид:

$$\mathbf{v}_t + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla p + \mu(c)\Delta \mathbf{v}, \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad c_t + \mathbf{v} \cdot \nabla c = 0, \quad (1)$$

где  $\mathbf{v} = (u, w)$  — скорость жидкости в целом,  $p$  — давление,  $c$  — концентрация примеси,  $\mu(c)$  — коэффициент кинематической вязкости, зависящий от концентрации.

Задача решается численно при помощи метода конечных элементов [2]. В вычислительном эксперименте, в частности, использовано начальное распределение вязкости (или концентрации), соответствующее круговому «пятну». Внутри пятна вязкость жидкости  $\mu(c) \approx \mu_0$ , а вне пятна вязкость  $\mu \approx \mu_0(1 + K(c))$ . Зависимость  $K(c)$  определена из условия «мгновенности» химических реакций образования фибрина из фибриногена. В качестве модели сосуда выбиралась длинная прямоугольная область, содержащая на одной из длинных сторон некоторый негладкий «выступ», моделирующий механическое повреждение сосуда. Показано, что в окрестности такого механического повреждения в зависимости от параметров происходит либо отрыв сгустка крови, либо сгусток крови задерживается и его размеры увеличиваются.

Работа выполнена при финансовой поддержке базовой части технического задания 213.01-11/2014-1 Мин. Обр. Науки РФ, Южный федеральный университет, и в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности (Задание №1.1398.2014/К).

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Феррит Э. Структура и механизм действия ферментов / пер. с англ. Москва, 1980.
2. Жуков М. Ю., Ширяева Е. В. Использование пакета конечных элементов FreeFem для задач гидродинамики, электрофореза и биологии. Ростов н/Д: Изд. ЮФУ, 2008.

## Устойчивость течения Колмогорова и его модификаций

**С. В. Ревина**

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия;

ЮМИ, Владикавказ, Россия

revina@math.rsu.ru

При исследовании природных гидродинамических и геофизических явлений важную роль играют модельные течения вязкой несжимаемой жидкости, которые, с одной стороны, можно реализовать в лабораторных экспериментах, с другой стороны, благодаря упрощенной математической постановке задачи, можно исследовать аналитическими методами. Примером служит течение Колмогорова с синусоидальным профилем скорости:

$$\mathbf{V} = (0, \gamma \sin x_1).$$

Непосредственным обобщением является класс сдвиговых (параллельных) пространственно-периодических течений

$$\mathbf{V} = (0, V_2(x_1)),$$

а также течений, близких к параллельным, вида

$$\mathbf{V} = (\alpha V_1(x_2), V_2(x_1)),$$

где  $\alpha$  — малый параметр. Условие периодичности поля скорости можно заменить предположением о почти периодичности, что позволяет приблизиться к рассмотрению реальной физической задачи.

Настоящая работа посвящена исследованию устойчивости указанных течений в классах периодических и почти периодических функций [1]–[2], а также нахождению вторичных стационарных течений и автоколебаний.

Построена длинноволновая асимптотика линейной спектральной задачи в случае ненулевого среднего скорости основного течения, а также в случае, когда среднее скорости равно нулю, но выполняются некоторые условия невырожденности.

Найдены условия монотонной и колебательной потери устойчивости, а также ведущие члены асимптотики вторичных течений.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ревина С. В. Рекуррентные формулы длинноволновой асимптотики задачи устойчивости сдвиговых течений // ЖВМ и МФ. 2013. Т. 53, № 8. С. 1387–1401.
2. Ревина С. В. Устойчивость пространственно-периодических и почти периодических течений вязкой жидкости // Математический форум (Итоги науки. Юг России). 2014. Т. 8, № 2. С. 130–141.

## Алгоритм решения уравнений вихревой динамики в геофизических приближениях

**А. М. Филимонова, В. Н. Говорухин**

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия  
a.mishaylovna@gmail.com

В докладе представлен вариант метода вихрей в ячейках для расчета динамики невязкой несжимаемой жидкости в прямоугольной области, на границах которой заданы периодические краевые условия. Такая формулировка часто используется для моделирования течений в неограниченных областях.

Рассматривается геофизическая математическая модель, представляющая собой систему уравнений в частных производных вида

$$\frac{D\omega}{Dt} \equiv \omega_t + \psi_y \omega_x - \psi_x \omega_y = 0, \quad \omega = -\Delta\psi + \Lambda^2\psi - \frac{1}{2}\gamma r^2, \quad (1)$$

где  $\omega(x, y)$  — завихренность,  $\psi(x, y)$  — функция тока,  $t$  — время,  $\gamma, \Lambda$  — параметры, а  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  — полярный радиус. При  $\gamma = \Lambda = 0$  имеем уравнения Эйлера динамики идеальной жидкости.

В основе численной схемы лежат следующие положения:

1. Поле завихренности задано значениями в частицах.
2. Частицы переносятся пассивно с течением времени  $t$ . Их динамика описывается системой уравнений:  $\dot{x} = v^{(x)}, \dot{y} = v^{(y)}$ .
3. Поле скорости  $\mathbf{v} = (v^{(x)}, v^{(y)}) = (\psi_y, -\psi_x)$ .
4. Функция  $\psi$  в каждый момент времени  $t$  приближается отрезком ряда Фурье  $\psi \approx \sum_{i=1}^{k_x} \sum_{j=1}^{k_y} \psi_{ij}(t) g_{ij}(x, y)$ , где  $g_{ij}(x, y)$  — тригонометрические функции.
5. Неизвестные коэффициенты  $\psi_{ij}(t)$  находятся методом Бубнова-Галеркина, проектированием второго уравнения системы (1) на базисные функции  $g_{ij}(x, y)$ , а распределение  $\omega(x, y)$  аппроксимируется кубическими полиномами, коэффициенты которых находятся методом наименьших квадратов.
6. Для расчета динамики частиц используются методы Рунге-Кутты.

В докладе представлены результаты тестовых расчетов динамики классических вихревых конфигураций (круглое вихревое пятно постоянной завихренности, диполь Чаплыгина-Ламба и др.).

Работа поддержана РФФИ, код проекта 14-01-00470.

Анализ устойчивости границы раздела между зонами  
при проведении изотахофореза

**О. А. Цывенкова**

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия  
olgaz@math.sfedu.ru

Рассматривается задача о разделении многокомпонентной вязкой несжимаемой смеси под действием электрического поля. Система уравнений в приближении Обербека–Буссинеска в безразмерных переменных имеет вид

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla, \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \mu \Delta \mathbf{v} - \sum_m \beta^m a^m \mathbf{k}, \quad (2)$$

$$\frac{da^k}{dt} + \operatorname{div} \mathbf{i}^k = 0, \quad \mathbf{i}^k = -\varepsilon \mu^k \nabla a^k + \mu^k a^k \mathbf{E}, \quad (3)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad \operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad (4)$$

где  $\mathbf{v}$  — скорость,  $p$  — давление,  $a^k$  — аналитическая концентрация компоненты,  $\mathbf{i}^k$  — плотность потока концентрации,  $\mu$  — кинематическая вязкость смеси,  $\beta^k$  — коэффициент концентрационного сжатия,  $\mu^k > 0$  — подвижность компоненты в электрическом поле,  $\varepsilon \mu^k$  — коэффициент диффузии,  $\mathbf{E}$  — напряженность электрического поля,  $\varphi$  — потенциал электрического поля,  $\mathbf{j}$  — плотность электрического поля,  $\sigma = \sigma(a^1, a^2, \dots)$  — проводимость смеси,  $\mathbf{k}$  — орт оси  $z$ .

Для изотахофореза проводимость имеет вид

$$\sigma = \sum_k a^k. \quad (5)$$

Для двухкомпонентной модели построено решение, отвечающее механическому равновесию. Краевые условия выбираются на бесконечном отрезке

$$a^1(-\infty) = s_1, \quad a^1(+\infty) = 0, \quad a^2(-\infty) = 0, \quad a^2(+\infty) = s_2, \quad (6)$$

где  $s_1, s_2$  — заданные постоянные концентрации.

Такое решение описывает процесс разделения смеси на две зоны с четкой границей между ними, которая движется с определенной скоростью. Основной целью работы является исследование устойчивости границы между зонами.

Для различных наборов параметров проводились расчеты нейтральных кривых монотонной потери устойчивости и определялись критические значения, отвечающие минимуму нейтральной кривой.

Автор выражает благодарность Жукову Михаилу Юрьевичу за постановку задачи и внимание к работе.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Жуков М. Ю. Массоперенос электрическим полем. Ростов н/Д: Изд. РГУ. 2005.

## О точности разностных схем второго и четвертого порядков погрешности аппроксимации

**А. Е. Чистяков, А. В. Никитина, А. А. Семенякина**  
НИИ МВС ЮФУ, Россия  
cheese\_05@mail.ru, nikitina.vm@gmail.ru, j.a.s.s.y@mail.ru

В работе рассмотрены схемы второго и четвертого порядков погрешности аппроксимации для решения задачи диффузии-конвекции. Для модельной начально-краевой задачи, в случае, когда функции правой части и начального условия представимы конечными суммами рядов Фурье по тригонометрическому базису, исследована точность разностных схем. Установлено, что точность численного решения зависит от количества узлов, приходящихся на половину длины волны, соответствующей наиболее высокочастотной гармонике в конечной сумме ряда Фурье, необходимой для описания поведения расчетных объектов. Получены зависимости погрешности аппроксимации диффузионных слагаемых разностными схемами второго и четвертого порядков точности от количества узлов. Выполнено сопоставление результатов расчета двумерной задачи диффузии-конвекции и задачи Пуассона на основе схем второго и четвертого порядков точности.

Настоящая работа является логическим продолжением работы [1], в которой описана построенная библиотека итерационных методов, предназначенных для решения сеточных уравнений с самосопряженными и несамосопряженными операторами при помощи схем повышенного порядка точности, учитывающими заполненности ячеек, на многопроцессорной вычислительной системе. В работе обоснована целесообразность перехода к схемам повышенного порядка точности при решении прикладных задач. Из полученных оценок нетрудно получить численные значения выигрышей во времени счета при использовании схем повышенного порядка точности.

Работа выполнена при частичной поддержке Задания №2014/174 в рамках базовой части государственного задания Минобрнауки России.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Сухинов А. И., Чистяков А. Е., Семенякина А. А., Никитина А. В.* Параллельная реализация задач транспорта веществ и восстановления донной поверхности на основе схем повышенного порядка точности // *Вычислительные методы и программирование.* 2015. Т. 16. № 2. С. 256–267.
2. *Самарский А. А.* Теория разностных схем. М. Наука, 1989.
3. *Сухинов А. И., Чистяков А. Е., Шишенин А. В.* Оценка погрешности решения уравнения диффузии на основе схем с весами // *Математическое моделирование.* 2013. Т. 25. № 11. С. 53–64.

## Расчет силового гидродинамического воздействия волн на опоры надводных конструкций

**А. Е. Чистяков<sup>1</sup>, Н. А. Фоменко<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> НИИ МВС ЮФУ, Россия;

<sup>2</sup> Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия  
cheese\_05@mail.ru, fomenko.nata.alex@gmail.com

Работа посвящена разработке математической модели волновых процессов, учитывающей гидродинамическое воздействие на различные надводные береговые сооружения при наличии поверхностных волн в мелководных водоемах. Проведен натурный эксперимент по измерению различных параметров распространения волны на мелководье. На основе экспериментальных данных получены значения спектра функции возвышения уровня водной среды. Разработана двумерная модель волновых гидродинамических процессов, описывающая поведение водной среды как в случае наличия надводной конструкции, установленной на дне водоема, так и в случае его отсутствия. На основе построенных алгоритмов разработан комплекс программ, предназначенный для моделирования распространения волновых гидродинамических процессов. Построенный комплекс программ позволяет задавать форму и интенсивность источника колебаний, геометрию надводного объекта, а также учитывает затопления и осушения прибрежных участков. На основе разработанного программного комплекса произведен расчет силового воздействия волн на сооружения, имеющие опору на дне водоема.

Отметим, что такой программный комплекс обладает отличительной особенностью: помимо учета на поверхности надводных конструкций, при моделировании распространения поверхностных колебаний учитывается выход волны на берег.

Работа выполнена при частичной поддержке Задания № 2014/174 в рамках базовой части государственного задания Минобрнауки России.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Сухинов А. И., Чистяков А. Е., Алексеенко Е. В.* Численная реализация трехмерной модели гидродинамики для мелководных водоемов на супервычислительной системе // Математическое моделирование. 2011. Т. 23, № 3. С. 3–21.
2. *Сухинов А. И., Чистяков А. Е.* Параллельная реализация трехмерной модели гидродинамики мелководных водоемов на супервычислительной системе // Выч. методы и программирование: Новые вычислительные технологии. 2012. Т. 13. С. 290–297.
3. *Сухинов А. И., Чистяков А. Е., Проценко Е. А.* Математическое моделирование транспорта наносов в прибрежных водных системах на многопроцессорной вычислительной системе // Выч. методы и программирование. 2014. Т. 15. С. 610–620.
4. *Гущин В. А., Миткин В. В., Рождественская Т. И., Чашечкин Ю. Д.* Численное и экспериментальное исследование тонкой структуры течения стратифицированной жидкости вблизи кругового цилиндра // ПМТФ. 2007. Т. 48, № 1 (281). С. 43–54.
5. *Сухинов А. И., Чистяков А. Е., Проценко Е. А.* Математическое моделирование транспорта наносов в прибрежной зоне мелководных водоемов // Математическое моделирование. 2013. Т. 25, № 12. С. 65–82.
6. *Фоменко Н. А.* Математическое моделирование гидродинамических воздействий на конструкции при наличии поверхностных волн в мелководных водоемах // Дисс. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18 / Южный федеральный университет. Таганрог, 2012.



## Моделирование распространения примеси в прибрежной зоне воздушной среды

**А. Е. Чистяков, Д. С. Хачунц**

НИИ МВС ЮФУ, Россия

cheese\_05@mail.ru, diana-hachunts@mail.ru

На основе разработанной модели движения многокомпонентной воздушной среды рассчитаны поля распространения загрязняющих веществ в случаях различной ширины и плотности лесных насаждений. Модель учитывает такие факторы, как транспорт примеси и тепла; влияние растительного покрова; изменение коэффициента турбулентного обмена; переход воды из жидкого в газообразное состояние; осаждение вещества; изменение температуры за счет конденсации и испарения аэрозоли; турбулентное перемешивание многокомпонентной воздушной среды; теплообмен между жидкими и газообразными состояниями; наличие распределенных источников вещества и температуры; сила Архимеда; тангенциальное напряжение на границах раздела сред; переменная плотность, зависящая от концентрации загрязняющих веществ, температуры и давления; сжимаемость среды за счет изменения температуры, испарения и конденсации жидкости, изменения давления, наличия источников [1–8]. Отличительной особенностью модели является учет влияния растительного покрова и турбулентного перемешивания в уравнении неразрывности среды. Следует отметить, что на распределение примеси в воздушной среде значительным образом влияет плотность лесных насаждений, а ширина зоны растительности влияет незначительно. Для верификации построенной модели проведен численный эксперимент и выполнено сопоставление натуральных данных с результатами численных экспериментов.

Работа выполнена при частичной поддержке Задания № 2014/174 в рамках базовой части гос. задания Минобрнауки России.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Ионисян А. С.* Математическое моделирование процесса распространения активной примеси в свободной и облачной атмосфере. Ставрополь, 2003.
2. *Берлянд М. Е.* Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1985.
3. *Вызова Н. Л., Гаргер Е. К., Иванов В. И.* Экспериментальные исследования атмосферной диффузии и расчеты рассеяния примеси. Л.: Гидрометеоздат, 1989.
4. *Монин А. С., Яглом А. М.* О законах мелкомасштабных турбулентных движений жидкостей и газов // УМН. 1963. 18:5(113). С. 93–114.
5. *Марчук Г. И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982.
6. *Алоян А. Е.* Динамика и кинетика газовых примесей и аэрозолей в атмосфере / Курс лекций. М.: ИВМ РАН, 2002.
7. *Четверушкин Б. Н., Шильников Е. В.* Вычислительный и программный инструментарий для моделирования трехмерных течений вязкого газа на многопроцессорных системах // Журнал ВМ и МФ. 2008. Т. 48, № 2. С. 309–320.
8. *Сухинов А. И., Чистяков А. Е., Хачунц Д. С.* Математическое моделирование движения многокомпонентной воздушной среды и транспорта загрязняющих веществ // Известия ЮФУ. Технические науки. 2011. № 8(121). С. 73–79.

## Устойчивость и точность решения волновой задачи

**А. Е. Чистяков**  
НИИ МВС ЮФУ, Россия  
cheese\_05@mail.ru

В работе рассмотрено волновое уравнение. Проведено исследование зависимости погрешности аппроксимации от шага по временной переменной. Найдено аналитическое решение волновой задачи в ортонормированном базисе, составленном из собственных векторов оператора второй разностной производной по пространственным переменным. Исследованы погрешности аппроксимации волновой задачи трехслойными разностными схемами. Получены условия устойчивости трехслойной разностной схемы.

Получены зависимости точности схемы от ее веса и шага по пространственной переменной. Найдены оптимальные значения весового параметра.

Работа выполнена при частичной поддержке Задания № 2014/174 в рамках базовой части гос. задания Минобрнауки России.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Сухинов А. И., Чистяков А. Е., Бондаренко Ю. С.* Оценка погрешности решения уравнения диффузии на основе схем с весами // Известия ЮФУ. Технические науки. 2011. № 8 (121). С. 6–13.
2. *Коновалов А. Н.* К теории попеременно-треугольного итерационного метода // Сибирский математический журнал. 2002. 43:3. С. 552–572.
3. *Самарский А. А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1989.
4. *Сухинов А. И., Чистяков А. Е., Шишенин А. В.* Оценка погрешности решения уравнения диффузии на основе схем с весами // Математическое моделирование. 2013. Т. 25. № 11. С. 53–64.

## Моделирование транспорта нефтяного загрязнения в водоеме с учетом его температурного режима

**И. Н. Шабас**

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия  
shabas@sfedu.ru

На поведение нефти, попавшей в водоем, оказывает влияние и собственные физико-химические свойства, и внешние условия окружающей среды. На первом этапе его распространения преобладают процессы растекания нефтяного пятна. Параллельно с процессами растекания под воздействием внешних природных факторов происходит неизбежная деструкция нефти. На усиление или ослабление этих процессов оказывает влияние температура вод водоема. Поэтому в рассматриваемой модели учитываются следующие процессы:

- дрейф рассматриваемого пятна по поверхности водоема, которое описывается двумерным уравнением конвекции-диффузии [1];
- распространение растворенных фракций нефти в толще водоема, которое моделируется трехмерным уравнением конвекции-диффузии [3];
- температурный режим вод водоема [2].

Полученная система уравнений решается конечно-разностными методами с использованием неявных схем. В расчетной области строится прямоугольная равномерная по всем направлениям сетка. Предполагается, что поле скоростей известно на каждом временном шаге.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект № 1420, государственное задание ВУЗов, базовая часть).

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Ehsan Sarhadi Zadeh, Kouroshe Hejazi*. Eulerian Oil Spills Model Using Finite-Volume Method with Moving Boundary and Wet-Dry Fronts // *Modeling and Simulation in Engineering*. 2012. Vol. 2012. Article ID 398387. 7 p., <http://dx.doi.org/10.1155/2012/398387>.
2. *Белолипецкий В. М., Генова С. Н., Луковенко П. Н.* Численное моделирование гидротермического режима непроточного водоема. *Proc. of Int. Conf. RDAMM-2001*. Vol. 6. Pt. 2. Special Issue. 2001. P. 121–126.
3. *Чижин А. Л., Шабас И. Н.* Построение трехмерной гидрофизической модели Азовского моря // *Изв. вузов. Сев.-Кав. регион. Естественные науки*. 2001. № 3. С. 33–37.

## Содержание

Ahmed M. A. Natural convection and boundary-layer flow of a non-newtonian nanofluid over a vertical cone embedded in a porous medium . . . . .	5
Androsov A. A., Voltzinger N. E. Nonhydrostatic dynamics of straits of the world ocean . . . . .	6
Fofonova V. V., Danilov S., Androsov A., Wiltshire K. H. Numerical simulation of the Lena River freshwater plume spreading . . . . .	7
Kazarnikov A. V., Revina S. V., Haario H. Numerical and asymptotical analysis of secondary monotonic solutions in Rayleigh reaction-diffusion system . . . . .	8
Loza S., Danilov S., Nerger L., Schröter J., Janssen F. Developing an ensemble based data assimilative system for operational forecasting the North and Baltic Seas hydrography/biogeochemistry . . . . .	9
Morad A. M., Zhukov M. Yu. Shallow water model of a thin liquid film on the outer surface of a rotating cylinder . . . . .	10
Nadolin K. A. Modelling of the admixture spreading in riverbed streams: problems and approaches . . . . .	11
Subrata S., Wiltshire K. H., Boersma M. Zooplankton Carrying Capacity (CC) Modelling for a Shallow Sea: A Study Based on the Helgoland Roads Time Series Station Datasets . . . . .	12
Tsybulin V. G., Budyanski A. V. Modeling migration and coexistence of populations in a heterogeneous habitat . . . . .	13
Ying Y. K., Fofonova V. V., Golubeva E. N., Aizinger V. A high-resolution numerical study on the hydrodynamics in the Lena Delta . . . . .	14
Zagrebneva A. D., Tyutyunov Yu. V., Surkov F. A., Azovsky A. I. Modeling of pattern formation in distribution of tidal migrating benthic copepods . . . . .	15
Zhdanov I. A., Govorukhin V. N. Multiple steady state flows in one flow through the channel problem . . . . .	16
Zhilyaev I. V. Numerical modeling of the open flow hydrodynamics using COMSOL Multiphysics . . . . .	17
Васильев А. В., Жуков М. Ю., Ширяева Е. В. Образование структур для протяженной испаряющейся капли жидкости . . . . .	18
Голубева Е. Н. Изучение влияния речного стока и вариаций атмосферной динамики на состояние вод и криолитозоны шельфа моря Лаптевых на основе численного моделирования . . . . .	19
Долгих Т. Ф., Жуков М. Ю., Ширяева Е. В. Исследование процесса массопереноса в случае уравнений эллиптического типа . . . . .	20
Епифанов А. В., Цибулин В. Г. Моделирование направленной миграции и колебательных процессов для экосистем с конкурирующими хищниками . . . . .	21
Жуков М. Ю., Ширяева Е. В. Асимптотическая модель испаряющегося слоя жидкости . . . . .	22
Кажаров Х. А., Ляпунова И. А., Чистяков А. Е. Обратная задача транспорта субстанции . . . . .	23

Куракин Л. Г., Мелехов А. П., Островская И. В. Об устойчивости вихревого многоугольника внутри круговой области . . . . .	24
Моршнева И. В. Возникновение автоколебаний в горизонтальном слое бинарной смеси . . . . .	25
Норкин М. В. Кавитационное торможение цилиндра в возмущенной жидкости . . . . .	26
Полякова Н. М. Описание переноса сгустка крови в сосуде . . . . .	27
Ревина С. В. Устойчивость течения Колмогорова и его модификаций . . . . .	28
Филимонова А. М., Говорухин В. Н. Алгоритм решения уравнений вихревой динамики в геофизических приближениях . . . . .	29
Цывенкова О. А. Анализ устойчивости границы раздела между зонами при проведении изотахофореза . . . . .	30
Чистяков А. Е., Никитина А. В., Семенякина А. А. О точности разностных схем второго и четвертого порядков погрешности аппроксимации . . . . .	31
Чистяков А. Е., Фоменко Н. А. Расчет силового гидродинамического воздействия волн на опоры надводных конструкций . . . . .	32
Чистяков А. Е., Хачунц Д. С. Моделирование распространения примеси в прибрежной зоне воздушной среды . . . . .	33
Чистяков А. Е. Устойчивость и точность решения волновой задачи . . . . .	34
Шабас И. Н. Моделирование транспорта нефтяного загрязнения в водоеме с учетом его температурного режима . . . . .	35

## Авторский указатель

- Aizinger V., 14  
Androsov A. A., 6, 7  
Azovsky A. I., 15
- Boersma M., 12  
Budyanski A. V., 13
- Danilov S., 7, 9
- Fofonova V. V., 7, 14
- Golubeva E. N., 14  
Govorukhin V. N., 16
- Haario H., 8
- Janssen F., 9
- Kazarnikov A. V., 8
- Loza S., 9
- Morad A. M., 10  
Mostafa A. Ahmed, 5
- Nadolin K. A., 11  
Nerger L., 9
- Revina S. V., 8
- Schröter J., 9  
Subrata S., 12  
Surkov F. A., 15
- Tsybulin V. G., 13  
Tyutyunov Yu. V., 15
- Voltzinger N. E., 6
- Wiltshire K. H., 7, 12
- Ying Y. K., 14
- Zagrebneva A. D., 15  
Zhdanov I. A., 16  
Zhilyaev I. V., 17  
Zhukov M. Yu., 10
- Васильев А. В., 18
- Говорухин В. Н., 29  
Голубева Е. Н., 19
- Долгих Т. Ф., 20
- Епифанов А. В., 21
- Жуков М. Ю., 18, 20, 22
- Кажаров Х. А., 23  
Крайнева М. В., 19  
Крылова А. И., 19  
Куракин Л. Г., 24
- Ляпунова И. А., 23
- Малахова В. В., 19  
Мелехов А. П., 24  
Моршнева И. В., 25
- Никитина А. В., 31  
Норкин М. В., 26
- Островская И. В., 24
- Платов Г. А., 19  
Полякова Н. М., 27
- Ревина С. В., 28
- Семенякина А. А., 31
- Филимонова А. М., 29  
Фоменко Н. А., 32
- Хачунц Д. С., 33
- Цибулин В. Г., 21  
Цывенкова О. А., 30
- Чистяков А. Е., 23, 31–34
- Шабас И. Н., 35  
Ширяева Е. В., 18, 20, 22
- Якшина Д. Ф., 19

